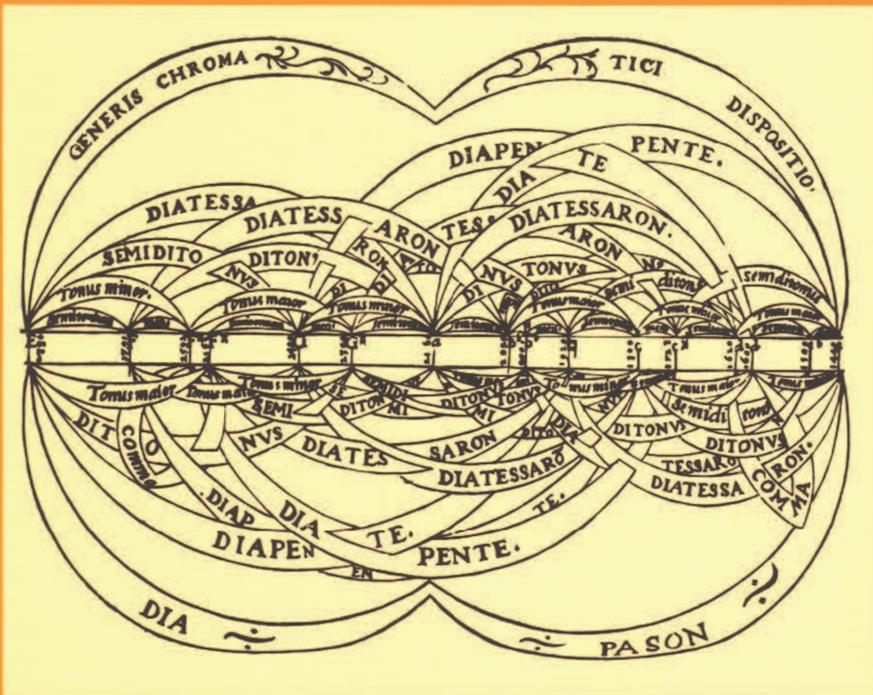
J. Javier Goldáraz Gaínza



AFINACIÓN Y TEMPERAMENTOS HISTÓRICOS

Alianza Música

Afinación y temperamentos históricos

J. Javier Goldáraz Gaínza

Afinación y temperamentos históricos

Alianza Editorial

Calle Juan Ignacio Luca de Tena, 15; 28027 Madrid; teléf. 91 393 88 88
www.alianzaeditorial.es
ISBN: 84-206-6546-0
Depósito legal: M. 31.134-2004
Fotocomposición e impresión: EFCA, S. A.
Parque Industrial «Las Monjas»
28850 Torrejón de Ardoz (Madrid)
Printed in Spain

Índice

Glosario

Afinación. Sistema en el que prevalecen determinados intervalos justos. Todos los intervalos pueden expresarse racionalmente.

Afinación justa. Véase: *justa entonación.*

Afinación pitagórica. Sistema de afinación basado en la octava (2/1) y la quinta (3/2). Todas las operaciones de suma y resta de intervalos pueden reducirse a la multiplicación de la razón de la quinta y división por la de la octava.

Apotomé. Semitono mayor cromático en la afinación pitagórica. Es la diferencia entre el tono (9/8) y el *limma* (256/243) y su razón es 2.187/2.048 (114 cents).

Áurea (sección). Su razón es $(\sqrt{5}-1)/2$.

Buen temperamento. Temperamento cíclico propio de los siglos XVII y XVIII, en el que se puede modular a todas las tonalidades. El círculo de quintas presenta una disposición irregular.

Cent. Unidad lineal de medida de intervalos. La centésima parte de un semitono en el temperamento igual. La octava comprende 1.200 cents y, por tanto, la razón del cent es $\sqrt[1.200]{2}$.

Círculo de quintas. Disposición de las notas de un sistema por quintas de modo que se forme un círculo cerrado en el que una o más quintas puede ser de diferente tamaño que las demás.

Comma pitagórico. Diferencia entre 6 tonos mayores y la octava o, en el círculo de quintas, entre 12 quintas y 7 octavas. En la afinación pitagórica es la diferencia entre notas enarmónicas, Si♯-Do, Re♯-Mi♭, etc. Su razón es 531.441 : 524.288 $\simeq$ 74/73 (c. 24 cents).

Comma sintónico. Diferencia entre el ditono pitagórico (81/64) y la tercera mayor justa (5/4), o entre el tono mayor (9/8) y el tono menor (10/9). Su razón es 81/80 (c. 22 cents).

Cromático (a). Aplicado a la octava, cuando en ésta aparecen alteraciones dando lugar a varios semitonos contiguos. Aplicado al semitono, menor en la afinación justa (25/24) y mayor en la pitagórica (2.187/2.048).

Diatónico (a). Aplicado a la escala, ésta se divide en tonos y dos semitonos. Aplicado al semitono, menor en la afinación justa (25/24) y mayor en la pitagórica (2.187/2.048).

Díesis. Literalmente, «separación». Es la diferencia entre los semitonos mayor y menor o, en la afinación justa y los temperamentos mesotónicos, la diferencia de 7 octavas sobre 12 quintas.

División aritmética. División de la diferencia entre dos cantidades en partes iguales, de forma que resulte una progresión aritmética: 10 : 9 : 8 : 7 : 6; $10-9=9-8=8-7=7-6$.

División armónica. División de la diferencia entre dos cantidades de tal forma que la razón de las diferencias sea igual a la razón de tales cantidades: 6 : 4 : 3; $6-4=2$; $4-3=1$; $2/1=6/3$.

División geométrica. División proporcional entre dos cantidades en proporciones iguales de modo que resulte una progresión geométrica: 4 : 2 : 1; $4/2=2/1$. En caso que sea posible, divide la razón de un intervalo en dos partes iguales.

División múltiple de la octava. División de la octava en más de 12 partes.

Enarmónico (a). Género clásico en el que aparecen intervalos menores que el semitono. Aplicado a la octava, división de ésta en *díesis,* diferencia entre el semitono mayor y el menor, D – Do♯ – Re♭ – Re – Re♯ – Mi♭ – Mi..., etc. Las notas separadas por una *díesis* coinciden en el temperamento igual (Do♯ = Re♭, Mi♯ = Fa, etc.).

Justa entonación. Afinación con intervalos puros o naturales: octava 2/1, quinta 3/2, tercera mayor 5/4.

Quinta del lobo. Quinta mayor o menor que las del resto del sistema colocada generalmente entre Sol♯ y Mi♭ e impracticable.

Limma. Semitono menor diatónico en la afinación pitagórica, de razón 256/243 (90 cents).

Mesotónico. Temperamento con tonos iguales gracias a la eliminación del *comma sintónico.* Véase: *temperamento mesotónico.*

Meride. Unidad de medida de intervalos usado por Sauveur. Es 1/43 de la octava y, por tanto, su razón, equivale a $\sqrt[43]{2}$. Cada *meride* se divide en *7 heptamerides* y cada *heptameride* en 10 *decamerides.*

Mesolabio. Instrumento mecánico atribuido a Arquímedes para hallar dos o más medidas proporcionales, imposibles de conseguir por medios aritméticos o geométricos.

Monocordio. En su origen, instrumento musical de una sola cuerda. Colocada ésta sobre un *kanon* o regla numerada sirve para la determinación matemática exacta de las razones de los intervalos.

Schisma. Diferencia entre los *commas* sintónico y pitagórico de razón 32.805 : 32.768 (c. 2 cents).

Sistema cíclico. Disposición de las quintas de forma que no haya ninguna impracticable, sean o no iguales.

Sistema irregular. Véase: *temperamento irregular.*

Sistema regular. Disposición del círculo de quintas en el que todas o todas menos una tienen el mismo tamaño.

Superparticular. Razón de la forma n + 1/n.

Temperar. Variar ligeramente la afinación de algunos intervalos, en especial las quintas, para conseguir determinadas ventajas armónicas; terceras aceptables (temperamentos mesotónicos) o eliminación de la quinta del lobo (temperamentos irregulares e igual).

Temperamento igual. La octava se divide en 12 partes o semitonos iguales de razón $\sqrt[12]{2}$. Las quintas quedan ligeramente bajas y las terceras mayores muy altas.

Temperamento irregular. Sistema en el que más de una quinta es diferente a las demás. Hay que exceptuar la justa entonación.

Temperamento mesotónico. En sentido estricto, «de tonos medios» entre el mayor (9/8) y el menor (10/9). Las quintas deben reducirse ($\sqrt[4]{5}$) para que las terceras mayores sean justas (5/4).

Introducción

Nuestra escala actual consta de doce partes, doce semitonos iguales. ¿Por qué 12 y no 8, 35 o 157? ¿Y por qué iguales? Son bien conocidas otras escalas como la pentáfona (China, Java), heptáfona (Siam), los 17 intervalos de la música árabe o los 22 *s'rutis* de la música hindú, algunas en temperamento igual, otras no. La división de la octava (la octava es el intervalo básico a dividir; los intervalos mayores pueden incluirse en ella) está estrechamente emparentada con la apreciación de las consonancias dentro de cada cultura. Al escuchar dos sonidos sucesivos o simultáneos su combinación nos resulta más o menos «agradable». Un desideratum sería que en la división de la octava se incluyesen el mayor número posible de intervalos «agradables», es decir, de consonancias. Hay algunas de éstas que parecen gozar de cierta universalidad como la octava o quinta (y cuarta), no así otras como las terceras y sextas, producto de la polifonía occidental. El descubrimiento de la serie de los armónicos dotó de una cierta «naturalidad» a las consonancias, pero las condiciones culturales parecen incidir más que aquélla en su elección dentro de la estética musical. Nuestra actual escala temperada no contiene ninguna consonancia justa a excepción de la octava.

Este libro no pretende entrar en consideraciones extramusicales de tipo cultural, religioso o estilístico sobre los diferentes sistemas de afinación de la octava en la cultura occidental (ni siquiera se ofrecen ejemplos musicales). No es tampoco un manual para afinadores o un tratado de organología, aunque se incluyen diferentes informaciones de carácter histórico al respecto que pueden resultar interesantes para los afinadores de instrumentos históricos. El desarrollo de cualquiera de estos tópicos alargaría extraordinariamente la exposición de nuestro tema. Lo que sí pretende el libro es ofrecer de forma clara, escueta y exacta una muestra amplia de las principales afinaciones y temperamentos que han aparecido y se han puesto en práctica a lo largo de nuestra historia musical. No es sin embargo una colección o catálogo de temperamentos. En el clásico libro de Barbour (1951) aparecen más de 180 de tales sistemas. Lo que intentamos ofrecer es, de forma históricamente contextualizada, aquellos sistemas de temperamento más importantes de nuestra historia musical y que en la práctica se reducen a seis o siete. Éstos, los más importantes, se tratarán de una forma más detenida pero se incluyen asimismo otros menos importantes emparentados con ellos o que han tenido algún tipo de relevancia histórica o teórica.

Sistemas de notación

Hay formas diferentes de mostrar la relación entre las notas de un sistema musical. M. Lindley por ejemplo (2001a) usa un sistema romboidal en el que se ve la relación entre quintas y terceras mayores. Barbour usa la notación de Eitz en la que el exponente ^{0} (cero), designa la nota justa en el inicio del sistema y el exponente $\pm n$ añadido a la nota, indica que se ha aumentado o disminuido en n commas sintónicos. Todo ello por la facilidad que supone la expresión en forma lineal. En el temperamento de 1/4 de comma, por ejemplo, la tríada mayor de Do queda: Do^0 – Mi^{-1} – Sol$^{-1/4}$ (tercera mayor justa y quinta reducida en 1/4 de comma respecto al Do inicial). El «círculo de quintas» en forma lineal se expresaría en la «afinación justa» (con la notación anglosajona) de la forma siguiente:

Ab^{+1} Eb^{+1} Bb^{+1} F^0 C^0 G^0 D^0 A^{-1} E^{-1} B^{-1} F♯$^{-1}$ C♯$^{-2}$ G♯$^{-2}$

Se muestra así cómo hay tres cadenas de quintas justas separadas entre sí por −1cs entre Si♭-Fa, Re-La y Fa♯-Do♯.

Cuando se quiere alterar las notas con otros microintervalos, éstos pueden indicarse igualmente. P. e. C^0–E^{-Cp} indica una tercera mayor pitagórica reducida en un comma pitagórico o su equivalente, una tercera mayor justa menos un schisma (diferencia entre ambos commas).

Preferimos sin embargo remitirnos sin más al círculo de quintas en el que se ve de forma directa las implicaciones de cada sistema aunque sea el lector quien tenga que sacar las consecuencias implícitas en cada uno de ellos, círculo de quintas que mostraremos únicamente en las afinaciones y temperamentos más importantes. En los demás nos remitimos a su exposición lineal. El ejemplo anterior quedaría:

La♭ Mi♭ Si♭ Fa Do Sol Re La Mi Si Fa♯ Do♯ Sol♯
0 0 –1c 0 0 0 –1c 0 0 0 –1c 0

Clasificación de los diferentes sistemas

En el siglo XIX, Bosanquet (1876, p. 60 y ss.) introdujo una nomenclatura clasificatoria de los distintos sistemas de afinación y temperamento que se ha hecho canónica. Es ésta:

Sistemas regulares (Regular Systems) son aquellos en los que todas sus notas pueden ordenarse en una serie continua de quintas iguales sin que necesariamente formen un círculo cerrado. La afinación pitagórica y el temperamento mesotónico son sistemas regulares aunque una quinta (de problemático uso) no sea igual a las demás.

Sistemas regulares cíclicos (Regular Cyclical Systems) son aquellos que no sólo son regulares sino que en ellos se vuelve a la misma nota tras un número determinado de quintas. Cada uno de estos sistemas divide la octava en un número dado de partes iguales, 12 o los que sean. Antes de Bosanquet se les ha denominado de varias formas, «sistemas temperados» (J. Sauveur), «temperamentos geométricos» (G. L. Scott) por la división de la octava en partes iguales, «sistemas circulantes» (G. Riccati), lo cual es obvio, o «sistemas de intervalos conmensurables» (R. Smith) (P. Barbieri, 1987, p. 291, n., quien añade la actual terminología anglosajona de ETS (*Equal-Tempered Systems*).

Bosanquet denomina a los sistemas regulares *positivos* o *negativos* según sus quintas sean mayores o menores que las del temperamento igual (700 cents). Esta referencia al temperamento igual como punto de comparación y demarcación nos aleja del objetivo general del presente libro. Las quintas justas, mayores que las de este temperamento, harían, claro, un sistema positivo.

Sistemas irregulares (nos parece peor terminología «sistemas desiguales» o «no iguales») son aquellos que, además de la del lobo, presentan un círculo con quintas de diferentes tamaño, como es el caso de los «buenos temperamentos» barrocos.

División múltiple de la octava. Utilizamos este término cuando se añaden notas para conseguir determinadas ventajas en la práctica musical (Sol♯ y La♭ como notas diferentes, por ejemplo, para disponer de una IIIM a partir de Mi o una IIIm desde Fa). En otros casos, al referirnos, en general, a más de 12 notas por octava.

La unidad logarítmica cent

Desde Pitágoras, los intervalos se expresan mediante una razón. Sin embargo, tal sistema tiene numerosos inconvenientes: para sumar y restar intervalos hay que multiplicar o restar sus razones, para dividir un intervalo m en n partes hay que hallar $\sqrt[n]{m}$ siendo imposible a menudo la división (geométrica) en partes iguales, o es difícil la comparación entre intervalos cuando estos son muy pequeños. Ya desde la Antigüedad hubo intentos de reconvertir las razones en cantidades lineales discretas sin mucho éxito. Se consigue sólo a partir del siglo XVII mediante el uso de logaritmos. Los logaritmos convierten precisamente las multiplicaciones y divisiones en sumas y restas y permiten «ver» inmediatamente la «longitud» de un intervalo. Es sabido que $\log pq = \log p + \log q$, $\log p/q = \log p - \log q$, $\log p^q = q \log p$ y $\log p^{1/q} = (1/q) \log p$. Ello nos permitirá expresar las fracciones en unidades lineales que puedan sumarse y restarse. La unidad logarítmica más usada en la actualidad es el «cent» («centésimo»). Un «cent» es la centésima parte de un semitono temperado, el cual tiene 100 cents, la octava 1.200, quinta 700, etc. Como 1 cent es la 1.200ava parte de la octava 2:1 ($\sqrt[1.200]{2}$), para transformar una fracción en cents basta aplicar la fórmula $1.200 \times \log_2$ (p:q) que puede transformarse en esta otra, $1.200/\log_{10}2 \times \log_{10}$ (p:q) para poder utilizar logaritmos naturales (vid. Apéndice I para una explicación más detallada).

Utilizando por tanto la fórmula equivalente c. = log (p:q) × 1.200/log2 y puesto que 1.200/log2 = 3.986,31, para hallar los cents correspondientes a una razón basta seguir estos tres pasos:

a) hallar la fracción dividiendo el numerador por el denominador
b) hallar su logaritmo
c) multiplicar el resultado por 3.986,31...

Pongamos el caso de la V de razón 3:2. a) 3:2 = 1,5, b) log 1,5 = 0,176..., c) 0,176 × 3.986,31 = 701,9543467... ≈ 702 cents.

Ahora para sumar una V y una IV, en lugar de utilizar la expresión 3:2 × 4:3 simplemente sumamos 702 + 498 cents. Puede verse cómo los respectivos 700 y 500 cents del temperamento igual se desvían ligeramente de los de la afinación justa. A la hora de sustraer un intervalo de otro simplemente restamos sus respectivos cents.

No menos importante es la posibilidad de dividir una consonancia en partes iguales. La división de una IIIM justa en dos partes iguales usando fracciones sería, $\sqrt[2]{5:4}$, usando cents, 400 = 200 + 200. Utilizamos los cents correspondientes al temperamento igual, para el que está adaptado esta división y en el que cada intervalo equivale a la cantidad de semitonos de que se compone multiplicados por 100.

Una ventaja adicional está en las fáciles comparaciones que pueden establecerse entre intervalos. Es difícil, por ejemplo, saber si el comma pitagórico de razón 531.441:524.288 excede o no y en qué proporción al comma sintónico de razón 81:80. Traducido a cents, el primero equivale a 24 y el segundo a 22 cents. Es fácil ver que uno excede al otro en 2 cents, la 50ª parte de un semitono temperado.

Hay sin embargo algún inconveniente en el uso sistemático de cents. Ellis los diseñó para el temperamento igual, el habitual en 1885. Si lo comparamos con la afinación justa, vemos que los «números redondos» aparecen en los intervalos temperados, no en los justos, dando la falsa impresión de que son las consonancias justas las desviadas respecto a las temperadas, cuando el caso es exactamente el contrario.

Afinación justa, V = 701,95 cents; IIIM = 386,31 cents, IIIm, 315,80 cents.
Temperamento igual, V = 700 cents, IIIM = 400 cents, IIIm = 300 cents.

En el caso de la V, la diferencia es poca, pero en el caso de la IIIM hay +13,69 cents de error en el temperamento igual y en el de la IIIm –15,80 de diferencia. Toda desviación que supera los 3 cents es apreciable para un oído fino y en nuestro actual temperamento las terceras prácticamente lo quintuplican. No vamos a entrar en la polémica entre defensores o detractores de la afinación justa y/o temperamento igual. Para un oído actual, acostumbrado a este último, la entonación natural suena un tanto apagada y lánguida, mientras que, dicen, si uno se reeduca, el temperamento igual le resulta agresivo y discordante (los testimonios históricos al respecto han sido abrumadores hasta la generalización de éste).

Afinación, temperamento, batidos, consonancia y disonancia

El término «afinación» puede entenderse en un sentido amplio como la puesta a punto de un instrumento musical para su utilización («afinar un instrumento»). En sentido estricto, «afinar» se referiría a ajustar cada nota individual a su propia frecuencia. En este sentido sólo hay dos afinaciones, la pitagórica (quintas justas) y la justa (quintas y terceras justas). Como afinar quintas y terceras justas (además de la octava) es imposible, hablamos de «temperamento». «Temperar» es algo así como «desafinar convenientemente» una serie de consonancias para que surjan escalas practicables, llegando a un compromiso entre consonancias incompatibles para que la práctica sea posible. No hablamos de «temperamento pitagórico» o «temperamento justo», que sería una contradicción, así como no decimos «afinación mesotónica». Como diría Tartini a mediados del siglo XVIII, se trata de «deformar las razones de forma razonable» y, como es de esperar, las posibilidades de «desajuste» son múltiples.

Como veremos con más detenimiento, la diferencia entre cuatro quintas y una tercera mayor es el *comma sintónico.* Para su eliminación (de eso trata el temperamento) será necesario repartirla entre las cuatro quintas desafinándolas en 1/4 de comma (–1/4c) cada una. Otro intervalo a eliminar repartiéndola entre otros intervalos es la *díesis enarmónica,* la diferencia entre una octava y tres terceras mayores. Finalmente, el *comma pitagórico* muestra la incompatibilidad entre 12 quintas justas y 7 octavas. La eliminación tanto de la díesis como del comma pitagórico permite «cerrar el círculo» de quintas haciendo coincidir en una misma nota sostenidos y bemoles. Los diferentes temperamentos responden a la eliminación de tales «restos» que aparecen cuando intentamos aunar octavas, quintas y terceras (y quizás séptimas menores).

Aunque este no es un manual para afinadores, es necesario indicar algunos elementos que entran en juego en el temperamento, del que encontramos en los teóricos musicales dos tipos de descripciones. Una, de índole práctica, utiliza terminología de este tipo, «bajar un poco las quintas de tal modo que la tercera sea casi justa». Términos como «un poco» o «casi» o «tolerables» son evidentemente ambiguos pero útiles para un afinador habitual. Otra descripción, más estricta, intenta delimitar cuánto se altera un intervalo exactamente y cómo afecta al resto. Hay teóricos que describen temperamentos en uso del primer tipo, muy cercanos a la práctica musical concreta (Rousseau), otros son teóricos de corte matemático que calculan de forma abstracta las fracciones de comma en que un intervalo se altera un tanto, al margen de la eficacia musical (Romieu) y otros, finalmente, aúnan la pericia musical con el conocimiento de la teoría (Zarlino o Salinas). Es evidente que un cembalista que dispone de poco tiempo para afinar su instrumento no calcula las alteraciones en «cuartos de comma». Tales cálculos se hacen a posteriori.

La práctica habitual es afinar los intervalos puros de cada sistema, estableciendo los límites de sus notas y luego temperar de forma igual las quintas que los componen. Un caso sencillo: en el temperamento de Aron, afinamos la IIIM Do-Mi justa y, manteniendo fijas estas notas, reafinamos (temperamos) las cuatro quintas que la componen acortándolas en la misma cantidad. Si la IIIM es –1cs respecto a la pitagórica, es obvio que hemos repartido dicho comma de diferencia entre las cuatro quintas y que por tanto cada una de ellas ha descendido en 1/4 de comma. Lo mismo podemos hacer con el resto: afinar los intervalos justos que haya en el sistema y reafinar las quintas que los componen.

En la afinación «a oído» tanto de intervalos justos como temperados, los afinadores recurren al fenómeno físico de los batidos. Cuando en el unísono o en una consonancia variamos ligeramente la frecuencia (altura) de uno de los sonidos, comienzan a escucharse una serie de pulsaciones sonoras llamadas «batidos» con una frecuencia determinada. Tales batidos desaparecen cuando los dos sonidos vuelven a coincidir o se separan lo suficiente como para hacer otro intervalo. La frecuencia de los batidos, que pueden contarse cuando no es muy grande, es la diferencia entre las frecuencias de ambos sonidos y únicamente se escuchan cuando éstas están muy próximas. Por ejemplo, entre un sonido de 440 Hz y otro de 442 o 438 Hz, la frecuencia de batido será de 2 Hz por segundo, positiva en un caso, negativa en el otro. Cuando ambos sonidos se separan más de 15 Hz sus pulsaciones, demasiado rápidas, ya no se aprecian y se oyen como dos sonidos separados. Uno de los objetivos de todo temperamento será la eliminación en lo posible o control de los batidos, que son una herramienta a utilizar por el afinador. Hay que tener en cuenta que en cada octava superior la frecuencia de los sonidos se duplica.

El efecto de los batidos puede ofrecer también una explicación de la consonancia. Sólo en el último cuarto del siglo XIX y gracias sobre todo a los hallazgos de H. Helmholtz sabemos que el efecto de la consonancia y disonancia es un hecho físico-fisiológico de gran complejidad que se debe fundamentalmente a la coincidencia de los primeros armónicos de cada sonido base. Como todo músico sabe, un sonido grave lleva asociados otros sonidos más agudos que forman una serie, la serie de armónicos. La consonancia es producto de la coincidencia de armónicos entre dos o más notas; la disonancia, de una menor coincidencia o una cercanía excesiva entre armónicos que puede producir batidos. La comparación de los armónicos de dos sonidos explica muchos fenómenos. Entre Do y Sol, por ejemplo coinciden aquellos armónicos que tienen la relación 3:2, 3, 6, 9... de Do y 2, 4, 6... de Sol, entre Do y Fa, 4, 8, 12... con 3, 6, 9... formando 4:3, etc. (véase Apéndice II). Un intervalo es más consonante cuantos más armónicos (y más cercanos a las notas base) tengan en común.

Hay otros hechos interesantes. Por ejemplo, la IIIM es más difícil de afinar que la V porque pueden producirse batidos entre parciales poco separados entre sí como entre los armónicos 4, 6 y 8 de Do y los 3, 5 y 6 de Mi, a distancia de un semitono: Do-Si, Sol-Sol♯, Do-Si. Nada de esto ocurre en el caso de la V. Otro hecho interesante es qué ocurre con la complementariedad de dos consonancias en la octava. En el caso de que la consonancia menor esté en el grave y la mayor en el agudo (división aritmética) ambas baten con la misma velocidad; en el caso contrario (división armónica), la menor de la parte aguda batirá con doble frecuencia que la mayor en la grave.

├──	VIII	──┤		├──	VIII	──┤	
4	3	2		6	4	3	
Do	Fa	do		Do	Sol	do	
IV		V		V		IV	

En el primer caso, el 4º armónico de Do (do') coincide con el 3º de Fa (do') y con el 2º de do (do'); en el segundo, el 3^{er} armónico de Do (sol) lo hace con el 2º de Sol (sol), pero sólo el 4º de Sol (sol') coincide con el 3º de do (sol') (y con el 6º de Do, sol'). El recurso de complementar quintas y cuartas a la octava es muy utilizado por los afinadores, pero igual ocurre con otros intervalos complementarios: IIIM-VIm o VIM-IIIm.

Breve historia de las afinaciones y temperamentos en Occidente

En Grecia aparecen diferentes afinaciones de la octava. De ellas destacan tres: la afinación pitagórica, el sistema de Aristóxenos y la división diatono-sintono de Ptolomeo. Sólo la primera pasó a la Edad Media a través de la obra de Boecio. Es una afinación de quintas justas con terceras mayores muy agudas, muy buena para la monofonía.

El nacimiento y desarrollo de la polifonía exigirá el uso de terceras y sextas más justas, algo que la afinación pitagórica no ofrecía. Será en el Renacimiento cuando se establezca la entonación natural o justa que coincide con la de Ptolomeo. Esta entonación es imposible de llevarse a la práctica tal cual y dará origen tanto a la división múltiple de la octava como a diversas variedades de temperamentos de tonos medios o mesotónicos. Mientras, habían aparecido diferentes temperamentos semipitagóricos e irregulares, en especial para laúd y vihuela, con lo que en los siglos XV, XVI hay una gran cantidad de sistemas de afinación en juego.

En el siglo XVII asistimos a la Revolución Científica y al nacimiento de la acústica mientras es, en general, el mesotónico de 1/4c el temperamento habitual. Pero este temperamento presenta el grave problema de que no cierra el círculo de quintas. La ampliación sucesiva del ámbito modulatorio hará que en el XVIII se planteen varias opciones de temperamentos irregulares o desiguales que, separando las tonalidades diatónicas de las cromáticas, permitan el cierre del círculo de quintas y la modulación a todas las tonalidades. Son los temperamentos barrocos franceses y alemanes que permiten dar a cada tonalidad sus características emocionales particulares dependiendo de la diferente gradación de los intervalos.

En el siglo XIX se impone definitivamente el temperamento igual, un temperamento ya conocido y perfectamente estructurado por Salinas a finales del siglo XVI, pero que había ido siendo rechazado por sus terceras muy agudas en un principio y después por hacer iguales todas las tonalidades sin que éstas presenten características propias. Generalizado en España y Francia primero y luego en Alemania e Italia, Inglaterra fue el último país en adoptarlo debido al conservadurismo de sus organeros. Puede considerarse un heredero de la afinación pitagórica por sus quintas casi justas o de las divisiones de Aristóxenos por la división de los intervalos en partes iguales. En el siglo XX, con la plena adopción del temperamento igual, han surgido no obstante alternativas a la división de la octava en 12 partes iguales derivadas de las nuevas necesidades sonoras, casi todas ellas ya exploradas en épocas anteriores.

Este libro intenta mostrar las diferentes alternativas de afinación y temperamento que se han dado en Occidente y las coordenadas conceptuales correspondientes para que el lector curioso pueda, y este es el principal objetivo del libro, acudir a las fuentes, conociendo de antemano los presupuestos teóricos y prácticos de los diferentes autores. Sólo se han explorado, y desde un punto de vista histórico o historicista, las propuestas más conocidas y las que más éxito han tenido, hasta el punto de que muchas de ellas se siguen utilizando hoy día. Mencionamos también otras obsoletas hoy día pero que en su momento recibieron la atención de los teóricos musicales. En cualquier caso, nos ha parecido más interesante desbrozar el contexto histórico en que aparecen los distintos sistemas de afinación y temperamento que dar una lista desnuda de éstos, por muy completa que fuese. Ello nos ha llevado a veces a citas relativamente extensas de textos importantes de nuestro pasado musical. Aunque pueda parecer engorroso, lo preferimos a una reelaboración posterior a partir de fuentes secundarias o de interpretaciones particulares.

Agradecimientos

Este libro está dedicado en primer lugar a mi mujer, que me ha aguantado mientras lo escribía.

Y de forma especial a Cristina Bordas y Luis Robledo, sin cuyos conocimientos, amistad, conversación, consejos y nutrida biblioteca musical hubiese sido totalmente imposible de llevar a cabo. Gracias.

1 Grecia

El sistema musical griego

Consonancias

Antes de referirnos a los sistemas de afinación de la Antigüedad es necesario conocer algo de su sistema musical y su vocabulario específico que contiene matices algo diferentes a los nuestros. Las tres consonancias importantes de la música en Grecia son: la octava o *diapason* («a través de todas las notas»), quinta o *diapente* («a través de cinco») y cuarta o *diatessaron* («a través de cuatro»). El término griego «dia-pason» expresa mejor que el de «octava» el hecho acústico de que en la octava están «todas» las notas, es decir, cualquier intervalo que supere la octava puede introducirse en ésta. No hay, por otra parte, una consonancia menor que la cuarta. El término para ésta, *tetracordio*, hace referencia explícita a las cuatro cuerdas del instrumento musical. Todo intervalo menor que un tetracordio se considera disonante (véase Aristóxenos, I, 20, II, 45).

La octava se compone de quinta y cuarta o de dos cuartas separadas por un tono:

```
          |—— IV ——|—— V ————————|
          |—— V —————————|—— IV ——|
VIII      Mi         La    Si          mi
          |—— IV ——|Tono|—— IV ——|
```

Frente a esta terminología usual aparece otra menos importante. Nicómaco (*Manual*, ix) dice que Filolao denominó a la octava *harmonia* (de *armozo*, «ajustar», «hacer encajar») referido al ajuste de cuarta y quinta. De ahí que las diferentes especies de octava griegas se denominen *harmoniai* (lo que luego se entendería no muy exactamente como «modos»). La cuarta se denominaría *syllaba* (*syllambano*, «tomar conjuntamente», «reunir») por ser la unidad consonante más elemental, y la quinta *dioxeian* (*di-oíxomai*, «pasar», «concluir») porque, con la cuarta, completa la octava.

División tetracordal. Géneros

Las dos notas extremas de un tetracordio son fijas *(hestotes)* y las dos intermedias móviles *(keinoumenoi),* algo así como notas de paso, variables según los tres diferentes géneros.

Géneros (los números indican los tonos o fracciones de tono)

Diatónico	La	1	Sol	1	Fa	½	Mi
Cromático	La	1 ½	Sol♭	½	Fa	½	Mi
Enarmónico	La	2	Sol♭♭	¼	Fa♭	¼	Mi

Las notas se han colocado en forma descendente, tal como aparece en la teoría musical clásica griega. Sólo a partir de Boecio (siglo VI) aparecen en forma ascendente. Las fracciones hacen referencia de forma muy genérica a tonos o fracciones de tono no muy bien definidos. El grupo de los dos intervalos menores en los géneros cromático (Sol♭-Fa-Mi) y enarmónico (Sol♭♭-Fa♭-Mi), menor que el primer intervalo, se denomina *pycnon* (lat. *spissum* o *densum*). Tanto en la tradición pitagórica como aristoxénica se dan diversas calificaciones a los tetracordios, *malakon* (suave), *syntonon* (intenso), etc. (véase más adelante). Hay que suponer que los griegos, como muchos pueblos hoy día, distinguían intervalos menores que el semitono.

Lo que ahora intentará ofrecernos la teoría musical es un intento de sistematización y posterior cuantificación de esta práctica musical. Filolao y Nicómaco (XII, p. 262) denominan *díesis* (separación) al «cuarto de tono» y Aristóxenos (I, 14, II, 46) al intervalo mínimo que puede apreciar el oído, distinguiendo entre *díesis cromática* y *díesis enarmónica*. Según A. Quintiliano (I, 9), el término «enarmónico» proviene del «estrechamiento» *(apò tou synermószai)* de los intervalos del *pycnon*; según Nicómaco, «diatónico», porque en este género se progresa «por tonos» *(dià ton tónon),* inexistentes en los otros géneros; «cromático», evidentemente, de «color» *(chroma),* género intermedio entre los otros dos «como el color lo es entre el blanco y el negro».

El género más usual era sin duda el diatónico, mientras el enarmónico era el más rebuscado y difícil (Aristóxenos, I, 19). Según Plutarco, el cromático habría sido introducido por Timoteo y el enarmónico por Olimpo (fundador del arte del *aulos*), género que debió ir desapareciendo poco a poco de la práctica musical debido a su dificultad. Ptolomeo (I, 13) por su parte nos dice que fue Arquitas el primero en clasificar los tres géneros debido a su interés en la medición de los intervalos.

Al margen de estas apreciaciones, lo que es conveniente decir es que el género enarmónico, visto con reticencia por Platón, fue para la posteridad un género «mítico» pues no estuvo en práctica después, mientras se suponía que producía «efectos» extraordinarios en el oyente. Veremos cómo humanistas como Vicentino intentarán su restauración siglos más tarde. Sobre el cromático hay que señalar la diferente concepción que tiene en la práctica musical griega y en la occidental posterior. La música griega era casi con toda seguridad monofónica y la cuarta se dividía en tres intervalos; en la posterior práctica musical occidental, el término «cromático» se refiere a la división de la octava en semitonos, «coloreando» el diatónico; la cuarta puede componerse de cinco semitonos. Aplicados a los semitonos, los términos «diatónico» y «cromático» harán referencia a dos diferentes tipos, el semitono diatónico, entre dos notas de nombre diferente (Mi-Fa), cromático entre notas del mismo nombre (Mi-Mi♭).

Sistemas

Así como las consonancias se componen de intervalos menores, los sistemas *(systemata)* se componen de consonancias. El menor de éstos sería, según Ptolomeo, la octava (V+IV). Sin embargo, los sistemas pueden construirse a partir de la unidad tetracordal mediante conjunción *(synapé)* o disyunción *(diazeuxis)* de tetracordios. El heptacordio se compone de dos tetracordios conjuntos, el octacordio de dos tetracordios disjuntos, separados por un tono.

El primero correspondería a la clásica lira de siete cuerdas cuya forma definitiva la habría establecido Terpandro en el siglo VII a.C.: Mi Fa Sol La Si♭ Do Re, dos tetracordios iguales conjuntos Mi-La-Re, en el modo Mixolidio (véase Cleónides, *Isagogé*, 12; Plinio, *Historia natural* VII, 204). Las notas se designan mediante las cuerdas de la lira,

Mi: Hypate, «la más alta» (del instrumento; es la de sonido más grave).
Fa: Parhypate, «la cercana a la hypate».
Sol: Lichanos, «dedo índice» (se tocaría con este dedo).

La: Mese, «la del medio».
Si♭: Paramese, «la cercana a Mese» (a veces, Trite; la tercera contando desde Nete).
Do: Paranete, «cercana a Nete».
Re: Nete, «la más baja» (en el instrumento; la de sonido más agudo).

El octacordio se compone de dos tetracordios iguales disjuntos formando una octava: Mi-La, Si-mi. Plinio atribuye la adición de la octava nota a Simónides (556-468 a.C.) y Boecio (I, 20) a un desconocido Lycaon de Samos. Debió ocurrir hacia la época en que Pitágoras, según la tradición, hacía sus descubrimientos acústicos. La nueva nominación de las cuerdas del tetracordio agudo es: Si: Paramese, Do: Trite, Re: Paranete, mi: Nete. Es la forma canónica de la octava en Grecia: dos tetracordios separados por un tono (hay otras variedades extrañas, de tipo frigio por ejemplo, véase Macran, p.18, o producto de la conjunción de tres tetracordios, Levin, pp. 231-232). A partir del siglo V aparecen liras de ocho, nueve y más cuerdas (es bien conocida la referencia de Pausanias a la condena de los espartanos a Timoteo —*ca.* 450-360 a.C.— por añadir cuatro cuerdas a las siete de la antigua lira).

Hay sistemas mayores que la octava de los que el más importante es el «Sistema inmutable» *(systema téleion ametabolon)* compuesto del octacordio central con tetracordios conjuntos en los extremos y otro interno modulatorio de «notas conjuntas» *(Synemmenon),* más una nota grave «añadida» *(Proslambanomenos)* para completar dos octavas:

T. Synemmenon: «conjunto»		Cuerdas		Tetracordios
		– la	Nete Hyperboleon	Hyperboleon:
		sol	Paranete Hyperboleon	«añadido», «superior»
		fa	Trite Hyperboleon	
		– mi	Nete Diezeugmemenon	Diezeugmenon:
– re	Nete Synemmenon	re	Paranete Diezeugmenon	«disjunto»
do	Paranete Synemmenon	do	Trite Diezeugmenon	
		– si	Paramese	
si♭	Trite Synemmenon			
– la	Mese	– la	Mese	Meson:
		Sol	Lichanos Meson	«del medio»
		Fa	Parypate Meson	
		– Mi	Hypate Meson	Hypaton:
		Re	Lichanos Hypaton	«el más alto»
		Do	Parypate Hypaton	
		– Si	Hypate Hypaton	
		La	Proslambanomenos	«Nota añadida»

Hay que señalar que los diferentes sistemas podrían darse en los tres géneros manteniendo fijas las notas comunes en los extremos de cada tetracordio y variando las móviles. No hay referencias a estos sistemas mayores en Aristóxenos (370 a.C.) pero sí en Euclides (300 a.C.). Debió ser en estos años su sistematización (los citan además de Euclides, Cleónides, Nicómaco, Ptolomeo, Gaudencio y Alipio).

Afinación de la escala

No hemos mencionado el complejo mundo de la modalidad griega, de las *harmoniai* y las octavas de transposición. Pero lo que llegó a Occidente tanto de los sistemas como de los «modos» fue sobre todo la constitución de la octava a partir del modo dórico (griego, no medieval) descendente:

mi		Re		Do		Si		La		Sol		Fa		Mi	T: tono
	T		T		S		T		T		T		S		S: semitono
Do		Re		Mi		Fa		Sol		La		Si		do	

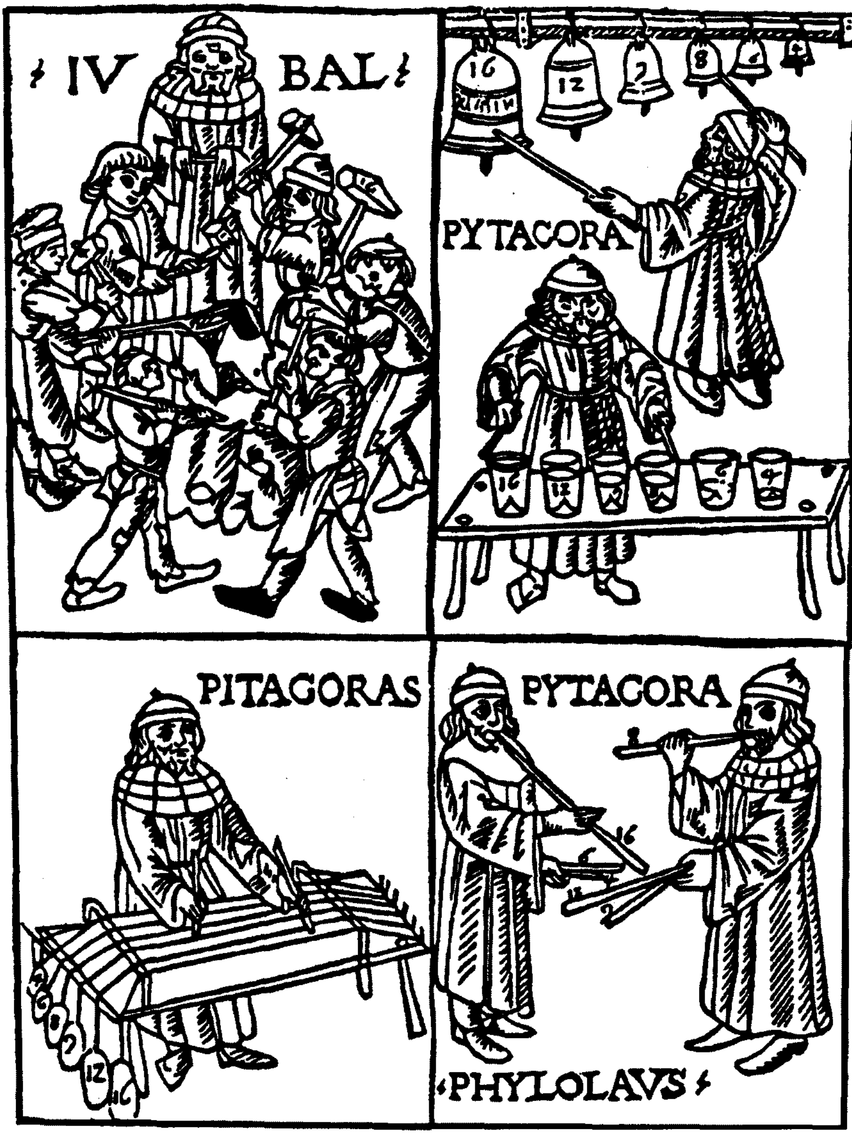
En realidad, la octava como «unidad de afinación» no aparece sino a finales del siglo XV con Ramos de Pareja y como una herencia de la especulación griega tras los sistemas hexacordales del medievo.

Como hemos dicho, «cuartas», «tonos» y «semitonos» son unidades armónicas cualitativas, dependientes de la separación entre cuerdas y que ahora será necesario «afinar», es decir, dotar a estos y los demás intervalos de una «medida» concreta si eso es posible. Las dos escuelas de pensamiento que encaran el problema son la pitagórica, en la que prima el elemento matemático racional, y la de Aristóxenos, con predominio de la sensación y la memoria.

La tradición pitagórica

Descubrimiento de las consonancias

Aunque la figura de Pitágoras (siglo VI a.C.) está envuelta en la leyenda, se le atribuyen una serie de importantes descubrimientos matemático-musicales que constituyen el inicio de la ciencia armónica, como el descubrimiento de las proporciones musicales, la importancia de la aritmética para la música, la teoría de la música de las esferas, etc. (cfr. el lugar clásico en Aristóteles, *Metafísica*, I, 5, 985b-986a). El primer autor del que conservamos la narración legendaria de sus descubrimientos acústicos es Nicómaco de Gerasa, del si-



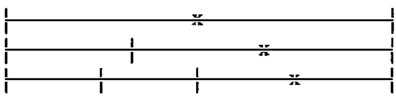
Descubrimiento de las razones de las consonancias por parte de Tubal y Pitágoras. F. Gaffurio, Theorica musice. *Milán, 1492.*

glo II. Posteriormente y con pocas variaciones nos la refieren Teón de Esmirna (siglo II), Censorino (siglo III), Jámblico (siglos III-IV), Macrobio (siglo IV), Gaudencio (siglo V)) y Boecio (siglos V-VI). La versión de este último («Quemadmodum Pythagoras proportiones consonantiarum investigaverit», I, x) nos dice que, desconfiando del voluble juicio del oído y de los instrumentos, Pitágoras buscó criterios más firmes e inalterables de las razones de las consonancias. Al pasar por delante de una herrería y escuchar los diferentes sonidos producidos por el golpear de los martillos, apreció que tales sonidos formaban una consonancia *(...exaudivit, ex diversis sonis unam quodammodo concinentiam personare).* Sorprendido y cavilando sobre el hecho, pensó que la diversidad de los sonidos podría deberse a la distinta fuerza de los golpes pero comprobó que no era así mandando cambiar de mano los martillos. Examina entonces el peso de éstos que, por azar, eran cinco. Aquellos cuyos pesos se encontraban en una proporción dupla producían el intervalo de octava *(secundum diapason consonantiam respondebant).* Igualmente, las razones entre pesos de 4:3 (sesquitertia), 3:2 (sesquialtera) y 9:8 (sesquioctava) dan los intervalos de cuarta (diatessaron), quinta (diapente) y tono. El quinto martillo es abandonado por no ser consonante *(iconsonans).* De estos intervalos, la cuarta es la consonancia mínima. Posteriormente repitió los experimentos con cuerdas, siempre con el resultado de que las razones de las consonancias se encuentran en los números 12:9:8:6 con la VIII entre 12:6, V en 12:8 y 9:6, IV en 12:9 y 8:6 y Tono *(tonum)* 9:8.

Boecio enfatiza la desconfianza de Pitágoras en los sentidos *(nullis humanis auribus credens...),* el designio divino del descubrimiento *(divino quodam motu)* y el esfuerzo mental que precedió al descubrimiento *(diuque aestuans inquirebat).* Otros autores ofrecen diversos detalles significativos como es el caso de Nicómaco, quien además de acudir al designio divino del descubrimiento señala el aspecto visual de éste o los pesos atados a las cuerdas. Teón añade a la tensión de las cuerdas producida de esta forma los experimentos con flautas o vasos parcialmente llenos de agua. Que matemáticos más o menos competentes como Nicómaco no apreciasen la falsedad del experimento en el caso de los pesos atados a cuerdas parece reforzar la idea del carácter legendario de la narración. La misma leyenda, cristianizada mediante la atribución al bíblico Tubal, hijo de Lamech y supuesto inventor del arpa y el salterio, la refieren Calcidio, Fulgencio o Isidoro de Sevilla. Ptolomeo (1, 8) rechaza su atribución a Pitágoras mientras Aristóxenos menciona que Hipaso de Metaponto realizó experimentos parecidos con discos de bronce. Sea lo que fuere, casi todos los tratadistas occidentales repiten la leyenda de los martillos sin variación hasta su descrédito a finales del siglo XVI.

Los experimentos pitagóricos pueden ejemplificarse en el monocordio. El *monocordio* (o *monacardio*) era en principio un instrumento musical consistente en una cuerda tendida entre dos extremos fijos (Ptolomeo, II, 8). Con una regla numerada o ***kanon*** sobre la cual puedan medirse las razones de los diversos sonidos producidos por los fragmentos de la cuerda sonora se convierte en el instrumento armónico por excelencia. Según Diógenes Laercio fue invención del propio Pitágoras.

Si tomamos una cuerda y, manteniendo constante la tensión, hacemos sonar toda la cuerda y su mitad, el intervalo entre los dos sonidos, cuya razón es 2:1, es la octava. Dividida la cuerda en tres partes y haciendo sonar toda la cuerda y dos partes (3:2) el intervalo es la quinta; dividida en cuatro partes y tomando tres (4:3), tenemos el intervalo de cuarta:



Octava 2:1	Latín:	Dupla
Quinta 3:2	»	Sesquialtera
Cuarta 4:3	»	Sesquitertia

Quedan así establecidas numéricamente las tres consonancias de la música griega incluidas en la octava. Obsérvese que terceras y sextas no se consideraban consonancias. Boecio dice explícitamente: «Diatessaron, qui est consonantia minima». Ello es debido al carácter monofónico de la música griega y a que la cuarta era el elemento mínimo estructural de los géneros y los sistemas.

Podemos ahora operar con las razones al margen de la percepción sonora. Se comprueba que la octava se compone de quinta y cuarta, $3{:}2 \times 4{:}3 = 2{:}1$ o, a la inversa, que la cuarta es la diferencia entre octava y quinta, $2/1 : 3/2 = 4/3$ (para sumar o restar intervalos se multiplican o dividen sus razones). El tono, diferencia entre quinta y cuarta, tiene la razón $3/2 : 4/3 = 9/8$. El resultado puede comprobarse dividiendo la cuerda en nueve partes y tomando ocho.

Es difícil valorar hoy día de forma adecuada la importancia de estos descubrimientos que constituyen la primera aplicación de las matemáticas a un hecho sensorial, físico y estético. Fue una prueba decisiva para los pitagóricos de que el cosmos se compone de números y que la vivencia estética subjetiva puede ser mensurable. Censorino ya nos decía que es necesaria la representación numérica de los sonidos para poder medirlos: «Quemadmodum voces, nec sub oculos, nec sub tactum cadentes, haberi posset mensuras...» (10). El monocordio tiene un papel muy importante en la afinación de intervalos hasta el siglo XVIII constituyendo incluso entonces una «demostración ocular» *(ocularis demonstratio)* de los intervalos. La tradición es tan persistente que incluso un ciego como F. Salinas acude a él. A. Quintiliano (III, 2) nos dice que el propio Pitágoras, al morir, recomendaba encarecidamente a sus discípulos estudiar el monocordio *(monokordízein)* pues la perfección de la música debe comprenderse intelectualmente y no por el oído.

Los cuatro primeros números descubiertos en el experimento de los martillos forman la «*tetractys* de la década» (1+2+3+4=10), recinto simbólico sagrado de la especulación pitagórica y que ocupa también en la cosmología un lugar destacado. Haciendo todas las combinaciones entre estos cuatro primeros números, las consonancias resultantes son: Unísono, 1:1; Octava *(Diapason),* 2:1; Octava más quinta *(Diapason-Diapente),* 3:1; Doble octava *(Disdiapason),* 4:1; Quinta *(Diapente),* 3:2; Cuarta *(Diatessaron),* 4:3. El resultado encaja bien en el sistema musical griego de doble octava. Hay sin embargo una consonancia que no aparece, la octava más cuarta (2:1 × 4:3 = 8:3). Uno de sus términos sobrepasa la tetractys y no es una razón ni múltiple ni superparticular. Ptolomeo (II, 4) la admite porque toda consonancia más la octava es una consonancia. El tono de razón 9:8 no es, obviamente, una consonancia.

Aritmética pitagórica. Teoría de las medias

Al margen de teorías numerológicas como las de Nicómaco, la Sección del Canon atribuida a Euclides (300 a.C.) recoge la teoría numérico-musical pitagórica desde los tiempos de Arquitas de Tarento, contemporáneo de Platón. Se apuntan aquí una serie de interesantes propiedades que van a formar un corpus de teoría musical repetido incesantemente por los teóricos musicales posteriores y que Euclides presenta de forma deductiva:

1) Hay una relación entre números y sonidos. Todo intervalo puede representarse mediante una fracción, habiendo una exacta correspondencia entre música y aritmética. Así, para «sumar» intervalos se multiplican sus razones y para «restar» se dividen. Dividir un intervalo en m partes iguales equivale a hallar la raíz m de dicho intervalo. 2) Los sonidos consonantes están siempre en razones múltiples $(pn{:}n)$ o superparticulares $(n+1{:}n)$. 3) Los intervalos son tanto más consonantes cuanto más cerca de la unidad se encuentra su razón. La quinta (3:2) es más consonante que la cuarta (4:3) porque sus términos se acercan más al unísono (1:1). Este principio adquiere en los pitagóricos un carácter casi místico. 4) La multiplicación de dos razones múltiples dan como resultado otra razón múltiple (2:1 × 2:1 = 4:1) y viceversa, si una razón múltiple puede bisecarse, el resultado son dos razones múltiples. 5) La multiplicación de dos razones superparticulares da como resultado una razón que no es múltiple ni superparticular. Y viceversa, una razón superparticular no puede dividirse en dos partes iguales (esto se aplica a la menor de las múltiples, 2:1). Se trata de un corolario a una proposición más general que dice que la multiplicación de dos razones no múltiples da como resultado otra que no es ni múltiple ni superparticular. Traducido a

consonancias musicales: la suma de dos consonancias (menores que la octava) siempre da lugar a una disonancia. Esto ha sido de una importancia capital en toda la teoría musical posterior: ninguna consonancia, la octava o menor que la octava (razón superparticular), puede dividirse en partes iguales. Acostumbrados como estamos a la «suma de semitonos» para hallar intervalos mayores, el hecho de que no pueda haber una unidad mínima cuya adición componga intervalos mayores ha sido siempre un escollo en todo teorizar musical. Pero el hecho es cierto, las tres consonancias más importantes, octava, quinta y cuarta, no pueden dividirse en partes iguales sino en partes desiguales, las cuales a su vez vuelven a dividirse en partes desiguales y así indefinidamente. Una V podemos dividirla en IIIM y IIIm, la IIIM en tono mayor y menor, el tono en semitono mayor y menor, el semitono... (cuando veamos la afinación justa constataremos el hecho numéricamente). 6) La octava no puede dividirse en tonos iguales (cada tono equivaldría a $\sqrt[6]{2}$): seis tonos de razón 9:8 superan la octava (2:1) en el llamado *comma pitagórico*:

6 tonos Do Re Mi Fa♯ Sol♯ La♯ Si♯

$(9/8)^6 : 2/1 = 531.441:524.288$

1 octava Do Do

Los sonidos que hoy consideramos «enarmónicos» no coinciden, Si♯≠Do, Mi♭≠Re♯, etc. Su diferencia es el comma pitagórico a favor de los sostenidos. La prueba euclidea es algo más complicada que la presentada aquí pero el resultado es el mismo (Levin, p. 29).

Los pitagóricos desarrollaron también la teoría de las «medias proporcionales», de amplia aplicación en la teoría armónica. Jámblico afirma que Pitágoras aprendió en Mesopotamia tres medias proporcionales, la aritmética, geométrica y armónica. Posteriormente, los propios pitagóricos añadieron más (Heath, I, p. 118).

Media aritmética. El término B es la media aritmética entre A y C ($A > C$) si $A - B = B - C$; $B = (A + C) : 2$.

La división aritmética de la octava es: 4 : 3 : 2 (4-3 = 3-2); la cuarta está en la parte inferior y la quinta en la superior.

Media geométrica. B es a C como A es a B; $A/B = B/C$; $B = \sqrt{AC}$.

Al establecerse la igualdad entre razones en vez de entre las diferencias, la media geométrica dividiría una razón en dos partes iguales, caso de ser posible. Hemos visto la imposible división de octava (2:1), quinta (3:2) y cuarta (4:3) en partes iguales debido a ser fracciones del tipo (n+1):n. Dividir la octava en dos partes iguales equivale a que cada parte sea $\sqrt{2}$; en la quinta, $\sqrt{3:2}$; en la cuarta, $\sqrt{4:3}$: «Superparticularis proportio scindi in aequa medio proporcionaliter interposita numero non potest [...] quam enim demonstrationem ponit Archytas [...] quocirca nullus incidit medius numerus, qui eam proportionem aequaliter scindat» (Boecio, III, 11).

Arquitas considera cómo el tono (9:8) no puede dividirse en dos partes iguales y cómo el *limma* (véase) no es la mitad del tono. Lo mismo ocurriría con cualquier razón superparticular o con la división de ésta en *m* partes iguales $[\sqrt[m]{(n+1):n}]$.

Media armónica. Hay una división armónica entre tres números cuando la razón de las diferencias de los números consecutivos es la misma que la de los extremos: (A-B) : (B-C) = A : C; B = (2AC) : (A+C).

La división armónica de la octava da una relación inversa a la aritmética en la colocación de las consonancias. La mayor (V) está en el grave y la menor (IV) en el agudo: 6 : 4 : 3. Nicómaco atribuye a Filolao el descubrimiento de la media armónica, quien la adoptó de la armonía geométrica del cubo, 12 lados, 8 ángulos y 6 caras, siendo 8 la media armónica ***(katà ten armonikén)*** entre 12 y 6. Nicómaco la denomina «la más perfecta» (II, 29), Jámblico, «musical por excelencia». Es, en efecto, la preferida de los teóricos por la colocación «armónica» de los intervalos (también en la división de la V se colocaría la IIIM en el grave y la IIIm en el agudo).

División pitagórica de la octava. El monocordio

> Pero el noble Pitágoras no quería que se juzgase la música mediante los sentidos porque decía que su virtud debe aprehenderse sólo por el intelecto. Así, no la juzgaba sólo por el oído sino, analógicamente, por harmonía. Y pensaba que era suficiente limitar el estudio de la música a la octava (Ps. Plutarco, *De Musica*, 37).

Podemos establecer la división de la octava mediante la aplicación de dos de las medias:

División aritmética			División armónica		
VIII 2:1			VIII 2:1		
4	3	2	6	4	3
	IV	V		V	IV

Nótese la diferente colocación de los intervalos en ambas divisiones. Combinando ambas divisiones, la octava queda dividida en V y IV o dos IV separadas por un Tono (9:8) de separación,

VIII
V
Mi La Si mi
12 9 8 6
IV Tono IV
V

Este conjunto numérico 12 : 9 : 8 : 6 era para los pitagóricos algo más que una mera división numérica de la octava que se correspondiese con la práctica musical. Además de los sentidos clásicos de Dia-pason como dia-octo (a traves de ocho sonidos) o de su significado acústico (dos notas, una con el doble de frecuencia que la otra), la «octava» tiene un fuerte sabor metafísico de «harmonía» en sentido global, como compendio de una serie de propiedades numéricas que permitirán «afinar» tanto el cosmos («música mundana») como el alma humana («música humana»). Encontramos, por ejemplo, la proporción áurea que relaciona ambas medias; el número mayor, 12, es a la media aritmética, 9, como la media armónica, 8, es al número menor, 12:9 = 8:6. Podemos decir igualmente que el producto de los medios es igual al de los extremos (9×8 = 12×6). Esta «fusión» de elementos diferentes (V y IV) en una unidad superior (VIII) considerada como la «consonancia perfecta» *(symphonia)* siempre sedujo a pensadores de tendencia más o menos místicas y especulativas como Platón, los neoplatónicos o San Agustín.

De las diversas formas de establecer la perfecta entonación de la octava mediante el monocordio merece destacar la más sencilla, atribuida al propio Pitágoras por Gaudencio (I, 14): dividir la cuerda en 12 partes y haciendo sonar toda la cuerda primero y luego su mitad (6) tenemos la octava *(subdupla);* la cuerda entera y tres cuartas partes de ésta (9) forman la cuarta *(subsesquitertia);* el total y dos tercios, 8 partes, la quinta *(subsesquialtera).* Ptolomeo (I, 8) presenta diversos «instrumentos musicales» para conseguir el mismo efecto a los que denomina «Helicona», consistentes en cuadrados o rectángulos sobre los que diferentes divisiones lineales determinan las consonancias.

Teón de Esmirna consigue de forma similar diversas «cuerdas» del sistema general griego (Adkins, p. 64):

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

| Mese
| Hypate Meson | Nete Hyperbolaion
| Lichanos Hypaton | Nete Diezeugmenon
| Proslambanomenos

Euclides (19-20), Arístides Quintiliano (III) y luego Boecio traen diferentes métodos de división monocordal para hallar las cuerdas del Sistema Inmutable griego. Resumimos el de Boecio para el género Diatónico (IV, 314-317). Gran parte del libro IV del *De Musica* está dedicado a las divisiones de las cuerdas en tres géneros):

A ——— C ——— D ——— E ——— B 1:4
AB: Prosl. CB: Li.Hy. DB: Mese EB: Ne.Hy.

A F | | | | | | | B 1:9
AF:T. FB: Hy. Hy.

A G | B 1:3
GB: Hy. Meson
CB: GB: Tono (3/2 : 4/3)

C K | | B 3/4:4
KB: Li.Me. (KB/DB=Tono)

D L | | | | | | | B 1/2:9
LB: Pa.

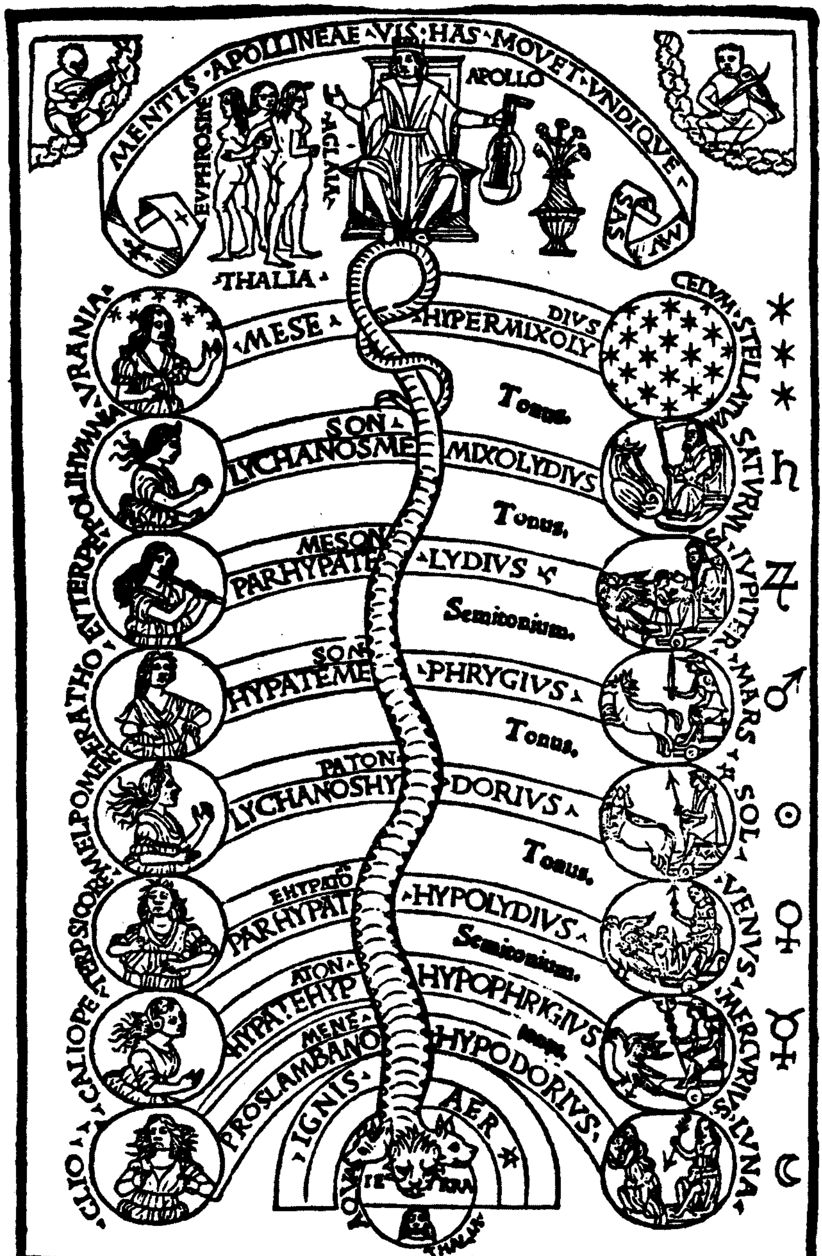
D M | | B 1/2:4
MB: Ne.Sy.

D N | B 1/2:3
NB: Ne.Di.

K X B 9/16:2
XB: Pa.Hy.

La escala del Timeo

Comenzó [el Demiurgo] a dividir así: primero, extrajo una parte del todo; a continuación sacó una porción el doble de ésta; posteriormente tomó la tercera porción, que era una vez y media la segunda y tres veces la primera; y la cuarta, el doble de la segunda, y la quinta, el triple de la tercera, y la sexta, ocho veces la primera, y, finalmente la séptima, veintisiete veces la primera. Después llenó los intervalos dobles y triples, cortando aún porciones de la mezcla originaria y colocándolas entre los trozos ya cortados, de modo que en cada intervalo hubiera dos medios, uno [armónico] que supera y es superado por los extremos en la misma fracción, otro [aritmético] que supera y es superado por una cantidad numéricamente igual. Después de que entre los primeros intervalos se originaran de estas conexiones los de tres



La armonía de las esferas. F. Gaffurio, Practica musice. *Milán, 1496.*

medios [*hemiólico*, 3:2], de cuatro tercios [*epitrítico*, 4:3] y de nueve octavos [*epódico*, 9:8], llenó todos los de cuatro tercios con uno de nueve octavos y dejó un resto en cada uno de ellos cuyos términos tenían una relación numérica de doscientos cincuenta y seis a doscientos cuarenta y tres (Platón, *Timeo*, 35b-36a-b).

Al parecer, los primitivos pitagóricos no fueron más allá en la división de la octava. Debemos a Platón (*Timeo,* 34b-36b) la primera descripción conocida de la división de los tetracordios de la octava en el género diatónico. Es la «escala del Timeo» o «afinación pitagórica», la única que de forma efectiva pasó a la Edad Media a través de Boecio. Era quizás conocida por Filolao y Arquitas; Ptolomeo (II, 14) la denomina «de Eratóstenes».

Como puede verse en la cita, la división de la octava se encuentra inmersa en una compleja intuición cosmológica en la que el Demiurgo divide el alma del mundo de acuerdo a las medias (véase el clásico Cornford, pp. 67-72). Platón establece, formando una *lambda* dos tétradas en progresión geométrica teniendo 1 como elemento común, una con múltiplos de 2 (1, 2, 4, 8), la otra con múltiplos de 3 (1, 3, 9, 27). De la combinación de ambas se obtiene la serie: 1, 2, 3, 4, 8, 9, 27. En ella se encuentran la octava (2:1), octava más quinta (3:1), quinta (3:2), doble octava (4:1), cuarta (4:3), triple octava (8:1), tono (9:8) y cuatro octavas más sexta mayor (27:1). Insertando los medios (o medias) armónicos y aritméticos entre los términos de cada una de las series y combinando ambas se obtienen la cuarta y la quinta de entre los términos sucesivos de la progresión así como su diferencia, el tono 9:8,

1			2		3	4				8	9			27
	4:3	3:2		8:3			9:2	16:3	6			27:2	18	

Llenando los intervalos de cuarta con tonos de razón 9:8, quedan unos «restos» *(leimmata)* entre la cuarta y dos de estos tonos, de razón $(4:3):(9:8)^2 = 256:243$. (La traducción dice «con uno de nueve octavos»; hay que entender «con el de 9/8», no «con uno solo»).

			4:3								4:3			
mi		Re		Do		Si		La		Sol		Fa		Mi
	9:8		9:8		256:243		9:8		9:8		9:8		256:243	
	T		T		L		T		T		T		L	
Do		Re		Mi		Fa		Sol		La		Si		do
1		9:8		81:64		4:3		3:2		27:16		243:128		2

Hay que hacer diferentes observaciones respecto a esta escala para evitar el proyectar nuestras concepciones musicales actuales de corte armónico sobre la práctica musical griega fundamentalmente monódica. En primer lugar, pueden parecer exagerados los planteamientos cosmológicos de Platón para llegar a un resultado tan magro y elemental: dividir las cuartas con los tonos. Hay que tener en cuenta el carácter de entidades reales que los números y sus relaciones tienen para Platón y cómo éstos y aquéllas se encarnan en la realidad. La escala resultante es, pues, algo más que el resultado de un mero cálculo numérico.

El famoso «semitono» pitagórico no es tal. El término *leimma* o «limma», como lo denominan los latinos significa «residuo», no es un intervalo en sentido estricto, sino «lo que queda» después de hacer las operaciones pertinentes. Pero cuando se «desacraliza» la escala del Timeo, es un «semitono» que plantea múltiples dificultades. No sólo no está en una razón superparticular como el tono y las consonancias sino que su razón se aleja mucho de cualquier consideración de regularidad y simplicidad numéricas, lo cual no dejó de inquietar a Platón. Tal «semitono», muy pequeño, sólo aparece como «resto» o «residuo» en el género diatónico y Arquitas mostró que su razón no es la mitad del tono. Filolao denomina al «limma», *díesis*: separación.

Los ditonos o «terceras mayores» compuestas de dos tonos, $(9:8)^2 = 81:64$ (408 cents) son muy grandes para el tratamiento armónico. Su razón no es ni múltiple ni superparticular y no es por tanto una consonancia. Es sin embargo un intervalo melódico excelente para la música monódica, para la atracción de la cuarta sobre «su sensible».

La «escala del Timeo» en el género diatónico es la escala canónica griega por excelencia para la posteridad. Platón, opuesto al virtuosismo «degenerado» de los auletas, critica a los buscadores de intervalos mínimos en los *picknomata* (*República,* 531a). La tradición pitagórica, al ir «de arriba hacia abajo», es decir, procediendo mediante la división continua de intervalos mayores en otros menores parece no tener fin a no ser que llegásemos a una «unidad mínima» (como nuestro semitono temperado) a partir del cual y por adición, compusiésemos intervalos mayores. Pero esto se ha mostrado imposible pues no es posible dividir en partes iguales, o sea, geométricamente, una consonancia. El desideratum de establecer unidades mínimas mediante la división de las consonancias en partes iguales va a ser cumplido parcialmente por Aristóxenos, claro que renunciando al poder de las matemáticas.

La división del tono de Filolao

Nicómaco y Boecio nos informan que el pitagórico Filolao, de una generación anterior a Platón y Arquitas, había intentado dividir el tono en dos partes iguales: «Quemadmodum Philolaos tonum diuidat. [...] Philolaus vero Pythagoricus alio modo tonum dividere temptavit» (Boecio, III, 5). Se trata de una división burda, basada en la división aritmética de las diferencias entre los números de las razones, pero cuyo método se ha seguido en algunas ocasiones a lo largo de la historia de la teoría musical occidental. Un método en parte relevante en las divisiones microtonales del siglo XX para los parciales superiores (véase el capítulo 9).

Partiendo de la división tetracordal clásica

La		Sol		Fa	Mi
192	(8:9)	216	(8:9)	243	256

y restando los términos de las razones, las diferencias son 24, 27 y 13 respectivamente. La diferencia entre los números del «semitono» (13) no es la mitad ni del tono con 27 ni con 24. De esta forma se demostraría que el limma (Filolao lo denomina *díesis*) no es la mitad del tono o que dos *leimmata* no llegan al tono. La razón del tono es 27:24 (9:8) y la diferencia entre sus términos 3 (27-24), el primer número impar y la raíz cúbica de 27. Dividiendo 27 en dos partes lo más aproximadamente iguales, 13 y 14, 13 es la diferencia de los números de la razón del limma, de lo que deduce que 14 corresponde al apotomé; su diferencia, 1, es el schisma.

La atribución a Filolao de este falso modo de proceder por parte de Nicómaco y Boecio es errónea. El recurso no es de carácter pitagórico, además de ser postplatónico, derivado de las divisiones del Timeo (véanse las obras clásicas de Burket, Winnington Ingram o Frank). E. Frank sugiere un origen atomístico producto de la descomposición de los sonidos en sus elementos mínimos, las notas, como la *sillabê* en letras (véase sobre todo ello, Levin, 1967, p. 207 y 214). Sabemos de sobra, tras las aportaciones de Arquitas recogidas en la *Sectio Canonis,* que ninguna razón superparticular puede dividirse geométricamente, es decir, en dos partes iguales.

Aristóxenos

Definiciones

Aristóxenos de Tarento (nacido *ca.* 375-360 a.C) fue discípulo de Aristóteles y fallido sucesor suyo en la Academia. Aunque se le atribuyen numerosas obras nos quedan sólo fragmentos de los *Elementos Rítmicos* y tres libros de los *Elementos Armónicos.* A pesar de su estilo un tanto jactancioso, es Aristóxenos quien nos ofrece todo un programa marco para el estudio de la ciencia armónica como tal basada en el oído, alejándose tanto de un mero empirismo que se queda en los detalles como de la dependencia de la matemática de los pitagóricos, que considera un elemento extraño a la música (*El. Ar.* II, 32). La música sigue unas leyes naturales que hay que descubrir mediante las facultades del buen oído, la memoria y el intelecto (II, 33).

En primer lugar distingue dos tipos de movimiento *(kinesis)* de la voz (*phonè*, tanto vocal como instrumental): voz continua *(synejés)*, sin puntos fijos de detención como en el habla, y voz interválica *(diastimatiké)* como en el canto, con puntos fijos de detención y cuya «distancia» son los intervalos (I, 3, 8,9). Sólo esta última es objeto de estudio de la ciencia armónica. Esta distinción previa al estudio de las leyes musicales formó parte del curriculum musical posterior y aparece en multitud de teóricos: Nicómaco, Cleónides, Bacchio, A. Quintiliano, etc., y luego, Zarlino o Salinas. Forma igualmente parte de este legado la clasificación de los elementos de la Armónica, que se repiten con ciertas variantes: notas *(phtongoi)*, intervalos *(diastêmata)*, escalas *(systêmata)*, géneros *(gené)*, «tonalidades» *(tonoi)*, modulación *(metabolê)* y construcción melódica *(melopoeia)*.

De estas siete áreas de investigación tienen especial significado la definición de «nota» e «intervalo», donde puede apreciarse la diferencia sustancial con los pitagóricos. No obstante, será habitual en teóricos posteriores una mezcolanza entre estas definiciones aristoxénicas y el cálculo numérico pitagórico. Fijándose no tanto en la longitud de una cuerda sino en su tensión (ambas influyen en la altura del sonido), Aristóxenos introduce cinco conceptos relacionados con el hecho básico de tensar y destensar una cuerda. Al tensar una cuerda sonora (gr. *epitasis*, lat. *tensio*), el sonido va subiendo progresivamente de altura; al destensar *(anesis, remissio)*, el sonido desciende. Cuando la tensión se detiene en un punto determinado tenemos una nota, caracterizada por una tensión fija *(tasis, tensio)*. El resultado de la *intensio* es el *acumen* (lo agudo), el de la *remissio* la *gravitas* (lo grave) (I, 10, 12). Aunque involucrados en un mismo proceso, «son cinco conceptos que no admiten identificación entre sí» (I, 13).

A partir de este proceso, la definición de nota *(phtongos)* es: «... la incidencia de la voz en un punto determinado de tensión. Dondequiera que escuchemos que la voz *(phonè)* permanece estacionaria en una altura tonal *(tasis)*, tenemos una nota *(phtongos)*, cualificada para ocupar un lugar en la melodía *(melos)*» (I, 15). Ptolomeo, por ejemplo, define «nota» como la «caída» de la voz en una determinada tensión (I, 1); algo parecido los teóricos posteriores.

«Intervalo» se define a partir de «nota»: «Intervalo *(diastema)* es la distancia entre dos notas de diferente tensión [...] la diferencia entre puntos de tensión...» (I, 15).

Fijémonos en las diferencias entre Aristóxenos y los pitagóricos. Para estos últimos, el dato primario no es el de nota sino el de intervalo como relación entre dos longitudes de cuerda cualesquiera. «Nota» carece de definición o en todo caso sería uno de los términos de la proporción. La tradición aristoxénica está a este respecto más cercana a la intuición musical al considerar primero la nota como un sonido determinado y el intervalo como «distancia» entre dos notas previas, aunque el término espacial «distancia» no deja de ser una metáfora aplicada a la música (véanse las consideraciones de Macran, p. 227, al respecto). La metáfora de nota como punto y línea como intervalo será ampliada por teóricos posteriores como Zarlino (1588, II, 6, 56-7) que llegan a comparar la consonancia con una superficie y la armonía con el volumen. Lo que aquí nos interesa destacar es que las concepciones que ligan «nota» a «tensión» o «intervalo» a «distancia» son aristoxénicas, mientras que la concepción de «proporción» entre sonidos es pitagórica. Los teóricos posteriores tienden a confundir ambas tradiciones al comenzar habitualmente con conceptos (aristoxénicos) de «nota» como «tensio» para pasar al de intervalo como «proportio», mucho más operativo. En realidad, aunque diferentes, ambas concepciones son compatibles puesto que en los instrumentos de cuerda la altura de las notas venía determinada tanto por la longitud de cuerda como por su tensión. Recordemos que en la leyenda de los martillos, lo que hace Pitágoras en un primer momento es colgar pesos en las cuerdas, es decir, medir su tensión. Sólo posteriormente se pasa al monocordio al medir longitudes de cuerda.

A partir de «nota» e «intervalo» se considera la posibilidad de intervalos máximos y mínimos determinados ahora por las posibilidades reales de la voz (no por la infinitud matemática y abstracta de los pitagóricos) (I, 16). El intervalo mínimo perceptible es la *díesis enarmónica*, la consonancia mínima la cuarta y el intervalo máximo a efectos prácticos, dos octavas y quinta (1, 20).

Cálculo de intervalos

Los términos griegos de *simphonía* y *diaphonía* hacen referencia a la mezcla de dos sonidos en una consonancia. Para los pitagóricos, el grado de consonancia venía determinado por la cercanía a la unidad de los términos de sus razones; la tradición aristoxénica (Gaudencio, Porfirio) hablará de «mezcla» de dos sonidos. Aristóxenos calculará cualquier intervalo mediante la suma y resta de consonancias diversas. Así, para hallar la disonancia del ditono bajo una nota dada (por ejemplo, Sol), bastará con tomar una cuarta hacia arriba, descender una quinta, ascender otra cuarta y descender otra quinta: Sol-do-Fa-Si♭-Mi♭ (I, 55. En I, 56 utiliza el mismo método de diferencias entre quintas y cuartas para hallar dos tonos sobre una nota). Mediante suma y resta de consonancias, Aristóxenos divide cualquier consonancia en partes iguales, algo imposible en la tradición pitagórica, sólo que las divisiones aristoxénicas no tienen ni lo pretenden, una expresión cuantitativa. Así, para mostrar que una cuarta se compone de dos tonos y medio, tomamos dos tonos hacia arriba de la nota grave y dos hacia abajo de la aguda. Sea la cuarta a dividir Mi-La, dos tonos sobre Mi es Sol♯, dos bajo La, Fa. Las distancias Mi-Fa y Sol♯-La son iguales al haberse obtenido por el mismo procedimiento. Tomando ahora una cuarta hacia el agudo a partir de «la nota más grave del ditono más agudo (Fa-Si♭) y la cuarta por debajo de la nota más aguda del ditono más grave (Sol♯-Re♯)» (I, 56-58), Re♯-Mi y Mi-Fa, Sol♯-La y La-Si♭ son iguales al ser producto del mismo procedimiento. Sometidas al juicio del oído, las notas extremas (Re♯-La♯) forman una quinta. Como Re♯-Sol♯ era una cuarta y Si♭-Re♯ una quinta, el exceso de la quinta a la cuarta es un tono, dividido aquí en dos partes iguales. «Y como cada una de estas partes iguales que se ha probado así que son un semitono, es a la vez el exceso de la cuarta sobre el ditono, se sigue que la cuarta se compone de cinco semitonos» *(ibidem).*

Así, con este procedimiento «cualitativo» de suma y resta de consonancias musicales, ajeno al uso de las matemáticas, los tonos pueden dividirse en dos partes iguales, la cuarta se compone de dos tonos y medio o cinco semitonos, la quinta de tres tonos y medio y la octava se dividiría exactamente en seis tonos o doce semitonos iguales. Cuando haga falta recurrir a intervalos menores que el semitono en los géneros cromático y enarmónico, el procedimiento es similar, de forma que «en la melodía concurren las siguientes fracciones de un tono: la mitad, llamada semitono, la tercera parte, llamada díesis cromática menor y la cuarta parte, llamada díesis enarmónica menor. No existe en la melodía ningún intervalo menor» (II, 46). La concepción de intervalo como distancia adquiere ahora un sentido operativo al poder dividirse esa distancia en unidades discretas mediante las diferencias de las consonancias.

Aristóxenos divide el tetracordo en 30 partes iguales y el tono en 12 (cada parte es 1/12 de tono). El cuarto de tono o *díesis enarmónica* se compone de 3 partes, 4 tiene la *díesis cromática*, 6 el semitono y 12 el tono. Conforme a ello, tenemos las divisiones tetracordales en los diferentes géneros que conocemos gracias a Cleónides y A. Quintiliano, que dobla las cantidades para evitar fracciones en el cromático (véase la tabla de Ptolomeo).

Aristóxenos fue un autor desconocido en Occidente hasta finales del Renacimiento. Presentaba una tradición escuetamente recogida por Boecio al final de su libro, con concepciones diferentes a las pitagóricas pero enormemente atractivas y sólo accesible en su originalidad a aquellos humanistas posteriores que como Salinas o Bottrigari conociesen tanto el griego como la teoría musical; los demás, incluido Zarlino, tenían que acudir a traducciones no siempre fiables. Esto no impidió que, al hilo de los nuevos tiempos, prendiese en un autor como V. Galilei (que ni siquiera podía leerlo en latín), deseoso, como buen laudista, de dividir la octava en doce partes iguales o casi iguales (Galilei las denominará *particelle*). La polémica que le enfrentará a Zarlino tendrá como fondo, entre otras cosas, la naturalidad racional de las consonancias frente a la nueva música barroca que prima la apreciación sensorial y la liberación de la disonancia de las leyes matemáticas. Aristóxenos es el padre espiritual de todos aquellos teóricos que, como Eximeno en el siglo XVIII, rechazan las matemáticas como herramienta adecuada para la armonía musical. Hay que olvidarse sin embargo de considerar a nuestro autor algo así como partidario del temperamento igual o cosas parecidas, algo que no constituía un ideal en su momento. No sabemos hasta qué punto sus teorías y descripciones tetracordales se corresponden con la práctica musical griega, si su método es puramente teórico o se ajusta a casos puntuales.

Otras divisiones tetracordales griegas. Ptolomeo

Ptolomeo (II, 14) trae una tabla de diferentes divisiones tetracordales con atribución de autor pero que no sabemos si eran de uso práctico o meras elucubraciones numéricas.

Según Ptolomeo (I, 13), Arquitas fue el primero en dividir matemáticamente el tetracordio usando de forma sistemática razones superparticulares (del tipo $m+1 : m$), a excepción del cromático. Hay que destacar la aparición en el enarmónico de la fracción 5:4, la razón de la tercera mayor justa, aunque no sabemos si se utilizaba en la práctica o es un puro constructo apriorístico. Ptolomeo nos dice que la división de Arquitas del diatónico con sus dos tonos de tamaño diferente era la más utilizada en su época. Aristóxenos da una división parecida.

Eratóstenes hace igualmente un uso sistemático de las razones superparticulares en el enarmónico y cromático. J. M. Barbour (1972, pp. 16-21) da la siguiente división del enarmónico, La 5:4 Fa 24:23 Fa♭ 46:45 Mi, manteniendo en los otros dos las mismas que aparecen aquí. No hemos encontrado esa división en Ptolomeo. Hay que señalar la aparición de la tercera menor justa 6:5 en el cromático.

Sobre Dídimo «el músico» *(Didymos ho mousikos)*, que habría vivido entre Aristóxenos y Ptolomeo, tenemos pocas noticias; sólo sobreviven unos pocos fragmentos de sus escritos en citas de Ptolomeo y Porfirio (233-294). Como Arquitas y Eratóstenes, usará razones superparticulares, principio que será elevado a general por Ptolomeo. Pero a diferencia de otros, nos presenta muy pocas afinaciones, todas ellas correspondientes a la posterior afinación justa. Dídimo representa la auténtica alternativa a la afinación pitagórica o escala del Timeo que acabará imponiéndose en el Renacimiento. Aunque

	Cuerdas				
	Mese	*Lichanos*	*Parhypate*	*Hypate*	
Género enarmónico					
	La	*Fa*	*Fab*	*Mi*	
Arquitas	5:4	36:35	28:27		
Aristóxenos (partes)	24	3	3		
Eratóstenes	19:18	39:38	40:39		
Dídimo	5:4	—16:15— ¿(31:30)	(32:31)?		
Ptolomeo	5:4	24:23	46:45		
Genero cromático					
	La	*Solb*	*Fa*	*Mi*	
Arquitas	32:27	243:224	28:27		
Aristóxenos (partes)	22	4	4		*Malakon* (molle, suave, mol)
	21	4,5	4,5		*Hemiolon* (sesquialtero, igual)
	18	6	6		*Tonikon* (tonaion, toniaeum)
Eratóstenes	6:5	19:18	20:19		
Dídimo	6:5	25:24	16:15		
Ptolomeo	6:5	15:14	28:27		*Malakon* (molle)
	7:6	12:11	22:21		*Syntonon* (incitatum, intenso)
Género diatónico					
	La	*Sol*	*Fa*	*Mi*	
Arquitas	9:8	8:7	28:27		
Aristóxenos (partes)	15	9	6		*Malakon* (molle)
	12	12	6		*Syntonon* (contentum, intensum)
Eratóstenes	9:8	9:8	256:243		(«pitagórico»)
Dídimo	9:8	10:9	(16:15)		
Ptolomeo	8:7	10:9	21:20		*Malakon* (molle)
	9:8	8:7	28:27		*Toniaion* (medium, tonicus)
	9:8	9:8	256:243		*Ditoniaion* (ditonicum)
	10:9	9:8	16:15		*Syntonon* (contentum, intensum)
	10:9	11:10	12:11		*Hemiolon* (aequabile)

dice, como el resto de autores, que hay tres géneros, sólo presenta dos, dejando el tercero sin completar. En el diatónico hay dos tonos de tamaño diferente que forman la tercera mayor justa 5:4, mientras el semitono queda gracias a ello en razón superparticular, 9:8, 10:9, 16:15. La diferencia entre los dos tonos (o entre el ditono pitagórico y la IIIM justa) es la razón 81:80 que se denomina *comma sintónico* o *comma de Dídimo*. En el cromático tenemos la razón de la IIIm justa, 6:5 y dos semitonos desiguales ambos en razones simples superparticulares, 25:24 y 16:15, razón esta última del semitono diatónico que aparecía en el diatónico. El semitono menor 25:24, perteneciente como los otros intervalos a la posterior afinación justa, no aparece en ningún otro teórico griego. El enarmónico aparece incompleto, 5:4 y el semitono mayor 16:15 sin dividir.

Ptolomeo critica a Dídimo haber colocado en el diatónico el tono menor en la parte grave y el mayor en la aguda; él optará por la solución contraria. Igualmente le reprocha haber colocado en el cromático una razón mayor en la parte grave que la del intervalo medio, y en el enarmónico el haber dejado indiviso el semitono. De haberlo completado, dice Ptolomeo, el resultado hubiese sido 32:31:30, utilizando siempre razones superparticulares. Lo mismo piensa Barbour (1972, p. 21): «The small intervals are "equal" quarter tones, resulting from an arithmetical division of the 16:15 semitone». Los intervalos no son iguales, sino que lo son las diferencias entre los términos de la división aritmética (véase el *aequabile* de Ptolomeo). Salinas pensará, a finales del XVI, que la división del semitono podría haber sido perfectamente la de la justa entonación si, como ha hecho antes con el semitono mayor, usa también ahora un intervalo ya existente, el semitono menor del cromático, 25:24 y la *díesis enarmónica*, 128:125.

Habrá de ser sin embargo Ptolomeo el autor más valorado en el Renacimiento, cuando se intenta oponer a la afinación pitagórica la justa entonación. Incluso en el siglo XVIII encontramos en ciertos teóricos la oposición entre el «diatonon-ditonaion» (afinación pitagórica de dos tonos grandes iguales) y el «diatonon-syntonon» ptolemaico (justa entonación con tonos desiguales y IIIM justa). Y todo, debido a la división «sintónica» del diatónico.

Podemos ver no obstante el grado de pura especulación que destilan las doctrinas de Ptolomeo si consideramos el método empleado en la división del tetracordio: hallar todas las divisiones posibles usando siempre razones superparticulares. Añade además el criterio de colocar los intervalos mayores en el agudo y los menores en el grave.

1) Géneros «espesos» (enarmónico y cromático). Establece una primera división del tetracordio en dos partes de las tres únicas formas posibles: a) 5:4 y 16:15 a dividir, b) 6:5 y 10:9 a dividir y c) 7:6 y 8:7 a dividir. Colocando las razones mayores en los intervalos más agudos multiplica por 3 los términos de los intervalos menores a dividir rechazando aquellos intermedios que no formen razones superparticulares con los extremos.

a) Multiplicando por 3 los términos 16 y 15 tenemos 48:45, cuyos números intermedios son 46 y 47. Rechaza el 47 por no formar razón superparticular con el 45 y toma el 46 que hace con el 45 el intervalo grave y con el 48 el agudo (medio de los tres de la cuarta), 48:46 = 24:23, La 5:4 Fa 24:23 Fa♭ 46:45 Mi.

b) En la cuarta formada por 6:5 en el agudo y divide el menor 10:9 (x3 = 30:27). De los intermedios 28 y 29 rechaza este último por las mismas razones anteriores y queda la división, 30:28:27. Colocando el intervalo mayor en el medio y el menor en el grave, forma el cromático «molle» *(malakon),* La 6:5 Sol♭ 15:14 (30:28) Fa 28:27 Mi.

c) Tomando 7:6 como intervalo agudo, divide 8:7 de la misma forma, triplicando sus términos, lo que da 24:21; rechazando de los intermedios el 23 y tomando el 22, queda la división 24:22:21 (24:22 = 12:11). Poniendo el intervalo mayor en el medio y el menor en el grave, el resultado es el cromático «incitatum sive contentum» *(syntonon),* La 7:6 Sol♭ 12:11 Fa 22:21 Mi.

Enarmónico				Cromático *malakon*				Cromático *syntonon*			
276	345	360	368	105	126	135	140	66	77	84	88
	5:4	24:23	46:45		6:5	15:14	28:27		7:6	12:11	22:21
		16:15				10:9				8:7	

Cuando a partir del siglo XVIII comience a tenerse en cuenta el parcial natural 7 para los intervalos de séptima, aparecerá la figura de Ptolomeo como precursora pero, insistimos, ¿tenía algún sentido físico o musical real? ¿O sólo es una deducción numérica a partir de unas premisas establecidas como estamos viendo y parece ser el caso? Igual ocurre con otros intervalos en los que aparece el número 11.

2) Géneros «no espesos» (formas del diatónico). En estos, las proporciones menores están en los intervalos más agudos, se dividen las razones triplicando sus términos y la razón mayor corresponde al intervalo del medio, la menor al más grave.

Una primera división colocaría la razón 16:15 en el agudo y se trataría de dividir 5:4 (15:12) tomando el número intermedio 14, 12:14:15. Como la razón menor está en el intervalo agudo, dice, no puede formar el diatónico. Las dos siguientes sí son posibles siguiendo el mismo procedimiento,

Diatónico *syntonon*	72	80	90	96		*malakon*	63	72	80	84
«contentum»	10:9	9:8	16:15			«molle»	8:7	10:9	22:21	
		6:5						7:6		

De los restantes, incluidos en la lista, el *ditonaion* es el pitagórico (como el de Eratóstenes) cuya división le parece una buena aproximación al *syntonon,* aunque una de sus razones no es superparticular. El *hemiolon* («igual»), mientras tanto, divide la cuarta en diferencias iguales entre sus términos, 9:10:11:12, lo que queda muy elegante en la teoría pero es de dudosa aplicabilidad. Además, tanto en el *tonaion* y *syntonon,* Ptolomeo va contra su propio criterio al colocar en los intervalos medios razones mayores que en los agudos.

Todos estos géneros, según Ptolomeo, serían muy familiares al oído a excepción del enarmónico y el cromático *malakon,* demasiado «espesos»; el resto serían «más amigos de la naturaleza». El más bello y grato, el *diatonon syntonon.*

Las divisiones de Dídimo son más ajustadas a la realidad, pero éste era un autor del que no se sabía casi nada sino por referencias, mientras Ptolomeo era toda una autoridad tanto en el campo de la Geografía como de la Astronomía y la Música, de ahí su fama musical posterior como alternativa al pitagorismo.

La diferencia entre ambos estriba en que en la división de la IIIM la de Dídimo es aritmética (el intervalo menor en el grave) y la de Ptolomeo, armónica (intervalo mayor en el grave):

División aritmética, Dídimo				División armónica, Ptolomeo				
	IIIM 5:4					IIIM 5:4		
8	9	10		90		81		72
La	Sol	Fa		La	10:9	Sol	9:8	Fa

Aplicado a la octava, ésta queda:

			Diatonon-syntonon					
Ptolomeo	9:8	10:9	16:15	9:8	10:9	9:8	16:15	
Dídimo	10:9	9:8	16:15	10:9	9:8	9:8	16:15	
	Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do

«Didymus arrangement is the more logical for constructing a monochord; Ptolomy's in terms of the armonic series» (Barbour, 1972, p. 21). Para que la justa entonación pueda llevarse a la práctica será necesario un combinado de ambas divisiones. La posteridad dudará muchas veces entre ambas alternativas, es decir, entre la colocación entre tónica y supertónica de la escala del tono mayor 9:8 o del menor 10:9, correspondiendo el otro al intervalo entre supertónica y mediante para que la IIIM quede correctamente dividida. Como veremos, utilizando una sola de ellas, aparecen algunas «consonancias» que no son tales y por tanto, impracticables. Pero utilizando ambas, el resultado es una «división múltiple» de la octava, con dos «Re», uno para cada una de las divisiones de la IIIM Do-Mi, en la escala diatónica, solución que permitirá a Fogliano derivar de ahí el fundamento teórico del temperamento mesotónico.

Boecio. Terminología

El *De institutione musica* de Boecio será el puente de transmisión de la especulación griega a la Edad Media. Pero el libro está sin terminar debido, probablemente, a la muerte del autor. Dividido en cinco capítulos, está dedicado a la exposición de las teorías pitagóricas y división del monocordio en los tres géneros siguiendo éstas. Sólo en los últimos capítulos del libro V menciona a Ptolomeo, Aristóxenos y Architas (c. 17, «Quemadmodum ptolomeus et aristoxeni et archite tetrachordum divisiones reprehendant» y 18, «Tolomeus tetracorda divuersa ratione partitur»), pero de forma muy breve. De ahí que para el medievo, la teoría musical de la Antigüedad se reducía a Boecio, es decir, a la afinación pitagórica que casaba muy bien con la práctica monofónica. Será labor del Renacimiento la exhumación de las demás fuentes griegas no transmitidas por Boecio y en las que buscaron y, parcialmente, encontraron la justificación teórica para la polifonía de la época.

En cuanto a la terminología, hay que indicar que si uno se introduce en los tratadistas medievales o renacentistas hay una serie de términos que, puestos en castellano, requieren alguna aclaración. Por ejemplo, el semitono diatónico, mayor o igual que el cromático para nosotros, es menor que el cromático en la afinación pitagórica. Es preferible entonces hablar de «apotomé» y «limma» en lugar de semitonos, a no ser que especifiquemos muy bien a qué nos referimos. He aquí las equivalencias siguientes:

Semitono diatónico: limma (256:243) en la afinación pitagórica; en la justa, «semitonium diatonicum», «semitonium maius» (16:15). El semitono cromático es el apotomé griego (2.187:2.048), mayor que el limma y que en la justa pasa a ser el «semitonium chromaticum», «semitonium minus» (25:24) o incluso «díesis chromatica» (25:24) que se diferenciaría de la «díesis enharmonios» (o enarmónica) (128:125), con la misma función que el comma pitagórico. El «comma harmonicum» lo traduciremos como «comma sintónico», a diferencia del «comma pithagoricum».

Las razones se denominan «proportio multiplex» (*mn/n*): VIII (2:1), VIII+V (3:1), 2xVIII (4:1), pero no, en Boecio, la VIII+IV (8:3). «Proportio superparticularis» *(n*+1 : *n)* es aquella en la que el número mayor contiene al menor y a una de sus partes. En 4:3, 4 contiene a 3 y 1/3 de 3 (3:3 + 1/3 = 4:3). El término «sesqui» denota la parte del número menor en que el mayor le supera: «sesquialtera», 3:2; el 3 contiene al 2 y a 1/2 de 2, «sesquitertia» (4:3), «sesquiquarta (5:4), etc. «Proportio superpartiens» es aquella en la que el número mayor contiene al menor y alguna de sus partes pero sin que éstas sean parte entera del número menor, 8:3, 7:5, etc.

El término latino para temperamento es «participatio», que remite a la división del comma o la díesis en diferentes partes para que, repartidas entre otros intervalos, puedan (comma o díesis) ser eliminadas.

2 *Afinaciones pitagórica y justa*

Ya hemos indicado que hablando con propiedad sólo hay dos afinaciones, la pitagórica y la justa, y ambas han aparecido en Grecia dentro del esquema de dos cuartas separadas por un tono. La afinación pitagórica se basa en las quintas justas, la entonación justa o natural en quintas y terceras justas, incompatibles entre sí. Como las pretensiones de la afinación natural son imposibles hay que acudir al temperamento, a la modificación de la afinación justa para adecuarla a la práctica musical. Si afinaciones hay dos, los temperamentos son multitud, como corresponde a las posibilidades de modificar una pauta dada. En Grecia aparecen la afinación pitagórica y la justa pero su desarrollo y dificultades de aplicación corresponden a la práctica musical de los siglos posteriores. Veamos sus recovecos.

La afinación pitagórica

Cálculo de intervalos

La afinación pitagórica, con dos tonos grandes iguales y un «semitono diatónico» muy pequeño, es válida siempre que corresponda a una música que, como en parte era la griega y después la medieval, cumpla dos condiciones: ser monódica y diatónica. En el primer caso, el pequeño *limma* es melódicamente excelente. No ocurre así cuando pasamos a la polifonía donde el dítono excesivamente grande hace que los acordes no suenen bien. En el segundo caso, al aumentar las alteraciones se forman intervalos que se desvían mucho

Mención de intervalos en el monocordio. L. Fogliano, Musica theorica. *Venecia, 1529.*

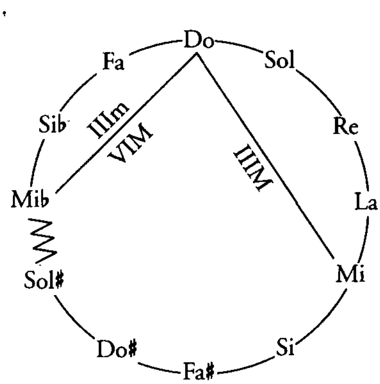
de los establecidos (el «tono» Sol♯-Si♭, por ejemplo). El problema no se planteaba en la teoría griega porque el género cromático revestía otro significado diferente al nuestro. Aumentar el número de alteraciones (en la música «ficta» por ejemplo) supondría introducir más notas en el tetracordio diatónico.

En el plano teórico, la afinación pitagórica tiene la gran ventaja de poder deducir todos los intervalos de un principio muy simple, la mera adición de quintas. Sumando quintas y restando las correspondientes octavas podemos colocar en la octava todos los intervalos. Si partimos de Do, Sol es una V más aguda y una más, re. Al sobrepasar la octava, descendemos una octava este Re y el resultado es:

8ª
Do ——— V ——— Sol ——— V ———|—— re $3{:}2 \times 3{:}2 = 9{:}4$
Do 9:8 Re $9/4 : 2/1 = 9{:}8$

Las operaciones matemáticas se reducen a multiplicar quintas un número determinado de veces, $(3{:}2)^n$ y dividir el resultado por el número de octavas que se han sobrepasado.

Por adición de quintas y sustracción de octavas podemos construir cualquier escala como la pentáfona, o la diatónica habitual: Fa – Do – Sol – Re – La – Mi – Si → Fa Sol La Si Do Re Mi Fa Sol → Do Re Mi Fa Sol La Si do. O la escala cromática (comenzamos en Mi♭ para que hayan tanto sostenidos como bemoles), Mi♭ Si♭ Fa Do Sol Re La Mi Si Fa♯ Do♯ Sol ♯ (Re♯) → Do Do♯ Re Mi♭ Mi Fa Fa♯ Sol Sol♯ La Si♭ Si do. Podemos visualizar la sucesión de quintas recurriendo al habitual «círculo de quintas»:



El cálculo de un intervalo dado se reduce a saber de cuántas quintas se compone y cuántas octavas sobrepasa, o sea, multiplicar *n* veces la razón 3:2 y dividir el resultado por *m* veces 2:1. De esta forma extendemos el cálculo a cualquier número de notas.

La escala del Timeo puede generarse de esta forma. Hemos visto que el tono (9:8) se compone de 2 quintas menos una octava. Igualmente, el ditono (IIIM) se compondrá de 4 quintas menos 2 octavas, $(3{:}2)^4 : (2{:}1)^2 = 81{:}64$, el mismo resultado obviamente que la suma de dos tonos grandes, $(9{:}8)^2 = 81{:}64$.

En caso de querer hallar un intervalo que en el círculo de quintas «va hacia atrás», por cuartas, se halla su intervalo complementario por quintas y se sustrae de la octava. Intervalos complementarios son los que, juntos, hacen una octava (V y IV, IIIM y VIm, IIIm y VIM). Así, la razón de la cuarta Do-Fa es Fa-Do = 3:2; 2/1 : 3/2 = 4:3. La aplicación más habitual es a las terceras menores cuyos intervalos complementarios a la octava son la sexta mayor, IIIm = VIII – VIM, de forma que es frecuente referirse a la VIM como equivalente a la IIIm correspondiente. Como la VIM = 3xV – VIII (tres quintas menos una octava), bastará dividir dos octavas por tres quintas, $(2:1)^2 : (3:2)^3$ = 32:27. El objetivo de esta operación de inversión es, aparte de una mayor sencillez que atravesar nueve quintas, evitar la impracticable quinta del lobo entre Sol♯-Mi♭.

De esta forma, los intervalos propios de la afinación pitagórica son, además de VIII (2:1), V (3:2) y IV (4:3), los siguientes:

— Tono (lat. *tonus*), diferencia entre V y IV, (3:2):(4:3) = 9:8. En el círculo de quintas vemos su composición de dos quintas menos una octava (2xV-VIII), $(3:2)^2 : 2:1$ = 9:8. Ej., Do (Sol) Re.

— IIIM pitagórica o ditono (lat. *ditonus*), compuesto de cuatro quintas menos dos octavas (4xV-2xVIII), $(3:2)^4:(2:1)^2$ = 81:86. Ej. Do (Sol Re La) Mi. Es obviamente el mismo resultado que la suma de dos tonos, $(9:8)^2$ = 81:64.

— IIIm pitagórica o semiditono (lat. *semiditonus*; desconozco el origen del término ya que su razón no es la que corresponde a la mitad del ditono). Hallando el intervalo complementario de VIM compuesto de tres quintas menos una octava, $(3:2)^3:2$ = 27:16, y dividiendo la octava entre esta cantidad, hallamos el intervalo complementario, 2/1 : 27/16 = 81:64. Ej. Mi-Sol; Sol (Re La) Mi → Mi-Sol. Es el mismo resultado que da la sustracción de un tono a una cuarta, 4/3 : 9/8, o la suma de tono y *limma*, 9/8 × 256/243 = 2.304/1.944 = 32:27.

— Semitono menor o *limma* pitagórico (lat. *semitonium minus*). Ej. Mi-Fa. Lo más sencillo es restar un ditono a una cuarta, 4/3 : 81/64 = 256:243. Más engorroso es acudir al círculo de quintas. Podemos también hallar el intervalo complementario de VIIM, Fa-Mi y dividirlo por el número de octavas pertinentes, Fa (Do Sol Re La) Mi, $(3:2)^5$ = 243:32, resultado que sustraemos de tres octavas, 2^3 : (243/32) = 256:243.

— Semitono mayor o *apotomé* (lat. *semitonus maius*), p.e. Do-Do♯. Equivale a la sustracción del *limma* al tono, 9/8 : 256/243 = 2.187:2.048. Es también la diferencia entre siete quintas y cuatro octavas, 7xV-4xVIII, $(3:2)^7: 2^4$; Do (Sol Re La Mi Si Fa♯) Do♯, $(3:2)^7$=2.187:128;

(2187/128) : 2^4 = 2.187:2.048. El *apotomé* no aparece en la escala diatónica y no lo admite Platón en el Timeo.

	L.	c.p.	L	
Tono	Do	Re♭	Do♯	Re
	├── A. ──┤			

Obsérvese cómo en la afinación pitagórica de quintas justas los semitonos diatónicos son menores y los cromáticos mayores. Su diferencia es el comma pitagórico.

El comma pitagórico

Hay un hecho notorio en esta afinación, la inconmensurabilidad de los dos intervalos básicos, octava y quinta. Por más quintas que sumemos jamás llegaremos a la misma nota de partida, o sea, a base de sumar quintas y restar octavas nunca llegaremos al intervalo de octava, $(3:2)^n \neq (2:1)^m$. Quintas y octavas son intervalos inconmensurables. Este descubrimiento que ya conocían Arquitas y Euclides (quien lo presenta mediante el hecho de que 6 tonos sobrepasan la octava) debió tener para los pitagóricos un efecto perturbador semejante al descubrimiento de la irracionalidad de $\sqrt{2}$.

Doce quintas, las necesarias para recorrer el círculo completo, sobrepasan a siete octavas en un pequeño intervalo denominado *comma pitagórico:*

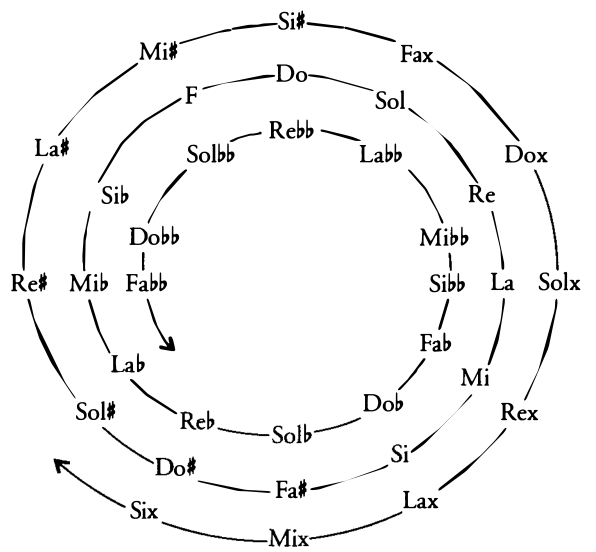
12 5^as^	Mi♭	Si♭	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa♯	Do♯	Sol♯	Re♯
	├──											──┼─┤	c.p.
7 8^as^	Mi♭		Mi♭		Mi♭		Mi♭		Mi♭		Mi♭	Mi♭	Mi♭

La razón del comma pitagórico (c.p.) es, $(3/2)^{12} : (2/1)^7 = 531.441:524.288$ (23,5 cents).

Lo que ocurre con la V del lobo es lo siguiente,

		├── V justa ──┤			
V justas	→	Sol♯	Mi♭	Re♯	
		├─ V lobo ─┤	c.p.		V lobo = V justa – c.p.

El «círculo de quintas» no se cierra entre Sol♯ y Mi♭, porque Re♯, la quinta siguiente tras Sol♯, no coincide con Mi♭. El «círculo» de quintas no es un círculo, es una elipse de longitud indefinida ya que puede prolongarse por los extremos sin que coincidan las notas llamadas enarmónicas, Do♯-Re♭, Mi♯-Fa, Do♭♭-La♯, etc.

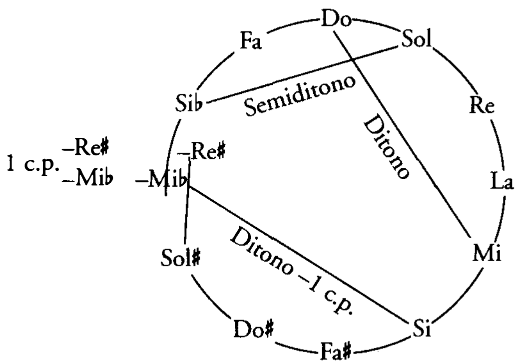


No parece que en la música griega el comma pitagórico constituyese un problema a efectos prácticos debido a la separación entre géneros, pero llegó a serlo con el aumento de alteraciones sobre el género diatónico a finales de la Edad Media. Si se desea cerrar la espiral de quintas para formar el círculo de quintas habitual es preciso que una de las quintas no sea justa, sino que asuma la imperfección del comma pitagórico. Es la llamada «quinta del lobo», por los «aullidos» que produce, a causa de los batidos, cuando suenan sus dos notas. Es una quinta 1 cp más corta que las demás justas, y dada su impracticabilidad se coloca en una «región lejana» como es entre Sol# y Mib, o menos frecuentemente entre Re# y Lab. La notación musical indica que tal quinta une sostenidos con bemoles:

(...Solb Reb Lab) Mib Sib...
Fa# Do# Sol# (Re# La#...)

Terceras y semitonos

A mano derecha del círculo se encuentran en esquema las desviaciones de los intervalos que pueden deducirse fácilmente del círculo de quintas sin necesidad de poner tablas en que aparezcan todas las notas. Las IIIM con quintas justas (+22 cents) son peores que las que en su formación atraviesan la V



Desviación de los intervalos
Cents

	V justas	V Lobo: –1c.p.
	0	–24
IIIM	+22	–2
IIIm	+2	–22

del lobo (–2 cents); eso es evidente, puesto que las terceras pitagóricas, muy altas, se reducen por ser esta última quinta más corta. Veremos cómo en el siglo XV se puede sacar provecho de esta situación. Otro dato a tener en cuenta es que las IIIm presentan una posición inversa a las IIIM, fácilmente deducible de su construcción en el círculo. La suma de las desviaciones de las IIIM y IIIm regulares, equivalen a la desviación de la V, aquí 0 (22-22).

En cuanto a la distribución de los semitonos, al ser la V del lobo más corta que la justa (en vez de ir de Sol# a Re#, va de Sol# a Mib), si usamos más de doce notas, las llamadas notas «enarmónicas» están separadas por 1 cp. a favor de los sostenidos, lo que supone que, como hemos visto, cada nota diatónica tiene más cerca al semitono diatónico que al cromático,

c.p. c.p. c.p. c.p. c.p.
Solb Fa# Reb Do# Lab Sol# Mib Re# Sib La#
Fa Sol Do Re Sol La Re Mi La Si

Y en la escala:

Sm c.p. Sm Sm c.p. ... etc.
Do Reb Do# Re Mib Re# Mi Fa Solb Fa# Sol Lab Sol# La Sib La# Si Do
|— SM —| |— SM —|

El semitono diatónico es el pequeño, el *limma,* y el cromático el grande, el *apotomé*. El comma pitagórico es la diferencia entre ambos. El semitono cromático o *apotomé* (2.187:2.048) se compone de semitono diatónico y comma pitagórico (o el resultado de sustraer al tono el semitono menor o *limma*). En las escalas de la música griega podría darse, forzando la situación, entre las notas Sib-Si producto de la intersección del tetracordo Synemmenon y Diezeugmenon. De usar ambos semitonos, la escala habitual tendría 19 notas, que no es la de uso habitual. Ésta es normalmente la que corresponde al círculo de quintas indicado, es decir, con los bemoles Mi♭ y Si♭ y los sostenidos Do♯, Fa♯ y Sol♯:

Do (x) Do♯ Re Mi♭ (x) Mi Fa (x) Fa♯ Sol (x) Sol♯ La Si♭ (x) Si Do

En la formación de algunos intervalos las quintas que lo forman necesitan atravesar la V del lobo. El ditono Si-Re♯ por ejemplo es en realidad una cuarta menor, Si-Mi♭ (por ausencia de Re♯) o la tercera menor pitagórica Fa-La♭ es una segunda aumentada, Fa-Sol♯ (por ausencia de La♭). Excepcionalmente pueden añadirse a la escala habitual las notas La♭ y/o Re♯ para disponer de los acordes de Fa menor o Si mayor. Pero no existen como tercera menor Mi♭-Sol♭ o Si♭-Re♭ ni las mayores Fa♯-La♯ o Do♯-Mi♯, etc.

Valoración de la afinación pitagórica

Aparte del atractivo melódico del semitono diatónico muy pequeño, la principal virtud de la afinación pitagórica estriba en sus quintas justas. Virtud tanto teórica a la hora de operar numéricamente como práctica (en nuestro temperamento igual, las quintas son sólo 2 cents más bajas que las justas). Debido a ello, se siguió aceptando en la teoría aun cuando ésta estuviese desbordada por nuevas prácticas. Boecio siguió enseñándose en las universidades hasta el siglo XVIII. Partidarios de esta afinación eran todavía F. Gaffurio en el siglo XVI y R. Fludd en el XVII. En la segunda mitad del XVII, J. Caramuel afirmaba que muchos de sus contemporáneos seguían todavía los pasos de Pitágoras. Muchos «buenos temperamentos» alemanes del siglo XVIII no serán sino una modificación del círculo pitagórico. Es dudoso cómo se afinaban la familia de los violines en el XVIII pero, según Barbour (1933), al afinar sus cuerdas en quintas justas muestran una gran tendencia hacia este tipo de afinación mientras el sistema armónico, de Rameau en adelante, está basado en la progresión por cuartas de las fundamentales de los acordes.

En general, la afinación pitagórica presenta quintas y cuartas justas pero terceras y sextas muy desviadas de su razón natural. Hay un único tipo de tono (9:8) y los semitonos, además de estar invertidos conforme a la práctica actual, presentan una gran desviación. Se acerca mucho al temperamento igual en la perfección de sus quintas y en sus terceras mayores muy agudas. A su favor, la simplicidad del sistema que se deriva todo él de una única consonancia, la quinta de razón 3:2.

La afinación de un clave en el sistema pitagórico es dado que todas las quintas son justas. Comencemos en La o en Do, afinamos por quintas justas, sin batidos, en un sentido del círculo hasta Mi♭ y luego en el contrario hasta Sol♯. El intervalo no afinado, Mi♭-Sol♯, es la V del lobo.

La justa entonación

Nuevas necesidades armónicas. El comma sintónico

La IIIM de la afinación pitagórica se compone de 4 quintas menos 2 octavas y su razón es 81:61. La IIIM justa de razón 5:4 es más corta que el ditono pitagórico:

Ditono pitagórico, 81:64	Do	9:8	Re	9:8	Mi
IIIM justa, 5:4	Do				Mi
					c.s.

La diferencia entre ambas es el *comma sintónico* o comma de Dídimo de razón 81:80 (81/64 : 5/4 = 81:80). El problema es que con quintas justas no se consigue la IIIM 5:4 Quintas y terceras son inconmensurables.

La exaltación que los grandes teóricos renacentistas hicieran del diatonon-syntonon de Ptolomeo, que incluía la razón 5:4, poco tenía que ver con la música griega. Lo que allí encontraron fue una justificación de sus propios intereses teóricos ya que en la Antigüedad nunca se sacaron todas las consecuencias de incluir la IIIM justa en la escala diatónica. ¿Cómo afecta esta inclusión de una nueva consonancia en el armazón del sistema musical? ¿Qué ocurre con las notas cromáticas, por ejemplo, o con el círculo de quintas? La introducción de nuevas consonancias va a trastocar la simplicidad del sistema pitagórico al añadir a la incompatibilidad existente entre quintas y octava otras nuevas. Fue éste uno de los principales motivos del rechazo de una entonación justa que por otra parte no podía llevarse a la práctica en los instrumentos habituales. Sólo los grandes teóricos de finales del Renacimiento, Zarlino o Salinas, pudieron dar cumplida cuenta de todas las implicaciones que trae aparejadas la introducción de las nuevas consonancias, inexistentes en el pitagorismo:

Nuevas consonancias:	IIIM	5:4	IIIm	6:5
	VIM	5:3	VIm	8:5

Estas consonancias son numéricamente más sencillas que sus correspondientes pitagóricas, algo que habría de animar a su adopción por los teóricos renacentistas. En la práctica, el desarrollo tardomedieval de la polifonía había hecho que hubiese que tener en cuenta terceras y sextas en la división del monocordio, consonancias llamadas a menudo «imperfectas» pues no aparecían en el cómputo pitagórico transmitido por Boecio.

Introducir una IIIM en el esquema pitagórico supone alterar gravemente todo el esquema. Como la IIIM se compone de 4 quintas y la IIIM justa es un comma sintónico menor que el ditono pitagórico, en algún lugar del recorrido de estas cuatro quintas habrá que restar el comma, bien en una de las quintas, bien repartida entre todas. Lo que históricamente ocurrió fue que sin necesidad de teoría alguna, los afinadores comenzaron a rebajar algo las quintas para que las terceras se acercasen a la justa. Surgen así varios temperamentos aproximativos que luego se denominarán de 1/4c, 2/9c, 1/5c, etc. (es decir, las quintas se rebajan en la fracción de comma indicado). El temperamento práctico antecedió a la teoría sobre la entonación justa que aparece sólo a finales del siglo XVI. Ramos (1482) nos dice que era habitual en su época el temperamento en los instrumentos de tecla. Los de trastes habrían adoptado antes diferentes tipos de temperamento no muy definidos, ajustados a la especial distribución de los trastes en estos instrumentos. F. Gaffurio (1496), P. Aron (1523), G. M. Lanfranco (1533) o T. de Santa María (1565) mencionan que las terceras se afinaban justas o algo mayores que las justas mientras Salinas (1577) dice estar usando el de 1/4c ya en 1530. Realmente si las quintas se acortan en 1/4c, las cuatro quintas que hacen la IIIM reducen en total 1c (4x1/4) y la IIIM es justa. Si la reducción es menor, la IIIM es más grande.

Uno de los atractivos teóricos que presentaba la nueva afinación a mentes renacentistas amantes de la simetría como Zarlino o Salinas era la sucesiva división de los intervalos mayores que se reproducía en los menores. Si la VIII se dividía en V y IV, de igual forma la V puede dividirse en IIIM y IIIm:

División armónica (tríada mayor)
|—— V 3:2 ——|
15 12 10
| IIIM 5:4 | IIIm 6:5 |

División aritmética (tríada menor)
|—— V 3:2 ——|
6 5 4
|— IIIm —|— IIIM —|

En la división armónica el intervalo mayor queda en el grave y en la aritmética el menor.

De la misma forma puede dividirse la IIIM 5:4 en dos tonos de diferente tamaño según las divisiones aritmética y armónica de Dídimo y Ptolomeo:

|—— IIIM 5:4 ——|
10 9 8
Tono menor Tono mayor
10:9 9:8

|—— IIIM 5:4 ——|
45 40 36
Tono mayor Tono menor
9:8 10:9

A su vez, el tono mayor se compone de tono menor más comma sintónico y el tono menor puede dividirse en dos semitonos de diferente tamaño, semitono mayor y semitono menor propios de la justa entonación y siempre en razones superparticulares:

```
|———————— Tono mayor 9:8 ————————|
|———— Tono menor 10:9 ————| Comma sintónico |
72            75            80              81
   Semitono menor   Semitono mayor
       25:24            16:15
```

Las razones 3:2, 4:3, 5:4, 6:5, 9:8, 10:9, 16:15 y 25:24 son propias de la justa entonación o afinación natural y todas ellas están en razones superparticulares. Lo que ahora tenemos que ver es cómo encajan estas admirables, por lo sencillas, simetrías numéricas en la afinación real.

Consonancias de la justa entonación e intervalos menores

Además de VIII, V y IV, de razón igual a las pitagóricas, 2:1, 3:2 y 4:3, los nuevos intervalos de la justa entonación son los siguientes:

Tercera mayor 5:4

Si afinamos cuatro quintas justas, el resultado (pitagórico) es, como hemos visto, un ditono de razón 81:64

```
Do ———————— Sol
   Re ———————— La
      Mi                Do-Mi pitagórico: 81:64.
Do——Mi justo: 5:4
```

La IIIM justa es más corta que el ditono pitagórico en 81/64 : 5/4, = 81:80, el *comma sintónico*, o «comma de Dídimo» (21,5 cents). Si el afinador quiere hacer justa la IIIM, tendrá que restar el comma en algún lugar de las cuatro quintas.

Si nos remitimos a la cuarta, el semitono Mi-Fa aumenta en el comma de Dídimo y da lugar al de razón 16:15 (4/3 : 5/4 = 16/15):

```
Do  9:8  Re  9:8  Mi  256:243  Fa
Do  9:8  Re 10:9  Mi    16:15  Fa
|——— IIIM ———|c.|
```

El comma sintónico que expresa la incompatibilidad entre quintas y terceras justas será uno de los microintervalos a eliminar en el temperamento.

Equivale a 21,5062896... cents (21,5). A pesar de su denominación no corresponde al comma pitagórico que expresaba la incompatibilidad entre quintas y octavas.

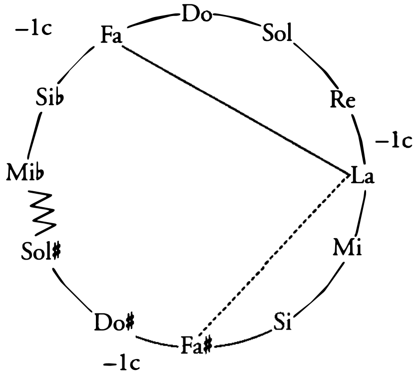
Tercera menor 6:5

También en una razón superparticular, la tercera menor ha sido siempre un intervalo menos decisivo que la tercera mayor. Su razón (6:5) es 1 comma mayor que la del semiditono pitagórico (32:27), ya que si disminuimos en 1c la IIIM manteniendo igual la V, el intervalo complementario, la IIIm, aumenta en la misma cantidad:

Re	9/8	Mi	256/243	Fa	Af. pitagórica
Re	9/8	Mi	16/15	Fa	Af. justa

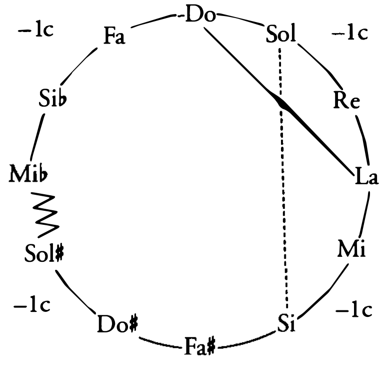
En el círculo de quintas acudimos a su intervalo complementario, la VIM, para no atravesar la V del lobo. Ésta se compone de 3 quintas, justas en la afinación pitagórica, con 1 c menos en una de ellas en la justa (entre Do-Sol o Sol-Re en el ejemplo). Como las quintas que hacen falta para la IIIM son 4, se da una nueva incompatibilidad entre terceras mayores y menores. Si al hacer una IIIM rebajamos una de las quintas puede ser que la IIIm que se construya con 3 quintas justas será pitagórica; si reducimos una quinta de cada 3 para tener terceras menores justas, habrá terceras mayores con 2 quintas reducidas en un comma (–2c), siendo menores que las justas en 1c. Aparece una nueva incompatibilidad entre consonancias a añadir a los ya conocidos entre octavas-quintas y quintas-terceras

Terceras mayores



IIIM Fa-La: justa
IIIm Fa#-La: pitagórica

Terceras menores



IIIm Do-La: justa
IIIM Sol-Si: –1c

Este difícil equilibrio entre los intervalos de V, IIIM y IIIm es un elemento más en la valoración de los diferentes temperamentos. Cuantos más nos acercamos a unas consonancias, más nos desviamos de otras.

Sextas, VIM, 5:3; VIm, 8:5.

Las sextas son los intervalos complementarios a la octava, 2/1:6/5 = 5:3; 2/1:5/4 = 8:5. Como hemos indicado, la VIM es muy útil como equivalente a la IIIm para los cálculos en el círculo de quintas.

El Senario

Las razones de las nuevas consonancias, terceras y sextas, llevaron a G. Zarlino (1558, cc. 13-15) a explorar el mismo problema que los pitagóricos: por qué las razones de las consonancias se encuentran dentro de unos pocos números y más allá comienza el reino de la disonancia. Así como los pitagóricos veían en el número cuatro (*tetractys* de la década) el recinto sagrado de la consonancia, Zarlino lo extiende al *senario* (el número 6), que aparece en las nuevas consonancias. ¿Por qué el 6 constituye un límite? Zarlino intenta encontrar respuestas de tipo metafísico o numerológico: es el primero de los números «perfectos» en el que la suma de sus divisores es igual a su producto, 1+2+3 = 1x2x3; es además un número «circular»: las sucesivas multiplicaciones por 6 siempre dan números terminados en 6, 6x6 = 36, 36x6 = 216, etc. Zarlino, muy influido por el neoplatonismo florentino, veía la esencia numérica inmersa en todas las cosas. El c. xiv de las *Istitutioni* presenta una relación de la presencia del senario en el mundo: signos del zodíaco en cada hemisferio, número de planetas, cualidades sustanciales de los elementos, especies de movimiento, líneas de la pirámide triangular, superficies del cubo, trascendentales, número de modos..., etc. Zarlino mantendrá frente a V. Galilei una visión naturalista de la música; las razones y leyes musicales son leyes naturales.

Las razones del senario incluyen las consonancias clásicas y las nuevas:

Consonancias pitagóricas: VIII: 2:1, V: 3:2, IV: 4:3
Consonancias de la polifonía: IIIM: 5:4, IIIm:6:5, VIM: 5:3, VIm: 8:5

Pero hay un problema: una de las consonancias, la sexta menor (8:5): tiene uno de sus términos (8) que no pertenece al *senario*. ¿Por qué no poner el *ottonario* como recinto de las consonancias? Porque habría que dar cabida al número 7 y los intervalos compuestos con este número (7:6, 8:7) se consideraban disonancias. Zarlino acudirá a la distinción aristotélica de «potencia» y «acto» para decir que la VIm se encuentra en el senario «en potencia», no en acto, lo cual, claro está, no soluciona nada. Posteriormente (1571) se enfrenta de nuevo al problema considerando las potencialidades del *ottonario*, primer número cúbico (2^3), y distinguiendo entre «consonanza propriamente detta» (las del senario) y «consonanza comunmente detta» (sexta menor). Otros autores no se plantean el problema o si lo hacen, pueden decir, como Salinas (1577, II, 13-14), que la VIm es la complementaria a la octava de la IIIM y puede reducirse a esta última que sí entra en los seis primeros números. Kepler (1619) recurre a la geometría y a las características peculiares del heptágono para invalidar el número 7 como generador de consonancias. Hoy puede parecer una cuestión superada o carente de interés pero sigue latiendo el problema. ¿Por qué el intervalo de razón 8:5 es más consonante que 7:4 o 7:5 si sus términos son mayores y están más alejados del unísono?

Tonos y semitonos

Hemos visto ya cómo los tonos y semitonos se encuentran en razones mucho más sencillas y siempre superparticulares en la justa entonación que en la afinación pitagórica. La diferencia entre un tono grande de razón 9:8 y uno pequeño de razón 10:9 es un comma de razón 81:80 (el comma sintónico) que va a ser un intervalo a eliminar para hacer tonos iguales. Así como los dos tonos salen de la división de la IIIM, de la división del tono menor (10:9) salen los semitonos, diatónico, ahora mayor, 16:15, y cromático o menor, 25:24. No ha dejado de sorprender a algunos teóricos renacentistas como Salinas que si siempre era la división del intervalo mayor de donde surgían los nuevos intervalos (en la VIII, de la V, en la V de la IIIM) sea ahora de la división del tono menor (10:9) y no del mayor (9:8) de donde surjan los semitonos rompiendo así la simetría. La diferencia entre ambos semitonos es la *díesis* (128:125, 41,05 cents), que tendrá en la afinación justa la misma función que el comma pitagórico en la pitagórica. Muestra tanto la incompatibilidad entre tres terceras mayores justas y la octava (VIII-3xIIIM) como la diferencia entre sostenidos y bemoles apareciendo en la V del lobo, ahora mayor que la justa en 1 díesis.

Incompatibilidad entre terceras y octava

Entre terceras mayores y octava. La *Díesis* (menor)

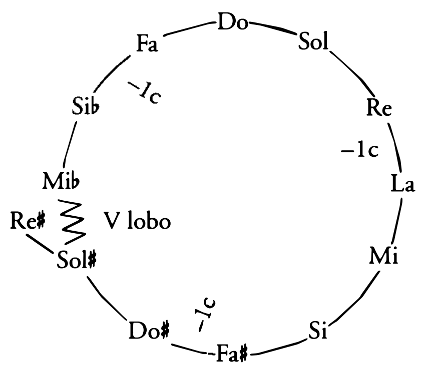
En la afinación pitagórica 12 quintas excedían a 7 octavas; el exceso era 1 comma pitagórico. En la afinación justa hemos reducido 1cs cada cuatro quintas para tener terceras mayores justas y por ello 12 quintas menos 3 cs no llegan ahora a 7 octavas. La diferencia entre 7 octavas y 3 terceras mayores (12 quintas menos 3 commas) es la *díesis* (gr., «separación»). Lo que ocurre ahora es: a) que 3 IIIM no llegan a 1 VIII en una díesis, b) la V lobo es más grande que la justa y c) los semitonos cambian el orden respecto a la afinación pitagórica siendo mayor el semitono diatónico y menor el cromático.

a) La diferencia entre 1 VIII y 3 IIIM justas equivale a 3 c.s. – c.p. = *díesis.*

|——— VIII ———|
Do Do
Do Mi Sol♯ Si♯ |–| Díesis
–1c –1c –1c

|——— VIII ———|
Do Mi Sol♯-La♭ Do
D.

Diesis = 3 cs – 1cp



Seguimos la división diatónica de Ptolomeo con la V reducida Re-La, que da el tono mayor en Do-Re y menor en Re-Mi. La versión de Dídimo reduce la V Sol-Re con lo que Do-Re es menor y Re-Mi mayor. En la notación de Eitz utilizada por Barbour el grupo «diatónico» de cuatro quintas Fa-Do-Sol-Re tienen el índice 0 (sin desviación); las otras cuatro La-Mi-Si-Fa♯, justas entre sí, está desviado respecto a las anteriores en –1cs (la que hay entre Re-La), de ahí el índice –1; de las otras cuatro quintas, Do♯-Sol♯, desviadas 1cs respecto al anterior, lo estarían 2cs respecto al primero (índice –2) mientras Mi♭ y Si♭ tienen 1cs más que el primer grupo (indice +2). La disposición anterior del círculo queda en la exposición lineal con superíndices de Barbour:

C^{0} $C\sharp^{-2}$ D^{0} Eb^{+1} E^{-1} F^{0} $F\sharp^{-1}$ G^{0} $G\sharp^{-2}$ A^{-1} Bb^{+1} B^{-1}

Una disposición más sencilla sería

Mi♭	Si♭	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa♯	Do♯	Sol♯	Mi♭
0	–1c	0	0	0	–1c	0	0	0	–1c	0	+D	

b) El círculo de quintas se ha reducido en 3cs respecto al pitagórico y ahora, a diferencia de lo que ocurría en la afinación pitagórica, la V del lobo es mayor que la justa:

|— V justa —| Díesis | Díesis = 3cs – cp

V^{as} – 3c ← Sol♯ Re♯ Mi♭

|——— V lobo ———| V lobo = V justa + díesis

Un cálculo de la díesis en términos del comma sintónico sería el siguiente. Con quintas justas se da el comma pitagórico que habrá que restar a los 3 commas sintónicos en que ahora se ha reducido el círculo. La relación entre comma pitagórico y sintónico es: 1/12cp = 1/11cs y por tanto 1cp = 12/11cs. Si a 3 cs, 33/11, le sustraemos 12/11, el resultado es 21/11cs, valor de la díesis en el que se agranda la V del lobo.

c) Al ser ahora la V más corta que la justa, los sostenidos quedan «antes» que los bemoles y su separación es la díesis que, como entre Re♯ y Mi♭, aparece en todas las notas enarmónicas (bastaría con prolongar la espiral de V), Re Re♯ Mi♭ Mi. Los semitonos diatónicos son los mayores y los cromáticos los menores:

Sc. Sc. | Sd. | Sc. | Sd. | ...

Do Do♯ Re♭ Re Re♯ Mi♭ Mi Fa... etc.

D. D.

El semitono mayor diatónico se compone de semitono menor cromático más 1 díesis, o la díesis es la diferencia entre semitono mayor diatónico y menor cromático. Esta «inversión» de los intervalos respecto a la afinación pitagórica da la disposición de semitonos habitual.

Las razones de los semitonos ya se han indicado, el semitono diatónico es la diferencia entre IV y IIIM, 4/3 : 5/4 = 16:15 (112 cents). El semitono menor es la diferencia entre el tono menor y el semitono mayor, 10/9 : 16/15 = 25:24 (70 cents). La díesis es la diferencia entre semitono mayor y menor, 16/15 : 25/24 = 128:125 (41,1 cents).

Una forma más compleja de hallar la razón de los semitonos es sumando quintas y restando octavas. La razón del sd. Mi-Fa puede hallarse mediante su complementario a la octava Fa-Mi compuesto de 5 quintas menos 1c, 243/32 : 81/80 = 1.215:162. Restando dicha cantidad a dos octavas, 4/1 : 1.215/162 = 1.215:648, tenemos la razón de la séptima mayor Fa-Mi. Y para hallar su complementario en la octava, 2/1 : 1.215/648 = 1.296:1215 = 16:15. Para calcular por este método la razón del semitono menor hay que restar a las siete quintas que lo forman menos 2 cs las 4 octavas que se atraviesa, $[(3/2)^7 : (81/80)^2] : 16/1$ = 13.996.800 : 13.436.928 = 25:24. Las operaciones son engorrosas pero muestran la potencia del método pitagórico de operar con muy pocos intervalos básicos para hallar cualquier otro.

Incompatibilidad entre terceras menores y octava. Díesis mayor

Menos importante es la *díesis mayor,* intervalo en el que cuatro terceras menores superan a la octava:

Sol♯	Si	Re	Fa	La♭	4xIIIm $(6:5)^4$	
						$(6/5)^4 : 2/1$ = 648:625 (62,6 cents)
Sol♯			Sol♯		VIII 2:1	

Ahora hay que reducir 1c cada 3 quintas por lo que el círculo completo se reduce en 4 commas. Por lo tanto, la V del lobo es mayor todavía que la de las IIIM: cuatro VIM no llegan a la octava en la citada díesis mayor, La♭ – Fa – Re – Si – Sol♯ – (La♭); la V de lobo es muy grande, V + D.M (62,6 cents mayor que la justa).

El schisma

En la historia de las afinaciones ha habido momentos en que en todo el círculo se ha rebajado en total 1 solo comma. Es el caso típico en que queremos una IIIM justa (–1cs) en las notas diatónicas de la escala, dejando el resto del círculo con quintas justas:

Mi♭	Si♭	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa♯	Do♯	Sol♯	Mi♭
	0	0	0	0	0	–1cs	0	0	0	0	0	cp – cs
												schisma

En fracciones de comma: como 1cp = 12/11cs, el schisma vale 12/11 – 11/11 = 1/12cs.

Aparece este intervalo en Ramos por ejemplo, como una primera aproximación desde la afinación pitagórica a la justa, o, con otras metas, en algunos temperamentos alemanes del siglo XVIII. En este último caso el objetivo era hacer justos intervalos «diatónicos» muy frecuentes mientras el círculo de quintas prácticamente se cierra, puesto que el comma sintónico casi anula el comma pitagórico. Este intervalo, producto de la superposición entre las afinaciones pitagórica y justa se denomina *schisma*, diferencia entre ambos commas: sch. = cp – cs = 531.441/524.288 : 81/80 = 32.805:32.768, 23,46 – 21,50 = 1,95 cents (2 cents). El schisma surge como «resto» en la V del lobo cuando rebajamos 1 comma sintónica en toda la extensión del círculo.

Cuando se trata de operar con *schismata* es mejor no acudir a fracciones que se hacen muy complejas, sino tomar al propio schisma como unidad. Así, la díesis equivale tanto a 3 c.s. menos 1 c.p. como a 2 c.s. menos 1 schisma (díesis = 3c – 1cp = +2c – sch). (Usamos simplemente «c» para indicar el comma sintónico; cuando se trata del comma pitagórico será necesario indicarlo, «cp».) Si reducimos 2 commas a lo largo del círculo el resultado es un intervalo que Rameau por ejemplo denomina «coma menor» = 2c – cp = 1c – sch.

V lobo: Sol♯-Mi♭						Cents
V^{as} justas	Sol♯	Mi♭	Re♯	comma pitagórico	V – cp	678,5
V^{as} – 1c	Sol♯	Mi♭	Re♯	schisma (cp –1c)	V – sch	700
V^{as} – 2c	Sol♯	Re♯	Mi♭	2c – cp	V + 2c-cp	721,5
V^{as} – 3c	Sol♯	Re♯	Mi♭	Díesis (3c – cp)	V + díesis	743
V^{as} – 4c	Sol♯	Re♯	Mi♭	D. mayor (4c – cp)	V + D.M.	764,6

El interés de la variación que sufre la quinta del lobo no está tanto en la propia quinta cuanto en la importancia que tiene su tamaño para la formación de intervalos que la atraviesan, p. e., Si-Mi♭ (Re♯), Fa-La♭ (Sol♯), etcétera.

Hay otras equivalencias posibles. Si relacionamos schisma con comma pitagórico, 1 sch. = 1/12cp, 1/2 sch. = 1/24cp. Como 1/12cp = 1/11cs (2 cents), 1sch. = 1/11c, 1/2sch. = 1/22c. Además, 12V – 3c = +21/11c; 12V – 2c = +10/11c; 12V – 1c = –1/11c o 1/12cp (cp-cs = sch.). La V lobo es en el temperamento de 1/4c equivalente a +73/44c y en el de 1/5c a +10/11c, etcétera.

Autores como John Farey (1820) han utilizado el schisma como unidad de medida para sus «temperamentos schismáticos» (Lindley, 2001a).

Intervalos de la justa entonación

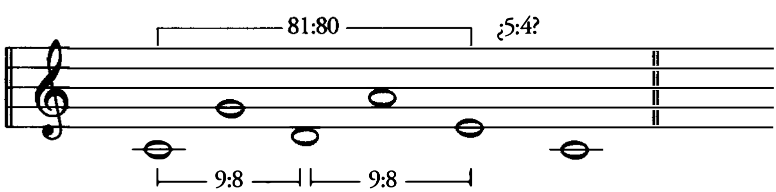
Intervalos	Razones	Cents	Intervalos	Razones	Cents
V	3:2	701,96	IV	4:3	498,04
IIIM	5:4	386,31	IIIm	6:5	315,64
VIM	5:3	884,36	VIm	8:5	813,68
Tono M.	9:8	203,91	Tono m.	10:9	182,40
S.M.	16:15	111,73	Sm	25:24	70,67

Díesis menor, 128:125, 41,06 cents; Díesis Mayor, 648:625, 62,6 cents.
Comma pitagórico, 23,46 cents; Comma sintónico, 81:80, 21,51 cents.
Schisma (1cs – 1cp), 1,95 cents.

Tritono, 7:5, 582,51 cents; VIIm, 9:5, 1.017,60 cents; VIIM, 15:8, 1.088,27 cents.

Inestabilidad de la justa entonación. Valoración

El problema de la justa entonación es que pretende combinar quintas y terceras justas. Pero veamos el siguiente ejemplo:



El tono Do-Re es mayor (9:8) al ser el resultado de una quinta justa (Do-Sol) menos una cuarta justa (Sol-Re) y lo mismo ocurre con Re-Mi (Re-La menos La-Mi). El resultado entre Do-Mi es el ditono pitagórico (81:64). Si queremos hacer a continuación el intervalo descendente Mi-Do se nos plantea un problema. O bien hacemos un ditono pitagórico para regresar a Do o si hacemos el intervalo justo de IIIM 5:4, habremos ido a un Do 1 cs más agudo que el del inicio ya que 81:80 es la diferencia entre ambas terceras. Esto plantea un grave problema de entonación: si un cantante experimentado y cantando sin acompañamiento intenta hacer justos todos los intervalos tiene que enfrentarse al dilema de, bien desafinar determinados intervalos para mantener siempre la misma altura tonal o, si los hace todos justos, aceptar la inestabilidad de la entonación. Teniendo en cuenta que 1 cs es aproximadamente 1/9 de tono, bastará repetir nueve veces el fragmento an-

Scire autem oportebit eum, qui hoc ad sensum uolet experiri, sonos illos .A. et .E. tam primę quam secundę figurę esse, tam in musicis instrumentis, quam in cantu .D. siue magnum, siue paruum; et per .Sol. notam enunciandos esse. Et sonos primę figurę sic cantari.

In quo cantu, posterior .Sol. à priori uno Commate remissus est, ut illic fuit demonstratum. Sonos autem posterioris sic.

Vbi posterior .Sol. à priori uno Commate sublatus est, Vt in secunda figura satis manifeste probatum fuit.

Inestabilidad de la justa entonación. F. Salinas, Musices Liber Tertius, *1566.*

terior para que la nota final haya ascendido un tono respecto a «la misma», la inicial. Esto podría explicar en parte la tendencia «natural» de los cantantes a bajarse de tono en caso de que la disposición de los intervalos sea la inversa, si no están acompañados por un instrumento de notas fijas que mantenga constante la entonación. Solo cabe que el cantante desafine algunos intervalos para que este indeseado efecto no ocurra, lo cual no deja de plantear la paradoja de desajustar algunos intervalos para que la afinación siga siendo justa. En instrumentos de sonidos fijos el problema es insoluble.

El ejemplo anterior suele aparecer en las exposiciones al uso (Lindley, Cohen) y pertenece a Ch. Huygens (OC 20, 77). Un siglo antes, Salinas (1566, c. 26) trae los ejemplos siguientes con el primer intervalo descendente, Sol-Do-Fa-Re-Sol y Sol-Re-Fa-Do-Sol. En un caso, el tono descendente Sol-Fa es mayor y si la IIIm Fa-Re es menor, el tono ascendente Fa-Sol es menor y por tanto el segundo Sol ha descendido 1 cs respecto al primero (3/2 : 4/3) ÷ (4/3 : 6/5) = 9/8 : 10/9 = 81:80). En el segundo ejemplo ocurre a la inversa.

Podemos ver la inadecuación de la justa entonación de otra forma. La disposición de la escala con consonancias justas es la siguiente:

	9:8		10:9		16:15		9:8		10:9		9:8		16:15	
Do		Re		Mi		Fa		Sol		La		Si		Do
1		9:8		5:4		4:3		3:2		27:16		15:8		2

Puede observarse sin mucho cálculo que la quinta Do-Sol se compone de un semitono, dos tonos grandes (9:8) y uno pequeño (10:9), mientras la quinta Re-La tiene un semitono, un tono grande y dos pequeños. Mientras Do-Sol es una quinta justa, Re-La tiene 1 comma sintónico menos, lo que permite que la IIIM Do-Mi sea justa. De nada nos valdría hacer justa Re-La pues entonces tendríamos que rebajar otra quinta para hacer justa la tercera. La diferencia entre ambas quintas estriba en la diferencia entre un tono grande y uno pequeño, 9/8 : 10/9 = 81:80, la diferencia entre el ditono pitagórico y la tercera mayor justa, es decir, el comma sintónico. Por tanto, se da la grave irregularidad de que necesariamente la quinta Re-La (en la división de Ptolomeo, Sol-Re en la de Dídimo) es un comma sintónico más corta que la justa y la tercera menor Re-Fa (Si-Re en la de Dídimo) pitagórica, al estar hecha de quintas justas. Fijándonos en la escala, dicha V tiene la razón 40:27 (10:9 × 16:15 × 9:8 × 10:9) y la IV La-Re 27:20. La IIIm (pitagórica) por su parte es 32:27 (10:9 × 16:15).

El problema teórico que se plantea en todo ello es el siguiente: si la afinación justa es la natural y la deseable, es sin embargo imposible de llevar a la práctica. Parece haber una grave discrepancia entre naturaleza y arte. Este es el origen de la agria polémica entre G. Zarlino y V. Galilei a finales del siglo XVI. El primero, defensor a ultranza de la justa entonación, distinguirá entre instrumentos naturales, como la voz, e instrumentos artificiales, el resto. A Zarlino le parece imposible que la Naturaleza haga nada en vano, que las consonancias naturales del senario sean inaplicables al arte. Recurrirá para explicar el hecho a argumentos tan ad hoc como los aristotélicos de potencia y acto: las consonancias justas no aparecen en acto en los instrumentos artificiales aunque se encuentren en potencia, pero, como la Naturaleza nada hace en vano, es necesario que se den en acto en el instrumento natural de la voz. En los instrumentos de entonación fija, las consonancias justas se encuentran

> ...fuori delle loro naturale proportioni; ne segitarebbe, che quelli, che nascono da i veri Numeri harmonici, non si ritriuassero mai posti in atto; ma fussero sempre in potenza; la qual potenza sarebbe vana & frustratoria [...] la Natura non fanno mai cosa alcuna in vano: peró bisogna dire, che tal potenza si riduca alcune volte in atto [en las voces] (1558, II, 45).

V. Galilei (1581, pp. 9-19 y ss.) añade a las «consonancias» impracticables Re-La, La-Re y Re-Fa, la IIIM La-Do♯ (81:64) y otras. Con tal número de intervalos que no son justos, dice Galilei, la justa entonación es impracticable. Ni siquiera es apta para los cantantes que de hecho no siguen una afinación concreta (la ditono-sintónica de Ptolomeo tal como pretende Zarlino), sino una mezcla de varias. Los instrumentos de trastes, por otro lado, usan la «diatónico intensa» de Aristóxenos (temperamento igual) (pp. 30-31). Propone el tradicional semitono del laúd de razón 18:17 como el idóneo para tal temperamento (p. 49). Aunque es un semitono prácticamente indistinguible del igual, Galilei sabía, como le recordará Zarlino, que $(18:17)^{12} \neq 2$, es decir, que 12 semitonos «iguales» de razón 18:17 (98,95 cents) no llegan a la octava (1.200 cents), aunque en la práctica la diferencia sea irrelevante. Era un semitono fácil de llevar a la práctica mediante la división de la cuerda en dos partes, cada una de éstas en tres y de nuevo en tres cada sexta parte.

Galilei pertenece ya en muchos aspectos a un mundo distinto al de Zarlino, aunque la defensa del temperamento igual en Galilei debe ser matizada. El temperamento igual en los instrumentos de trastes era práctica habitual desde mucho antes. Aparece en el *Dodekachordon* de Glareano (1547) y es un lugar común en Zarlino y Salinas. Como éstos, Galilei recomendará para los teclados el mesotónico regular. La discusión parece ser más de orden conceptual y estilística, o de rivalidad entre maestro y discípulo si se quiere, acerca de la teórica «naturalidad» o «artificialidad» de las consonancias justas, no tanto de su aplicación. La respuesta de Zarlino (1588) insiste en la naturalidad y racionalidad de la justa entonación que la voz humana, como instrumento natural, debe seguir y puede hacerlo gracias a su flexibilidad (I, 1, p. 81, IV, 6-7, pp. 141-146, IV, 27-32). La réplica de Galilei (1589) es un ataque a la distinción entre intervalos naturales y artificiales: todos son igualmente naturales en las tres afinaciones, pitagórica, ptolemaica e igual. El arte es a veces superior a la naturaleza y tan naturales son los intervalos del senario como los que están fuera de él como la séptima de razón 9:5 o el tritono, «...& rompisi pur'il Zarlino la testa quanto vuole» (92-94). El «aristoxénico» Galilei se distancia del «pitagórico» Zarlino eliminando todo constreñimiento numérico y «natural» en la música, separando la música como ciencia y música como arte y abogando por una apreciación sensorial y no matemática de ésta.

Diversos especialistas (Palisca, Walker, Cohen...) se han ocupado de esta famosa polémica en la que aparece de forma clara la emergencia de una nueva época musical, el Barroco, y la ya imprescindible liberación de las disonancias en el nuevo estilo (*seconda pratica* frente a *prima pratica*). Pero a pesar del tiempo transcurrido, sigue latente el problema de la inaplicabilidad de las consonancias en sus razones justas dentro de una escala musical. Porque la afinación natural no es una simple estrategia teórica o fruto de una elección personal. El desarrollo de la acústica y descubrimiento de los armónicos en los siglos XVII y XVIII no hará sino dotar de una base física natural a los planteamientos matemáticos de Zarlino o Salinas. Y esto refleja la notable paradoja de la justa entonación: con intervalos naturales no podemos construir una escala apta para la práctica musical o si así fuese, ésta debe estar sometida a severas limitaciones. Esta es la razón de su imposible utilización práctica en los instrumentos habituales, un hecho que nos sigue sorprendiendo.

Afinaciones pitagórica y justa. Temperamento igual. Comparación

Intervalo	Afinación pitagórica Razón	Afinación pitagórica Cents	Afinación justa Razón	Afinación justa Cents	Desviación	T. igual Cents
Octava	2:1	1.200	2:1	1.200	0	1.200
Quinta	3:2	701,96	3:2	701,96	0	700
Cuarta	4:3	498,04	4:3	498,04	0	500
Ditono – IIIM	81:64	407,82	5:4	386,31	+21,51	400
Tercera menor	32:27	294,14	6:5	315,64	–21,50	300
Tono	9:8	203,91	10:9	182,40	—	200
Limma (Sd.)	256:243	90,22	16:15	111,73	–21,51	100
Apotomé (Sc.)	2187:2048	113,68	25:24	70,67	+43,01	100

Comma sintónico o de Dídimo 81:80 = 21,5053... cents (21,5)
Comma pitagórico 531.441:524.288 = 23,4600104... cents (23,5)
Díesis 128:125 = 41,05885841... cents (41)

El cálculo en cents de los intervalos es en ambas afinaciones muy sencillo sin necesidad de calcular individualmente cada uno de ellos. Mientras en la A.P. partimos de VIII y V, en la A.J. es preciso añadir el de IIIM puesto que no se deriva de los anteriores.

A.P.	A.J.
VIII = 1.200 cents, V = 702 cents	
IV = VIII – V = 1.200 – 702 = 498	IV = VIII – V = 1.200 – 702 = 498
T = V – IV = 702 – 408 = 204	TM = V – IV = 702 – 408 = 204
IIIM = 2xT = 204 + 204 = 408	IIIM = 386,3
IIIm = V – IIIM = 702 – 408 = 294	IIIm = V – IIIM = 702 – 386,3 = 315,7
	Tm = III – TM = 386,3 – 204 = 182,3
Sd. = IV – IIIM = 498 – 408 = 90	Sd. = IV – IIIM = 498 – 386,3 = 111,7
Sc. = T – Sd = 204 – 90 = 114	Sc. = Tm – Sd = 182,3 – 111,7 = 70,6
Cp = Sc – Sd = 114 –90 = 24	D. = Sd – Sc = 111,7 – 70,6 = 41,1
	Cs = Ditono – IIIM = 408 – 386,3 = 21,7

3 *Afinación «semipitagórica». Temperamentos irregulares*

En el capítulo precedente hemos analizado la afinación justa en comparación con la pitagórica. Históricamente es lo que sucedió: mientras Boecio seguía siendo la fuente en las universidades y en la teoría musical, en la práctica los músicos iban acercando los terceras y sextas a sus consonancias naturales lo que creaba una continua discrepancia entre teoría y práctica. Sólo humanistas con conocimiento de las fuentes clásicas y a la vez eximios instrumentistas (Fogliano en Florencia, Salinas en Salamanca, Zarlino en Venecia) pudieron a finales del XVI unificar práctica y teoría. La historia de esta discrepancia se debe fundamentalmente al nacimiento y desarrollo de la polifonía, la gran aportación musical medieval que cambió definitivamente la concepción musical occidental. La afinación pitagórica, con sus terceras y segundas muy grandes, era totalmente adecuada para la expresividad melódica del organum paralelo e incluso para la polifonía gótica posterior, en la que las disonantes sextas mayores ejercían una función parecida a las séptimas de los acordes de dominante en la música triádica posterior. Los semitonos diatónicos muy pequeños añadían valor expresivo a las cadencias de sensible doble. Pero la polifonía va exigiendo la aceptación parcial de las terceras y sextas como consonancias (Odington, Anonymus II, IV, XIII, Vitry, Muris...), especialmente en el fabordón de procedencia inglesa, mientras la música ficta va disolviendo la modalidad basada en la escala diatónica y lleva a cambiar la estructura hexacordal por el módulo de la octava en la que colocar los diferentes intervalos. La teoría boeciana, heredera de una práctica griega muy diferente, no ofrecía un modelo adecuado a tales exigencias: el tetracordio constituía el núcleo estructural básico mientras en la práctica polifónica las terceras iban relegando a un lugar secundario a la cuarta en el orden de las consonancias. A lo largo de nuestra historia musical va a ir apareciendo el problema de la cuarta, que con una razón más sencilla que la de la tercera mayor es, sin embargo, una consonancia menos perfecta, «menos consonante». La concepción de los géneros se basaba en la división de aquélla en tres intervalos mientras la octava completa acabará dividida en semitonos. Sin embargo, y a falta de una nueva teoría aún por hacerse, el sistema de afinación pitagórico con su unificada estructura y la potencia de su método calculístico basado en la adición de quintas seguía siendo el marco teórico de referencia. A pesar de su defensa de terceras y sextas justas, Odington se mueve en el sistema pitagórico como referencia global y cuando, a finales del siglo XV, Ramos introduzca una nueva división del monocordio incorporando definitivamente terceras y sextas, volverá a la tradición boeciana cuando las cosas se complican a la hora de establecer las razones de tonos y semitonos.

He aquí algunos problemas concretos. La nueva razón 5:4 no puede dividirse en dos partes (tonos) iguales, a diferencia de lo que ocurría con el dítono pitagórico. Es una de las razones por las que un teórico tan preclaro como Gaffurio, y a pesar de conocer las divisiones tetracordales de Ptolomeo, rechazará a finales del siglo XV las innovaciones de Ramos. Si la división de la tercera en dos tonos es ya en sí problemática, más lo será la división de estos tonos en semitonos, no sólo alejados, sino invertidos en su tamaño respecto a lo que enseña Boecio. O qué decir de la reducción de una quinta en un comma entero para que la tercera mayor sea justa, quinta que debe estar además entre notas diatónicas.

El contacto entre ambos marcos de referencia, pitagórico en la teoría y justo parcialmente en la práctica, da lugar a enconadas disputas entre teóricos: Ramos y Gaffurio a principios del XVI sobre la afinación, Vicentino y Lusitano sobre los géneros, o a finales de siglo la conocida disputa entre Zarlino y Galilei. En España tenemos como ejemplo de la perplejidad apuntada el caso de Juan Bermudo, espectador atento del escenario musical y en cuya obra podemos ver algunos problemas que acuciaban a los teóricos del momento. Bermudo, aunque no es un humanista en sentido estricto (sólo en Italia se podía estar en contacto con las fuentes clásicas y eso con grandes dificultades de lectura e interpretación), conoce la teoría boeciana sobre los géneros pero observa que la práctica musical de su época no se adaptaba a ninguno de ellos. Ni al diatónico, por el uso de notas alteradas, ni al cromático, en el que el trihemitono (la IIIm) no se mantiene incompuesto sino que también está dividido (con más de cuatro notas cromáticas en la cuarta), y por tanto lo llamará «semichromático». Ni al enarmónico, por no usarse intervalos menores que el semitono menor aunque: «Dizen que en Italia ay monochordyos que el semitono menor está diviso con una tecla pequeña en dos partes iguales [...]. Roguemos a Dios que el género enarmónico no venga a España» (1555, I, fol. 95).

Los prácticos no daban justificación del uso de notas alteradas, según Bermudo: «... mirando a los tres géneros de música veya que que ninguno dellos era [...]. A los tañedores que preguntava porqué hazían puntos intensos y sustentados respondían lo que ya sabía, que le sonavan bien» (ibidem, fol. 86). El actual género cromático nada tiene que ver con el clásico sino que no es sino un diatónico ampliado con alteraciones, que: «... son bozes accidentales ayuntadas a las bozes naturales» (fol. 31v). «... hallé infaliblemente, que [los tañedores] tienen compuesto un nuevo género del diatónico y chromático el qual se puede llamar semichromático» (fol. 86v). «Si este nuevo género no le ponen en arte se ha de viciar con las largas licencias de los bárbaros tañedores» (fol. 46v).

Asociado al «semicromático» de la práctica, donde se ve bien la discrepancia entre una teoría boeciana (pitagórica) y una práctica musical que iba hacia la afinación justa, es en la cuestión de los semitonos, menor el diatónico en la pitagórica, mayor en la justa. Según G. Martínez de Bizcargui (*Arte de canto llano*, 1508) hay dos semitonos pero sólo se usa uno, el mayor, frente al menor de los pitagóricos: «todo semitono de mi a fa, así cromático como diatónico, es mayor e cantable, e todo menor incantable». J. de Espinosa (*Retractaciones*, 1514), fiel a la tradición boeciana, insistirá: «El semitono cantable es menos de la meatad del tono segun el Boecio y el Guillermo [del Podio]...». Se da cuenta no obstante de que en la práctica se usa uno mayor que el pitagórico y mayor que la mitad del tono, pero para la sesquicuarta (5:4): «no ha lugar porque aunque la oreia lo consienta no lo consiente el compás ni la pura matemática» (fol. 9). La cosa parece cruda, porque, exclama: «Pues calle, calle ya e haya vergüenza Gonzalo Martinez de Bizcargui, capellán en la iglesia de Burgos, e cesse ya su barbárica e venenosa lengua en porfía de enseñar e poner en escripto herejías formales en Música, contradiciendo al Boecio e a Guillermo señaladamente [...] cosa por cierto diabólica e de gran blasphemia». La respuesta de Bizcargui es, sin demostración matemática, remitirse a la experiencia: «Este semitono que dize menor hallamos ser mayor por experiencia» (1515).

Si hemos mencionado esta disputa no muy interesante es para mostrar la perplejidad de los músicos, incluso en época tan tardía, entre una teoría y una práctica tan divergentes tanto en lo referente a los géneros como a la afinación de los semitonos.

Durante todo el Renacimiento y hasta finales del siglo XVI, cuando ya se establece en todos sus detalles el nuevo marco de la afinación justa o natural, aparecen multitud de temperamentos «intermedios» que quieren dar cuenta de la práctica musical real (con intervalos justos) y encajarla a la vez en una tradición teórica proveniente del pitagorismo y que debe irse transformando para adaptarse a las nuevas exigencias.

Temperamento «casi pitagórico»

Así denomina M. Linley (2001b, igualmente Barbour, 1933, p. 286) a una disposición particular del círculo de quintas que aparece a finales del siglo XIV y principios del XV consistente en aprovechar precisamente el comma pitagórico para rebajar las terceras y acercarlas a la afinación justa. En la afinación pitagórica, aquellas terceras que en su formación atravesaban la V del lobo se acercaban mucho a las justas al estar esta quinta disminuida en 1cp (24 cents), casi igual a la necesaria coma sintónica (22 cents). Puede aprovecharse esta circunstancia para colocar la V del lobo entre determinadas notas más o menos usuales. Así, mientras los ejemplos musicales del *Robertsbridge Codex* (*ca.* 1340) muestran el uso de un teclado totalmente cromático con la V lobo entre los habituales Sol♯-Mi♭, en el *Codex Faenza* (principios del siglo XV) los ejemplos musicales litúrgicos para órgano parecen indicar la colocación de la quinta falsa entre Si y Sol♭:

							−1cp					
Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Sol♭	Re♭	La♭	Mi♭	Si♭	Fa
							Fa♯	Do♯	Sol♯	Re♯	La♯	

Todas las Vs son justas, excepto Si-Sol♭. Todas las terceras que en su formación atraviesen dicha V son casi justas (–2 cents las mayores, diferencia entre los dos commas), saliendo favorecidas las formadas por una nota diatónica y otra con sostenido, Re – Fa♯ (Sol♭) – La – Do♯ (Re♭) – Mi – Sol♯ (La♭) – Si – Re♯ (Mi♭) (se toman las correspondientes notas «enarmónicas», Sol♭ en lugar de Fa♯, Re♭ por Do♯, etc.). En cada parte del círculo separada por la cp, las quintas son justas y las terceras por tanto, pitagóricas como entre las notas diatónicas, Re-Fa-La-Do-Mi-Sol-Si-Re y entre naturales y bemolizadas, Re♭-Fa-La♭-Do-Mi♭-Sol-Si♭-Re, ninguna de las cuales atraviesa la V corta. Diferentes tríadas recibirán diferente tratamiento musical entre los compositores de la época.

En la literatura al respecto, esta disposición del círculo aparece a menudo como «pitagórica medieval» o «de Zwolle» (por el tratadista de mediados del siglo XV, Henri Arnaut de Zwolle) y su afinación es elemental: si partimos de La, afinar con quintas justas en un sentido hasta Si y en otro hasta Sol♭. La V de lobo quedará entre esas dos notas. Esta disposición del círculo la mencionan, además de Zwolle, otros teóricos del XV, Prodoscimus de Beldemandis, Ugolino de Orvieto, Johannes Legrense, John Hotby, Nicolaus Burtius y Franchino Gaffurio. Podría ser una afinación propia de ciertas piezas musicales de la primera mitad del siglo como *Adieu ma très belle* de Binchois (libro de órgano Buxheim), o *Mille bon jours,* de Dufay.

Para Gaffurio y otros defensores de la afinación pitagórica constituye una alternativa a las innovaciones de Ramos. En Alemania parece que se usó la disposición del círculo de quintas con la V corta entre Si♭ y Fa y por tanto con las terceras y sextas que tienen un bemol cercanas a las justas. Sin embargo, la única defensa explícita de esto aparece en G. Anselmi (1434) (Lindley, 2001b).

Temperamentos irregulares. El temperamento de A. Schlick

A diferencia del sistema anterior, que es regular, aparecen a lo largo del siglo XVI y principios del XVII una serie de temperamentos prácticos, sin gran elaboración teórica, que mantienen, como en el anterior, la V corta Si-Sol♭ pero modifican otras quintas para conseguir más terceras justas. Son por tanto temperamentos irregulares, que a veces emplean la división del comma pitagórico, otras el sintónico, pero en cualquier caso el objetivo es el mismo: tener mayor cantidad de consonancias entre las notas más usuales, algo que heredarán los afinadores alemanes del Barroco. Estos son los más conocidos:

Heinrich Schreiber (Henrichus Grammateus) (1518) reparte el comma pitagórico (24 cents) en dos partes iguales entre las quintas Si-Fa# y Si♭-Fa.

Fa		Do		Sol		Re		La		Mi		Si		Fa#		Do#		Sol#		Re#		La#		Fa
	0		0		0		0		0		0		–1/2cp		0		0		0		0		–1/2cp	

Cada V reducida en 12 cents tiene 690 frente a los 702 cents del resto, puras. El círculo queda dividido en dos secciones, una «diatónica» y otra «cromática». Una característica importante de este temperamento es disponer de diez semitonos iguales mientras el c.p. queda distribuido en partes iguales entre los dos semitonos Mi-Fa, Si-Do, 12 cents menores que los restantes.

Dividir en partes iguales un tono pitagórico (9:8) por procedimientos aritméticos es imposible, como hemos visto. Para la división del tono Sol-La en una nota media que valga tanto para Sol# como La♭, Grammateus acudirá a métodos geométricos derivados de Euclides (*Elementos* VI, 9 y 13). El método había sido expuesto por Faber Stapulensis (1496) y lo habían utilizado entre otros, Erasmus de Höritz en un tratado no publicado (c. 1506) (Vid. más adelante).

Aparte de las V, en este temperamento hay 4 IIIp (408 cents) y 8 con 1/2cp menos que las pitagóricas de 408 – 12 = 396 cents, 10 cents más que las justas; 6 IIImp (294 cents) y 6 de 306 cents (12 más que las pitagóricas).

Martín Agrícola (1539) da una afinación del monocordio como la pitagórica medieval, con la «V lobo» entre Si-Fa#, pero ahora reducida no en 1cp sino en 1cs. El schisma resultante está entre Re# y Sib. El círculo de quintas queda dividido en dos secciones de quintas justas, Sib-Si y, un comma sintónico menos, Fa#-Re#.

Sib	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa#	Do#	Sol#	Re#	Sib
0	0	0	0	0	0	0	–1cs	0	0	0	–1sch.	
							22 cents				2 cents	

Es un sistema muy parecido al de Ramos (1482), en el que, aparte de las quintas, hay 4 IIIM justas (las que atraviesan la V Si-Fa#), 4 pitagóricas y 4 (406 cents) con 1 sch. menos que estas últimas; 3 IIIm justas, 6 pitagóricas y 3 mayores en 1 sch (296 cents).

Sylvestro Ganassi (1543) propone un temperamento para laúd y viola con la quinta Re-La reducida en 1cs y el resto de las notas «diatónicas» en quintas justas. De esta forma, intervalos como Fa-La-Do-Sol-Si son puros, aunque no Re-Fa, pitagórico.

Los semitonos cromáticos vienen por la división en partes iguales de las consonancias anteriores, Do-Do#-Re-Mib-Mi-Fa-Fa#-Sol y La-Sib-Si-Do. Asimismo, Sol# es intermedio entre Sol y La. El resultado es el siguiente:

					–1cs							
Mib	Sib	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa#	Do#	Sol#	(Re#)
–11	+10	0	0	0	–22	0	0	+10	0	–11	0	

Juan Bermudo (1555) presenta una afinación para las siete cuerdas de la vihuela en la que utiliza el método geométrico de Grammateus para dividir el tono en dos semitonos iguales. Su aplicación al órgano (f. 109v) es un tanto ambigua pero que pasa por ser una de los primeros temperamentos para este instrumento muy cercano al temperamento igual. Propone temperar 1/6c los tonos sesquioctavos (mayores) para poder «tañer todos los semitonos». En los dos primeros tonos (Do-Re-Mi) debe haber 1/3c lo que da una IIIM con +2/3c (si la IIIM justa es –1c respecto a la pitagórica de quintas justas, al restarle sólo 1/3c queda alta todavía en 2/3c). Podría responder al siguiente esquema, suponiendo que Fa#, nota que no aparece en el temperamento de Bermudo, sea una quinta justa respecto a Do#:

Mib Sib Fa Do Sol Re La Mi Si (Fa#) Do# Sol# Mib
−1/12 −1/12 −1/12 −1/12 −1/12 −1/12 −1/12 −1/12 −1/12 −1/12 −1/12 −1/2c-sch.

Lo interesante hoy de esta división es que las IIIM Do-Mi, Sol-Si y La-Do#, 2/3c mayores que las justas, con 400,6 cents, son practicamente iguales que las del temperamento igual (400 cents). Los tonos Do-Re-Mi-Fa# y Sol-La-Si-Do# son 1/6c menores que los pitagóricos (200,4 cents), casi iguales que los del temperamento igual (200 cents). Como más tarde harán teóricos de poca preparación matemática (Werckmeister, Kirnberger), Bermudo hace una división aritmética del comma sintónico, lo que lleva a ligeros errores.

Hay otra versión del temperamento de Bermudo, no regular esta vez, basada en su afirmación de que si se quita 1/2 comma a dicha IIIM, «quedarán más sabrosas todas las terceras mayores» y las quintas casi «perfectas», lo que daría una V = −1/8c (4x1/8 = 1/2). P. Barbieri (1987, 205n) ve en el temperamento de Bermudo «una sorprendente anticipación del temperamento moderato» propuesto por G. De Lorenzi (1870) como alternativa al igual (Mib÷Do con V −1/12, Do÷Mi, −1/8, Mi÷Do#, −1/12 y Do#-Sol#-Mib, −1/22 cada una. Recuérdese que 1/22 = 1/2sch.).

Giovanni Maria Artusi (1600) propone para el laúd un temperamento mesotónico (de tonos medios entre el mayor y el menor) modificado, en el que la «díesis» resultante (2 1/2 commas menos 1cp) está dividida en dos partes iguales entre las quintas Si-Fa# y Sib-Fa y el tono dividido en partes iguales:

Fa Do Sol Re La Mi Si Fa# Do# Sol# Mib Sib Fa
−1/4 −1/4 −1/4 −1/4 −1/4 −1/4 +5/4c −1/4 −1/4 −1/4 −1/4 +5/4c
−1/2cp −1/2cp

1/4cs = 5,37 cents;

10 × 1/4c = +2 1/2c, que repartida entre dos V, cada una aumenta 5/4c, a lo que hay que añadir 1/2cp para repartirla entre ambas; en total, ca. 15 cents. El resultado son 10 V de ca. 696 cents y dos de 717 cents.

Para dividir terceras mayores y tonos en partes iguales, menciona las soluciones geométricas euclídeas de Faber y el procedimiento arquimediano del Mesolabio: la IIIM del mesotónico regular puede dividirse geométricamente en dos partes iguales, pero la división en más partes requiere otros procedimientos (véase infra). Cada semitono equivale a $\sqrt{\sqrt{5/4}}$, en expresión aritmética. Según nos dice, hay intervalos que resultan falsos en el canto pero no en el laúd. Como en el caso de Grammateus, hay 10 semitonos iguales y 2 que no lo son.

Robert Dowland (1610) propone un temperamento para el laúd que, como los de Grammateus o Agrícola, presenta muchas quintas justas (los números indican cents redondeados), una especie de mezcla entre pitagórico (V lobo Sol♯-Mi♭), justo en la escala diatónica (V La-Mi rebajada en casi 1cs) y refinamientos posteriores:

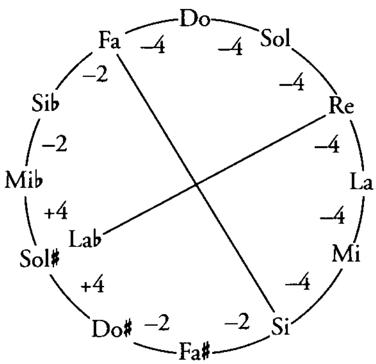
				–1c – sch.					V lobo			
Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa♯	Do♯	Sol♯	Mi♭	Si♭	Fa
0	0	0	0	–20	0	+5	+9	0	–28	0	+9	

La reducción de la quinta La-Mi en casi 1c hace que las IIIM Do-Mi y Sol-Si sean casi justas (388 cents), aunque tal quinta sea impracticable. Toma el Fa♯ como media aritmética entre Fa y Sol de forma que la quinta Si-Fa♯ es 5 cents mayor que la pura. Las terceras Re-Fa-La son pitagóricas y la V lobo es más corta aún que la pitagórica (tiene 4 cents menos).

Se trata de una modificación de temperamentos anteriores como el de Andreas Ornithoparchus (*Musicae activae micrologus*, Leipzig, 1517, traducido al inglés por el propio Dowland en 1609), fundamentalmente pitagórico (Si÷La♭ en quintas justas). O como el de Hans Gerle (1532), a quien menciona, con una distribución más uniforme de las desviaciones de las quintas: Fa÷La justas, La-Mi –9 cents, Si-Fa♯ –6, Fa♯-Do♯ +9, Si♭-Fa –11, y Sol♯-Mi♭ –7 cents.

A. **Schlick** (1511). Entre los temperamentos irregulares del siglo XVI merece mención especial el de Arnold Schlick, uno de los más antiguos y mejores desde la perspectiva actual en que pedimos a los temperamentos cierta regularidad (el temperamento igual es totalmente regular). Se trata de un temperamento para órgano con unas características muy peculiares en ese aspecto: es parecido, pero anterior, a los temperamentos mesotónicos de finales del XVI, es circular, sin V lobo, diseñado para toda la escala cromática diferenciando las tonalidades más usuales (notas diatónicas) de las menos (cromáticas), no tiene ningún intervalo justo y posee una notable simetría.

Las instrucciones de Schlick son las siguientes: a) afinar por quintas «algo cortas» las «claves naturales» a partir de Fa, b) las terceras mayores serán demasiado grandes pero Fa-La, Do-Mi y Sol-Si serán mejores que las demás, c) las teclas correspondientes a Si♭, Mi♭ y Fa♯, Do♯ se afinarán de la misma forma, mediante «quintas cortas», d) La nota Sol♯-La♭ merece una atención especial debiendo formar IIIM tanto con Mi (Sol♯) como con Do (La♭), e) el resultado de ello es que la V La♭-Mi♭ es «un poco más grande» que la justa. Seguimos la reconstrucción de J. M. Barbour (1972, pp. 137-139), pero en forma circular, para apreciar la simetría:



V diatónicas: 698 cents
V cromáticas: 700 cents
Do♯-Sol♯ y La♭-Mi♭: 706 cents

Las IIIs «diatónicas» son 5 cents mas grandes que las justas, las «cromáticas» 8 o 10 cents. Mi-Sol♯ y La♭-Do son casi pitagóricas y cercanas a las del temperamento igual; Si-Re♯, Fa♯-La♯ y Re♭-Fa tienen 26 cents más que las justas, 2 más que las pitagóricas.

A pesar de su supuesta perfección no fue un temperamento muy difundido aunque no sabemos bien en qué condiciones se expuso. En cualquier caso, parece que fue desplazado por el mesotónico. Como en un mesotónico intermedio entre el de 1/5c y 1/6c, la quintas «diatónicas» son cortas en –4 cents y, como en el igual, las «cromáticas» en 2 cents.

Barbour considera este temperamento como una temprana aproximación al igual, lo que indicaría que éste, el temperamento igual, sería el temperamento práctico a principios del siglo XVI lejos de consideraciones matemáticas o del conocimiento de la teoría griega. No parece que tal opinión pueda mantenerse. La propuesta de Schlick parece más bien un experimento aislado y particular sin ninguna influencia en el resto de los teóricos musicales del siglo XVI.

Los temperamentos irregulares de los siglos XVI y XVII son interesantes históricamente como precedentes de los temperamentos irregulares barrocos, tanto franceses como alemanes, del siglo XVIII. Pero en su momento, y a pesar de la idoneidad de su aplicación, los teóricos del humanismo musical italiano estarán más preocupados en establecer sobre una base rigurosa la justa entonación que en planteamientos prácticos de este tipo.

4 El humanismo musical renacentista. Justa entonación y división múltiple de la octava

El término «Renacimiento», como el de «manierismo» o «barroco», se ha tomado de la historia del arte y aplicado a la música. Dos son al menos las características que diferencian la música del resto de las artes en este periodo. En primer lugar, el predominio de compositores «del Norte» (franco-flamencos) durante el siglo XV y la primera mitad del XVI frente a los italianos, que sólo aparecen a partir de la segunda mitad del XVI. En segundo lugar, la ausencia casi total de ejemplos musicales antiguos a imitar, a excepción de referencias literarias o filosóficas.

La primera característica ha hecho que muchos musicólogos caractericen el Renacimiento musical no en términos estilísticos sino culturales. Así, P. H. Lang (1940) o C. Palisca (1985, pp. 5-6): «Renaissance music is not a set of compositional techniques but a complex of social conditions, intellectual states of mind, attitudes, aspirations, habits of performers [...]. Eventually many of these impulses were translated into musical style, but this was a gradual process». Frente al estilo de polifonía «abstracta» (casi medieval) de los compositores del Norte, los italianos habrían aportado, aunque tardíamente, características propias tales como la homofonía, el ritmo regular y, sobre todo, la comprensión del texto, de la palabra.

Si se carecía de ejemplos vivos de música antigua y únicamente se disponía de los consabidos comentarios de Platón o Plutarco, el gradual descubrimiento y conocimiento de las fuentes teóricas antiguas sólo pudo hacerse en Italia, al amparo de sus bibliotecas. Pero eso exigía humanistas versados tanto en la lengua griega como en teoría musical para no depender de traducciones a menudo poco fiables. En cualquier caso, distintos humanistas sacaron conclusiones muy diferentes a partir de los mismos textos antiguos en función de sus propios intereses. «Mover los afectos» o provocar en el oyente «los maravillosos efectos de la música» se convirtió en los ideales de la nueva música. Para ello, las dos vías tradicionales eran el uso adecuado de los modos y los géneros y a ello se dedicaron libros importantes como el *Dodekachordon* (1547) de H. Glareano y *L'antica musica ridotta alla moderna prattica* (1555) de N. Vicentino. Pero, aparte de no ponerse de acuerdo los diferentes humanistas ni en cuales eran los modos antiguos o qué emoción humana se adecuaba a cada uno de ellos, la principal diferencia entre la música antigua y la renacentista era la polifonía. Al parecer, la música exaltada por Platón o Arsitóxeno correspondía a una práctica monódica. En un contexto polifónico como el renacentista parecía poco aplicable tanto la teoría de los modos como la de los géneros. En el primer caso, podría darse una «colisión modal» entre distintas voces; en el otro, no parece que un género como el enarmónico, el más maravilloso y efectivo de todos para algunos, fuese aplicable a la polifonía sin graves dificultades.

Estaba además la comprensibilidad de la letra, «el alma» *(logos)* de la música en la tradición platónica, incomprensible habitualmente en la polifonía. De ahí derivó en parte la reacción de la Camerata florentina que inaugura ya la nueva etapa barroca: «... se la Musica de gl'antichi hauesse cantato più arie mescolatamente insieme della medesima Canzone, come fanno i Musici nostri [...] ad vn medesimo tempo, farebbe stato senza dubbio impossibile, che ella hauesse potuto si gagliardamente muovere gl' affetti...» (G. Mei, 1602, sin paginación). Si «mover los afectos» (*muovere gli affetti* es un *motto* ampliamente extendido en el siglo XVI) es el ideal musical que surge en el Renacimiento, sólo, al parecer, podrá cumplirse en el Barroco gracias a la monodia acompañada.

También desde la polifonía se había intentado la expresión de los *afetti* del texto que debían ser «exprimidos» por la música. Trento propugnó una homofonía que hiciese inteligible el texto religioso, Vicentino, de forma radical y afín al espíritu madrigalesco, propone la resurrección de los antiguos géneros para expresar emociones extremas (véase más adelante) mientras Zarlino criticará los extremos armónicos de éste proponiendo, de forma mucho más moderada, una relación natural entre los afectos del texto y los diferentes intervalos musicales (1558, IV, 32-33). Zarlino muestra ya una polarización emocional (alegría-tristeza) que se corresponde con la interválica (terceras mayores-menores, tono-semitono), con las divisiones armónica y aritmética de las consonancias y, a la postre, con las tonalidades mayor y menor.

Pero si para dar expresión musical a tal cantidad de condicionantes (peso de la tradición, evolución de la polifonía, nuevos ideales humanistas a menudo en conflicto, etc.) aparecen en el Renacimiento una enorme variedad de temperamentos, la principal aportación que nos interesa es el establecimiento de la justa entonación en todos sus detalles. Y ello es obra de una serie de humanistas en contacto con las fuentes clásicas en Italia y que tiene en los extremos de la evolución a dos teóricos españoles, Ramos y Salinas.

Ramos de Pareja (*ca.* 1440-*ca.* 1498)

Hasta hace bien poco tiempo, Ramos de Pareja era considerado en España algo así como el «padre» del temperamento igual. Esto es rigurosamente falso. El mérito principal de Ramos estriba en que, fuera de la tradición boeciana, propone una afinación para la escala diatónica propia ya de la justa entonación. Cuando, no obstante, se complican las cosas como en la afinación de los semitonos cromáticos, regresa al puerto seguro de la tradición.

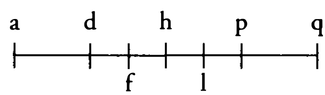
Bartolomé Ramos de Pareja (Ramis de Pareia) fue teórico, compositor y catedrático de música en Salamanca, de donde pasó a Bolonia y posteriormente a Roma. Fue autor, entre otras obras perdidas, del *De Musica práctica* (Bolonia, 1482) que, de hacer caso a su discípulo Spataro, tardó diez años en escribir. Parece ser que proyectaba su continuación en un segundo volumen. La obra constituye una curiosa amalgama de ideas conservadoras y novedosas, algunas provocadoras, y suscitó fervientes ataques y defensas a ultranza. Ramos pretende superar la oposición entre músicos teóricos (boecianos) y prácticos (obsérvese el título del tratado). Eliminando tales diferencias, cree con mucho optimismo, que cualquier músico puede llegar a ser un artista «peritísimo».

Las innovaciones fundamentales de Ramos echan por tierra tanto el sistema hexacordal de Guido al proponer un nuevo ámbito de estudio teórico, la octava (la primera consonancia después del unísono), como la concepción tetracordal boeciana mediante una nueva afinación del monocordio con terceras y sextas en la justa entonación. En su polémica con Ramos, Burcio y Gaffurio se mostrarán partidarios tanto de la solmisación guidoniana como de las razones pitagóricas de los intervalos. Ambos extremos parecían ir juntos en la tradición de la época. Su interés por la octava (cada nota viene determinada por una nueva nomenclatura, Psa-li-tur-per-vo-ces-is-tas) no es ajeno a consideraciones numerológicas como la perfección del número ocho (2x2x2), número de ángulos de las figuras geométricas. Las alteraciones, muy frecuentes ya en la época, conservan el mismo nombre que la nota natural con la adición de sostenido o bemol y se decanta por el La♭ en lugar del Sol♯. En teoría, sólo puede usarse una alteración; la otra no sería propia del género cromático.

Pero las innovaciones más importantes habrán de venir de una nueva división del monocordio que sea más sencilla para los cantores que la boeciana: «... mensura subtiliter [monochordium] a Boetio dividitur, sed illud, sicut theoricis utile iocundum est, ita cantoribus laboriosum intellectuque difficile» (p. 96). Igualmente tediosa y laboriosa es la división de Guido (p. 99). La suya es fácil y atiende a todas las consonancias usuales: «... omnes nostras, quia vulgares et non difficiles sunt fractiones, facillimas fecimus devisiones» (p. 99). Aunque ofrecemos una versión algo simplificada de la afinación del monocordio de Ramos, se ajusta a la original.

Primera división: en mitades.

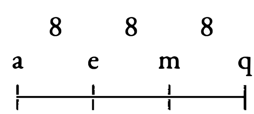
La cuerda aq se divide por la mitad en h; a su vez, ah en d, y dh en f. Lo mismo hacemos con la sección hq mediante p, y hp mediante l:



Suponiendo que la longitud de la cuerda es de 24 unidades, aq:ah = 24:12 = 2:1, VIII ah; aq:dq = 24:18 = 4:3, IV ad; aq:pq = 24:6 = 4:1, 2xVIII ap; aq:lq = 24:9 = 8:3, VIII+IV al (octava más cuarta, «que como dice Boecio, V, 9, sólo Ptolomeo admite entre las consonancias»).

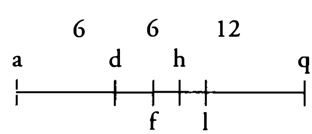
Segunda división: en tercios.

Dividimos aq en tres partes mediante m y e:



aq:ae = 24:8 = 3:1, VIII+V en e; aq:am = 24:16 = 3:2, V, en m.

Volviendo a la primera división y comparando ambas:



qd:qf = 18:15 = 6:5, IIIm (qd 6 partes, qf 5); qf:qh = 15:12 = 5:4 = IIIM (fq 5 partes, hq 4) Esta tercera mayor está compuesta por dos tonos, perfecto uno e imperfecto el otro; qa:qf = 24:15 = 8:5, VIm; qf:ql = 15:9 = 5:3, VIM.

Comparando la división en mitades con la división en tercios obtenemos el tono: dq:eq = 18:16 = 9:8, ó lq:mq = 9:8.

El resultado es, según Ramos, una división del monocordio con razones más sencillas que las pitagóricas.

La división de Ramos parece una mezcla de las de Dídimo y Ptolomeo, aunque llegase a ésta de forma independiente, según su discípulo G. Spataro.

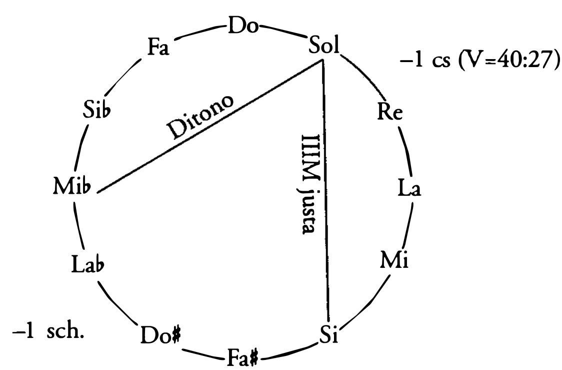
La		Si		Do		Re		Mi		Fa		Sol		la
	9/8		16/15		10/9		9/8		16/15		9/8		10/9	
		Diatónico de Dídimo						Diatono syntono de Ptolomeo						

Puesto en una sucesión de quintas:

Fa		Do		Sol		Re		La		Mi		Si
	0		0		−1cs		0		0		0	

La quinta Sol-Re está reducida en 1 cs, lo que permite que todas las terceras de la escala diatónica que la atraviesan sean justas (Fa-La-Do-Mi...), y no aquéllas que no lo hacen, como Si-Re (32:27) que es pitagórica. Evidentemente, la cuarta Re-Sol (27:20) y la quinta Sol-Re (40:27) son impracticables. A pesar de ello, la idea de reducir en 1cs una quinta será retomada con otras perspectivas en siglos posteriores.

Ramos no lleva a la escala cromática la división del monocordio utilizada en la diatónica. Ello hace que el círculo de quintas presente una disposición peculiar, irregular, una mezcla de afinación pitagórica y justa con dos tipos de quintas de diferente tamaño. Las terceras cromáticas son pitagóricas, a excepción de Si♭-Re, admite únicamente, como Boecio, el tono pitagórico 9:8, «quae [divisio] 9 et 8 numerorum ambitu conscribitur» (p. 99) y elimina el *apotomé*.



El círculo de quintas queda dividido en dos secciones, Lab ÷ Sol y Re ÷ Do#, separados por 1cs, lo que da lugar al *schisma* de la quinta del lobo, quinta que se reduce en dicho intervalo, 1cp – 1cs (32805:32768, 2 cents) quedando muy cercana por tanto a la justa. Ello da lugar a tres tipos de terceras:

— las que atraviesan la quinta Sol-Re que son justas (Sib-Re-Fa-La-Do-Mi-Sol-Si),
— las compuestas de quintas justas (Lab-Do-Mib-Sol-Sib y Re-Fa#- La-Do#-Mi)
— aquellas muy cercanas a las pitagóricas que atraviesan la quinta reducida en un *schisma* (Mi-Lab-Si-Mib-Fa#-Sib-Do#-Fa).

Hay asimismo tonos y semitonos de tres tamaños diferentes; los semitonos del diatónico Mi-Fa, La-Sib y Si-Do son justos (16:15), mientras Sib-Si es ligeramente menor (135:128).

Puede verse que se trata de un primer intento bastante imperfecto de acercarse a los intervalos justos. Una V tan habitual como Sol-Re es impracticable y además sólo aplica la reducción al género diatónico. Cuando aparecen alteraciones, estamos de nuevo en el sistema pitagórico o en un «pitagórico-justo».

La división del monocordio de Ramos es puramente práctica, como indica el título de su obra, y para el género diatónico. No parece haber leído fuentes griegas, aunque sí conoce en profundidad a Boecio, hacia quien se muestra ambivalente. En el Prólogo de su obra le alaba por los fundamentos filosóficos y aritméticos en que descansa su obra y proclama que siempre será apreciada por los eruditos a la vez que rechazada por los músicos autodidactas, que la encuentran oscura y difícil.

El ataque a las innovaciones de Ramos habría de venir de varios frentes. Un discípulo de Gallicus y heredero del ambiente boeciano que se respiraba en torno a Vittorino da Feltre, Nicolás Burtius (Burcio, *ca.* 1450-1518), le criticará tanto su alejamiento del sistema hexacordal guidoniano como sus innovaciones en la afinación. Cuatro años después, el discípulo de Ramos, Giovanni Spataro (*ca.* 1460-1541) saldrá en su defensa. Se une a la polémica Franchino Gaffurio, quien envía a Spataro una copia del *De música práctica* señalando los errores de Ramos. Spataro replica a su vez con un tratado en que denuncia los errores de Gaffurio. Este último denuncia de nuevo (1518) los errores de Ramos, con la consiguiente respuesta de Spataro en una serie de cartas. Gaffurio ataca a ambos de nuevo y Spataro redacta finalmente los *Errori...* (1521), su obra más conocida.

Estas disputas parecen mostrar la tendencia musical más progresiva de Bolonia frente a la línea más conservadora de Parma y Milán. Spataro fue director de coro en San Petronio de Bolonia. Al no conocer las lenguas clásicas, su conocimiento de la Antigüedad venía de Boecio y el propio Gaffurio. Volcado en la observación de la práctica, dice de la afinación *syntono diatónica:* «... tale monochordo (da Ptolomeo producto) e quello che in la actiua Musica oggi se exercita» (*Error* 16). La afinación propuesta por Ramos es, según Spataro, la que usan en realidad los músicos, la tercera mayor 5:4 y no el ditono pitagórico 81:64. La diferencia entre ambos, 81:80, no es inaudible como pretendía Gaffurio sino perfectamente audible como dice Ramos. Insinúa además que Gaffurio admite su propia derrota y la de la tradición al reconocer que los músicos temperaban a oído ciertos intervalos alterando sus razones: «... perche se la pythagorica institutione [...] ha bisogno de aiuto per intensione: et remissione/ tale institutione non potrá conuenire per se al Musico exercitio [...] la pythagorica doctrina (in quanto a la exercitatione) [dico] essere omnino inutile: frustratoria: & uana» (*Error* 26).

Franchino Gaffurio (1451-1522)

Sería injusto despachar a F. Gaffurio como un teórico un tanto retrógrado sin reconocer la enorme erudición de sus escritos recogida de los autores clásicos, algo esencial en el Renacimiento. Franchinus Gaffurio (Gaffurius, Gafurius, Gafori) es el primer gran humanista musical, el primer teórico que tiene a su disposición los principales tratados musicales griegos, además del Boecio. Aunque admite (1518, I 3, II 24) que las terceras y sextas justas suenan bien al oído y que las razones pitagóricas 81:64 y 27:16 carecen de racionalidad, objeta que la razón superparticular 5:4 no puede dividirse en dos partes iguales como era el caso del ditono pitagórico. Conoce la progresión aritmética 6:5:4:3:2:1 propia de la justa entonación y la posibilidad de convertir las razones pitagóricas en justas y sin embargo se mantiene en su universo teórico, beligerante contra las nuevas propuestas y sin atreverse a dar el paso final a pesar del uso de expresiones como «ratione ac sensu» o de reconocer que las divisiones de Ramos no son tan nuevas pues se hallan en Ptolomeo. En otros aspectos fue más incisivo, como en la sospecha de que los modos eclesiásticos no coincidían con los griegos, o la mención por primera vez al temperamento («diminutio») en los teclados (1496, II 3. «Diminutio», la disminución de las quintas que hacen los afinadores para conseguir terceras justas). Otros muchos detalles de las fuentes clásicas que Gaffurio destaca habrán de pasar a los tratadistas posteriores.

Ludovico Fogliano (finales del siglo XV-1539)

1. División del monocordio

Las nuevas consonancias justas usadas en la práctica («imperfectas» para la teoría boeciana) y defendidas por Ramos y Spataro habrían de conseguir su estatus teórico en la obra, breve pero decisiva, de Ludovico Fogliano (Fogliani, Follianus). Es la primera vez que en una obra teórica, *Musica theorica* (1529), se abordan las implicaciones derivadas de la inclusión de las nuevas consonancias. Establece por otra parte un método expositivo tripartito con el estudio de las razones aritméticas, su contraparte musical y la división del monocordio, que habrían de seguir otros como Zarlino o Salinas. Fogliano es de los escasos humanistas del Renacimiento que unen al conocimiento del griego, imprescindible en la época para acceder a las fuentes musicales, una amplia experiencia musical como cantante y compositor.

El objeto de la música es el *numero sonoro*, el número que mide las partes de la cuerda del monocordio, concepto éste que repiten Zarlino y Salinas sin mencionar la fuente. La música es, siguiendo la tradición aristotélica, una ciencia que está entre las matemáticas y las ciencias naturales, una *scientia media* (I, 1). La sensación tiene un papel tan importante que en su nombre rechaza la clasificación pitagórica de las consonancias, autoridad que «... mihi uidetur falsa: quum sensui contradicat» (II, 1). La definición de consonancia y disonancia pasa de la tradicional definición numérica o metafísica a tener un sesgo sensorial (que por otra parte aparece también parcialmente en Boecio) en términos de «amica» o «inimica auribus commixtio»: «Consonantia est duorum sonorum secundum acutum & graue distantium: auribus amica commixtio [...] dissonantia contraria: est duorum sonorum secundum acutum & graue distantium auribus inimica commixtio» (II, 2).

Siguiendo este criterio sensorial, advierte que las consonancias de los prácticos son más que las pitagóricas, como la octava más cuarta mencionada por Ptolomeo y, sobre todo, las terceras y sextas, siendo posible una división del monocordio en que aparezcan las razones superparticulares de estas últimas. Tras el estudio matemático de las diferentes consonancias, Fogliano expone la división del monocordio en III, c. 1. Es un capítulo altamente instructivo de su forma de proceder mediante la única aplicación de la división armónica de octava y quinta. La octava a dividir es Do-do, como en Ramos, y corresponde a la que treinta años más tarde traerá Zarlino identificándola con la «syntono diátona» de Ptolomeo (compárese Fogliano, III, 1, con Zarlino, *Ist.* II, 39).

En primer lugar, Fogliano divide armónicamente la octava con la quinta en la parte inferior y la cuarta en la superior:

V 3:2		IV 4:3	
Do	Sol	do	División armónica de la VIII
3.600	2.400	1.800	

Procede a continuación a dividir de la misma forma la quinta, con la IIIM en el grave y La IIIm en el agudo:

|—— IIIM 5:4 ——|—— IIIm 6:5 ——|

Do Mi Sol do División armónica de la V

3.600 2.880 2.400 1.800

La siguiente división consiste en hallar una quinta bajo el Do agudo y dividirla de la misma forma que la anterior. El procedimiento es idéntico puesto que puede tomarse la octava Fa-fa con la división en do:

|--IIIM 5:4 -|- IIIm 6:5--|

Do Mi Fa Sol La do División de la V Fa-do

2.700 2.160 1.800

Fa ———————— do ———————— fa

V 3:2

Se halla en primer lugar una IIIm bajo do y a continuación una IIIM bajo La, con lo que queda determinada la nota Fa.

Considerando a Sol como extremo agudo de una octava, queda hacia abajo una cuarta. Tal nota es Re «dextrum»:

|—— IV 4:3 ——|

Do Re Mi Fa Sol La do

5ª 3.200 2.400

Sol ———————— Re ———————— Sol Octava

Según esta última división, y considerando a Sol como el extremo grave de la quinta, si la dividimos armónicamente tenemos la nota Si (en el original hay una errata; dice 2.920 donde debe decir 1.920). Hasta aquí la escala mayor con el tono mayor entre Do-Re, es decir, siguiendo el modelo de Ptolomeo.

Con el mismo procedimiento pasa a las restantes notas de la escala cromática. Calcula Si♭, una tercera menor sobre Sol. A este Si♭ lo denomina «dextrum» pues, como en el caso de Re, hará falta otro, el «sinistrum», separados ambos por un comma sintónico. Una tercera mayor bajo Sol nos da Mi♭. Una tercera menor bajo Fa nos da Re «sinistrum».

Obsérvese que se necesitan dos Re para mantener la pureza de la justa entonación en todas las consonancias diatónica: un Re forma una cuarta justa con Sol y el otro una tercera menor justa con Fa. Es fácil verlo si nos remitimos a la afinación de Ramos. Allí, la IIIm Re-Fa era justa a costa de la reducción en un comma sintónico de la V Sol-Re. Si establecemos otro Re que haga una quinta justa con este Sol, mantenemos la justa entonación para ambas consonancias a costa de duplicar la nota Re. Tales duplicaciones serán uno de los factores, hay otros, que llevarán a la proliferación de instrumentos con más de doce notas por octava.

Lo mismo ocurre con los dos Sib, «dextrum» y «sinistrum»:

IV justa IIIm justa

Do Re Re' Mi Fa Sol La Sib Sib' Si do

IIIm justa IV justa

A partir de Mi, una IIIm hacia el grave nos da Do# y hacia el agudo, Sol#. Finalmente, una IIIm bajo La, Fa#.

«Sic habes monochordi diuisionem in nudis & puris numeris artificialiter constitutam: in qua soni ad musicam exercendam necessarii: per numeros representatur...». El resultado final es el siguiente (véase la figura):

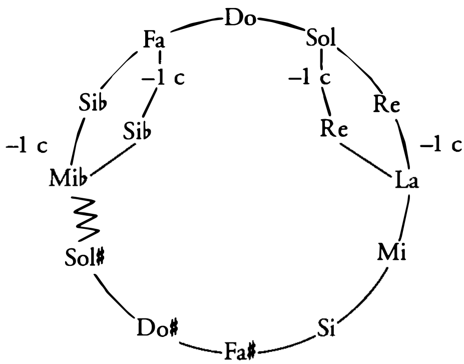
Tm cs. Tm «s» SM cs. Sm

Do Do# Re' Re Mib Mi Fa Fa# Sol La Sib' Sib Si do

TM TM TM

Señalamos arbitrariamente como Re' y Re a los respectivos «sinistrum» y «dextrum». Lo mismo con Sib' y Sib.

Además de estas dos notas dobles, nótese que no hay una cuarta justa entre Fa#-Si. Bastaría para ello duplicar también Fa# y mantener la simetría del círculo de quintas. Fogliano no lo hace, lo que le lleva a admitir tres tipos de semitono: diatónico (mayor, 16:15), cromático (menor, 25:24) y uno especial entre Fa#-Sol de razón 27:25, 1 cs más grande, obviamente, que el semitono mayor (16:15 × 81:80). Fogliano los denomina «minus», «minimum» y «maius» respectivamente. ¿Se usaba este semitono «maius» en la práctica, o se debe a una cierta incoherencia de Fogliano? Es el mismo semitono que se daría entre Do#-Re, Re'-Mib o La-Sib, divisiones cromáticas del tono mayor. Según la descripción de Fogliano, el círculo de quintas aparece de la siguiente forma, sin la duplicación del Fa#:



La solución de Fogliano a la inestabilidad de la justa entonación consiste por tanto en duplicar notas que, dentro de la tradición, equivale a superponer las divisiones de Ptolomeo y Dídimo y permiten en la práctica mantener todas las consonancias justas. Se trata, en principio, de un constructo puramente teórico, aunque aparezcan en Italia teclados con tal duplicación de notas. El recurso no se ha extendido sin embargo a todo el círculo de quintas, lo que lleva a la existencia de ese tercer semitono (27:25) y a la quinta reducida en 1cs Si-Fa♯.

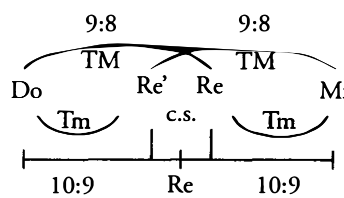
2. División del comma

Fogliano ha pasado a la historia de los temperamentos con poca fortuna, algo así como el propulsor del temperamento de 1/2c en algunas quintas. Si nos detenemos en él es no sólo porque algunos teclados de la época tienen las indicadas notas dobles sino porque marca la senda para el tratamiento teórico estricto de los temperamentos mesotónicos, senda que seguirán Zarlino y Salinas. Mediante el recurso de notas dobles podría mantenerse estable la justa entonación utilizando intervalos como Fa-Re'/Re-Sol. El inconveniente práctico es que Re' y Re no son la misma nota, su diferencia, 1cs, es perceptible. Añádase la dificultad que supondría para un intérprete saber cuál de las notas dobles debe usarse en casos complejos. Si la solución de Fogliano va a ser fecunda teóricamente, tiene ciertos inconvenientes en la práctica (nos olvidamos de algunos intérpretes virtuosos como Luzaschi o Salinas).

El próximo paso de Fogliano va a ser la eliminación del comma sintónico que separa las notas dobles de forma que un solo sonido haga la función de ambos. Entonces, claro, consonancias como Fa-Re y Re-Sol aumentarán o disminuirán en 1/2c.

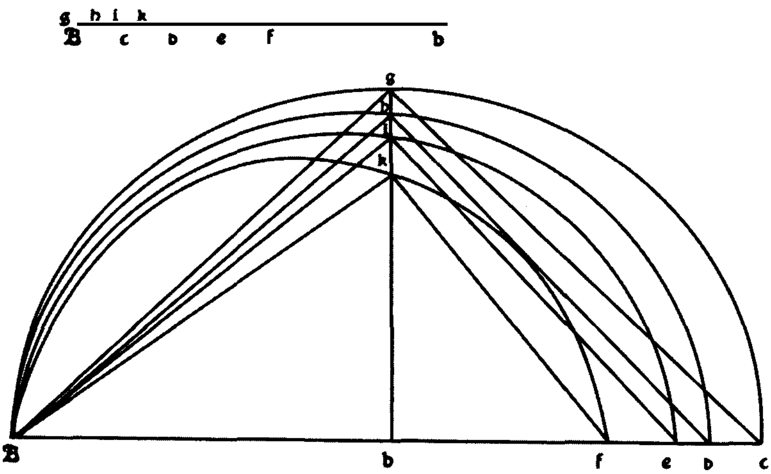
> Intelligo autem per unum tantum .d. & per unum tantum .b. non dextrum aut sinistrum: sed inter utrunq; medium [...] Tale autem .d. uel .b. medium: nihil aliud est, quam punctus in duas medietates proportiones commatis diuidens [...] qui terminus communis: facit: q; una quaequae talium consonantiarum augeatur: uel diminuatur a sua perfectione per dimidium commatis: ita tamen q; per talem augmentationem uel diminutionem: quam ipsi [musici practici... qui artificialibus instrumentis musicam exercent] participationem uocant... (III, 2).

Frente a los prácticos que temperan los instrumentos meramente a oído *(aurium iudicio sine ulteriore ratione),* Fogliano establece el principio recto del temperamento *(participatio)* de tonos medios o mesotónico. En efecto, dividiendo el comma que separa ambos sonidos, subiendo uno y bajando otro en 1/2c hasta que ambos coincidan, el tono mayor disminuye 1/2c y el menor aumenta en la misma cantidad, creándose un «tono medio» o tono intermedio entre el mayor y el menor. Hay que advertir que en algunas erróneas traducciones al castellano procedentes del alemán o inglés, este temperamento aparece con el curioso título de «temperamento de semitonos», error producido por la incorrecta traducción del término inglés *meantone.*



El Re resultante divide el comma sintónico en dos partes. El tono menor disminuye 1/2c, lo mismo que aumenta el mayor. Las consonancias que cuentan con el nuevo Re sufren las respectivas alteraciones, aumentan o disminuyen 1/2c. En el círculo de quintas no nos encontramos una única quinta falsa (Sol-Re o Re-La) sino dos, sólo que cada una de ellas es corta en 1/2c, producto de repartir el comma a eliminar entre dos quintas. El reparto del comma puede hacerse de varias formas y entre diversas quintas dando lugar a diferentes temperamentos mesotónicos, que dejamos para el capítulo siguiente.

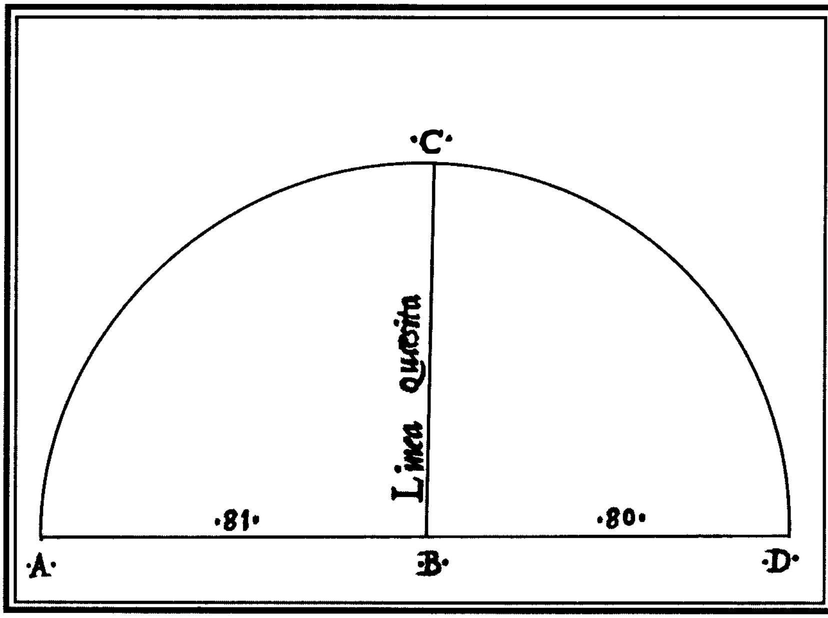
Ahora aparece un nuevo problema. El comma (81:80) está en una razón superparticular y no puede por tanto dividirse racionalmente en dos mitades, tal como mostraron los pitagóricos. Uno de los primeros en utilizar métodos geométricos euclídeos para hacerlo fue el mencionado Faber Stapulensis (Lefèvre d'Etaples, 1496). No es muy importante como teórico musical pero trae una aplicación de la geometría de Euclides (*Elementos*, VI, 9 y 13) para hallar una media proporcional entre dos longitudes de cuerda, de forma que pueden dividirse en partes iguales razones superparticulares del tipo 9:8, 4:3, 3:2 o 2:1 (véase la figura).



División geométrica del tono mayor, cuarta, quinta y octava. Lefevre d'Etaples, en Pedro Ciruelo, Cursus quattuor mathematicarum artium liberalium. *Alcalá, 1516.*

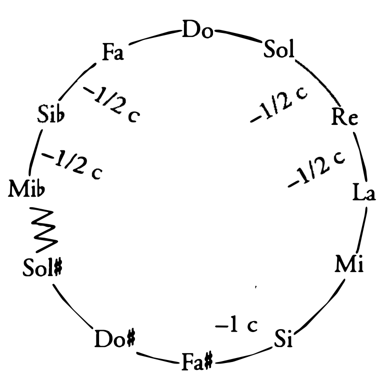
En teoría musical se aplica sobre todo a la división, imposible por métodos aritméticos, de la IIIM 5:4 o, en este caso, del comma sintónico. En realidad si dividimos la IIIM justa Do-Mi en dos tonos iguales, el resultado es el mismo que la adición de 1/2c al tono menor o su sustracción a uno mayor. La recuperación en el Renacimiento de los textos de Euclides sirvió a la teoría musical para afrontar problemas teóricos de este tipo. Erasmus de Höritz, por ejemplo, en un tratado no publicado (*ca.* 1506) aplicó el método a la división del tono 9:8 (Palisca 1985, p. 243) y el mencionado Grammateus (Heinrich Schreiber, 1518) para hallar el semitono entre Sol y La que pueda servir tanto de Sol♯ como de La♭. Fogliano recurre al mismo procedimiento euclidiano para la división del comma:

> ... commatis in duas partes aequales sectio: quae participationis est causa: frustra in puris queritur numeris: quum nulla superparticularis proportio secundum terminos arithmeticos in duo aequalia recipiat sectionem [...] hanc commatis sectionem: & per consequens particiationem: geometrice demosntrare tentabimus» (III, 2).



División geométrica de la comma. *Fogliano,* Musica theorica, *III, 2. Venecia, 1529.*

En la figura, AB:BD = 81:80. Trazando un semicírculo de diámetro AD, la perpendicular a ésta en B, BC, es la línea buscada, el medio geométrico, AB:BC = BC:BD. El círculo de quintas, una vez distribuido el comma, queda de la siguiente forma:



Admitiendo que la desviación en 1/2 de comma sea aceptable, hay en el sistema diez quintas útiles, seis justas y cuatro cortas en 1/2c. Quedan una corta en 1c y la del lobo (que el paciente lector puede fácilmente calcular). Siete IIIM son justas (386 cents), una aumentada en 1/2c (397 cents) y cuatro que atraviesan la quinta del lobo, de las que tres tienen además en una o dos quintas 1cs menos (427 cents) y una sólo media (Fa♯-Si♭, 416 cents). Hay seis IIIm puras (316 cents), tres con 1/2c más (327 cents) y tres que atraviesan la quinta del lobo, una de ellas (Fa-Sol♯) de 275 cents, otra (Si♭-Do♯) con 1/2c menos (305 cents) y otra con 1c menos (Mi♭-Fa♯, 316 cents). En cuanto a los tonos, los hay de tres tipos, mayores (204 cents), que atraviesan dos quintas justas, y reducidos o en 1c (menores, 182 cents) o en 1/2c (medios, 193 cents). Los semitonos son de cuatro tipos. Aquellos que atraviesan dos commas en el sentido de las agujas del reloj sin atravesar la quinta del lobo serán menores, cromáticos («minimi», 70 cents); los que atraviesan 1 comma pero en sentido inverso, mayores, diatónicos («minores» en términos de Fogliano, 112 cents), el «maior» (27:25, 134 cents) que, en sentido también contrario, atraviesa 2 commas (Fa♯-Sol) y medios aquellos que atraviesan 1 1/2 comma (123 cents).

En el siglo XVIII, tanto la reducción de alguna quinta en 1c (caso de Ramos) como en 1/2c (caso de Fogliano) volverá a ser considerada, aunque desde presupuestos diferentes a los renacentistas.

Gioseffo Zarlino (1517-1590)

Ramos inicia el tratamiento teórico de la justa entonación y Fogliano establece de forma rigurosa la base teórica para el tratamiento del temperamento de tonos medios en los instrumentos habituales. Pero ambos se refieren principalmente al género diatónico sin saber muy bien cómo tratar el arduo tema de los semitonos. El autor que teorizará sobre toda la octava cromática y llevará a su culminación el tratamiento teórico de la entonación natural, justa o pura es Gioseffo Zarlino da Chiogga, sucesor de A. Willaert como maestro de capilla y organista en San Marcos de Venecia, uno de los teóricos musicales más importantes de todos los siglos. Estuvo en el centro de todas las polémicas de la época y a todas aportó algo, sistematizando todos los elementos dispersos de la teoría musical.

En lo que a nosotros atañe, su principal aportación estriba en el tratamiento sistemático de los semitonos en la nueva práctica musical, sólo posible uniendo la experiencia con el conocimiento de las fuentes clásicas. Fue el primero en considerar la clásica *díesis enarmónica* (separación entre notas alteradas enarmónicas) dentro de la justa entonación. El tratamiento de la teoría musical difiere del de Ramos o Fogliano, es más racionalista. En lugar de, como éstos, partir de la división del monocordio, establece previamente de forma numérica todas las razones de las consonancias e intervalos menores propios de la justa entonación, y sólo después se encargará de aplicarlas a la división del monocordio. Especulación numérica, erudición humanista clásica y atención a la práctica musical son los tres pilares de la especulación de Zarlino. Su combinación llevó a la sistematización de la justa entonación.

En *Istitutioni* I, tras las divisiones de la música (cc. 5-11), trata el número y sus especies (cc. 12-13), considerando al *senario* como el recinto generador de las consonancias (cc. 14-16). Los cc. 21-44 están dedicados a las razones, sus divisiones y operaciones numéricas. En II, tras amplias consideraciones históricas y conceptuales sobre la música antigua (cc. 1-26), pasa a la división del monocordio (c. 27): «Instrumento di vna sola chorda, col quale aggiungendoui il giuditio della ragione, per virtù della Proporcionalità harmonica inuestigiamo le ragioni delle Consonanze musicali & di ogni lor parte...». Frente a las definiciones empíricas de Fogliano, se trata aquí de una concepción extremadamente racionalista en la que se aplican al monocordio las razones previamente deducidas de forma racional.

Tras la división del monocordio, siguiendo la tradición clásica pitagórica y ptolemaica de los cinco tetracordios más *proslambanomenos* (cc. 28-38), pasa a la división tetracordal de Ptolomeo identificada con la justa entonación en los cc. 39 y 40: «Che'l Diatono syntono di Tolomeo sia quello, che naturalmente ha la sua forma da i Numeri harmonici» y «Della diuisione del Monochordo Diatonico syntono, fatta secondo la natura del Numeri sonori», respectivamente. Vista la imposibilidad de aplicar al monocordio todos los intervalos necesarios de la justa entonación, la solución será el «temperamento», como en los instrumentos en uso (cc. 41-45). Zarlino, no obstante, reivindica los intervalos justos; el temperamento, que altera las razones naturales de determinados intervalos, no deja de ser un mal necesario para posibilitar la práctica musical:

> ... nel mostrato Monochordo si ritrouano le forme vere & naturali di tutte quelle Consonanze, che sono possibili da ritrouare: per questo non dobbiamo credere, che nelli moderni istrumenti [...] li Tuoni & li Semituoni siano nella loro vera & natural forma [...] quantunque siano fuori della loro vera & natural forma: percioche sono temperati da i Musici [...] in tal maniera; che [...] sono ridutti in tal temperamento, con lo accrescerli, o diminuirli secondo il proposito, di vna certa quantità [...] l'Vdito se non contenta.

Zarlino expone diferentes tipos de variación de los intervalos «di vna certa quantità», «secondo il proposito», es decir, de temperamentos mesotónicos. Se decanta por los de 1/4c y 2/7c, de los que, como buen humanista, calcula con exactitud las desviaciones correspondientes. El 1/4c era el tradicional, 2/7c parece ser de su propia invención.

Determinación de los intervalos menores

Una de las aportaciones fundamentales de Zarlino a la teoría musical es la mencionada determinación de los semitonos, algo que había quedado pendiente en Ramos y Fogliano. Lo hace mediante el conocimiento de los géneros de la Antigüedad.

En los cc. 46-47 de *Istitutioni* menciona la «inspessatione» del diatónico que da lugar al cromático y la de éste para el enarmónico. Esto se consigue mediante la conjunción de tetracordos de diferentes géneros que dan la división del tono del diatónico en los semitonos mayor y menor del cromático y, a su vez, la división del semitono mayor en semitono menor («díesis mayor») y díesis (propiamente dicha).

División del tono (mediante el cromático)

Tetracordo diatónico			Tono				
e	d	c	b(si)		a	Mese	
	E		C#	C	B		Tetracordo *cromatico molle* de Ptolomeo
	60		72	75	80		E: Hyp. me., C#: Lych. hyp., C: Par. h., B: Hyp. h.
	6:5		25:24	16:15			
	Trihemitono		Sm.	SM.			
			b	bb	a		

División del semitono mayor (mediante el enarmónico)

Mese	Lich. m.	Parh. m.	Hyp. meson	
a	F	X	E	Tetracordo enarmónico
300	375	384	400	
5:4	128:125	25:24		
IIIM	Díesis	S.m.		

Vemos las distintas «inspessationi» (algo así como «espesaciones», de «espeso») de los intervalos mediante la aplicación de las divisiones tetracordales según los distintos géneros clásicos. El tono diatónico (9:8) se divide en semitono mayor (16:15) y semitono menor (25:24), y el semitono mayor en el ya conocido semitono menor y un resto, la *díesis* (128:125), el menor de los intervalos.

Desde luego que podía llegarse a conclusiones semejantes por pura cálculo aritmético sin necesidad de acudir a las fuentes antiguas pero Zarlino, como buen humanista, nos demuestra ambas cosas, su habilidad en el cálculo y el conocimiento de las fuentes griegas, en las que encuentra la justificación teórica de los intervalos propios de la justa entonación. A diferencia del caos que existía entre los teóricos sobre el problema de los semitonos (cinco diferentes en Marchetto o Vicentino, tres en Ramos o Fogliano), producto de los intentos de encajar la teoría en la práctica musical, Zarlino establece perfectamente dos únicos semitonos, ambos en razones superparticulares, cuya diferencia es la díesis.

Cémbalo con 19 notas por octava. G. Zarlino, Istitutioni harmoniche. *Venecia, 1558.*

Se ha operado asimismo una transformación respecto a la Antigüedad en la apreciación de los géneros. En la monodia antigua griega se trataba de tres formas diferentes de dividir cuatro notas. Con la polifonía renacentista y la extensión del género cromático a toda la octava, cada género se va a caracterizar por su intervalo mínimo. En el diatónico, el intervalo mínimo es el semitono mayor, en el cromático, el semitono menor, y en el enarmónico, la díesis. Sólo entre los madrigalistas más avanzados (Vicentino, Gesualdo) se intentará poner en práctica este último género, sin tener muy claro el «tamaño» de dichas dieses (podía haber diferentes «tamaños» de «intervalos mínimos»). Ahora, dicho intervalo mínimo en razón no superparticular, queda integrado en el sistema teórico total como la diferencia numéricamente calculable entre S.M. y S.m., productos éstos de la división del tono, el cual lo es a su vez de la división de la IIIM, ésta de la V y la V, finalmente, de la

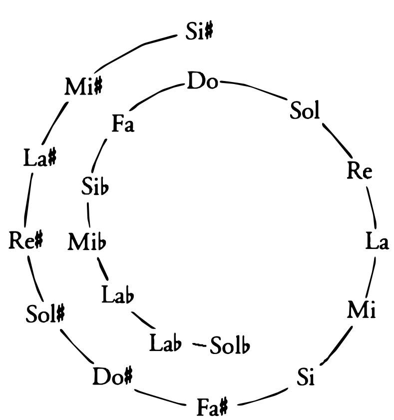
VIII. Su eliminación permitirá la unificación de las notas enarmónicas (Do#=Reb, Sol#=Lab, etc.) de la misma forma que la eliminación del comma sintónico permitió los tonos medios.

La recuperación de la Antigüedad sirvió así para fundamentar estrictamente la práctica musical del momento mediante la posible pero inviable resurrección del género enarmónico. Zarlino dice haber hecho construir en Venecia, en 1548: «... vno instrumento alla simiglianza di quello ch'io hò mostrato; il quale farà commodo & atto a seruire alle modulationi & harmonie di ciascuno delle nominati tre generi...». Se trata de un clavicémbalo construido por Doménico de Pesaro de forma que cada tono está dividido en dos semitonos menores y diesis, con el que se pueden interpretar los tres géneros y completo en sí mismo. «... quando si volesse aggiungere al numero delle mostrate chorde alcuna altra chorda [...] senza dubbio sarebbe cosa vana & superflua...».

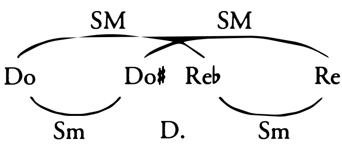
Tal instrumento (véase la figura) presenta dos octavas A-aa con 19 teclas por octava:

d. d. d. d. d. d. d.
Do Do# Reb Re Re# Mib Mi Mi# Fa Fa# Solb Sol Sol# Lab La La# Sib Si Si# Do

Entre cada nota y su alteración hay un semitono menor (Do-Do#, La-La#, etc.) y un semitono mayor entre una nota y la alteración de la siguiente (Do-Reb, La-Sib, etc). Puesto en una espiral de quintas tiene la siguiente estructura:



El «círculo» de quintas se ha prolongado en los extremos de forma que todo semitono mayor queda dividido en semitono menor y diesis, incluidos Mi-Fa y Si-Do. Por ejemplo:

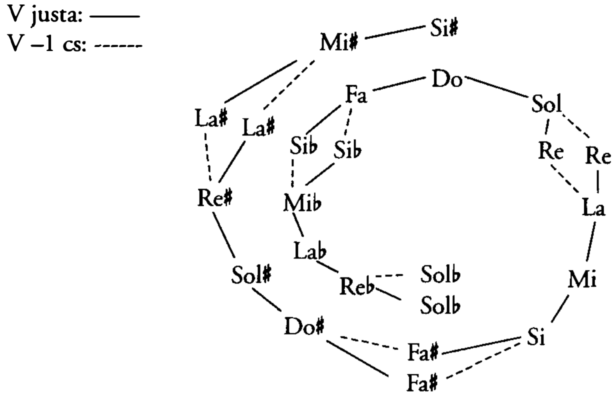


La afinación del instrumento no está claramente definida, pero dada la inexistencia de notas dobles indudablemente ofrece algún tipo de temperamento mesotónico, probablemente el de 1/4c, en el que la díesis es justa. Con ello, las razones de la justa entonación, tan cara a Zarlino, quedan en este teclado en un puro espacio virtual.

Se trata de una «división múltiple» de la octava en terminología de Bosanquet, tan habitual en el Renacimiento y primer Barroco. La primera referencia a más de 12 notas por octava aparece en Italia. Según W. Dupont (1935, p. 45), antes de 1484 hay ya al menos un órgano, el de San Martín en Lucca, con teclas diferentes para Sol♯ y La♭, Re♯ y Mi♭. También Ramos y Schlick mencionan órganos parecidos en España y Alemania respectivamente. Salinas mencionará varias veces el órgano de Santa María Novella de Florencia con las habituales teclas adicionales La♭ y Re♯ para el acompañamiento a los cantantes cuando transportan el «primer tono» (Re-re) a Fa (Fa, Sol, La♭...) o Mi (... Si, Do♯, Re♯, Mi). Zarlino es el primero en hacer referencia a un cémbalo con 19 notas por octava, aunque la división de ésta en 19 partes con algún tipo de temperamento debió de ser bastante utilizada a finales del siglo XVI y principios del XVII (¿para la interpretación de los tres géneros clásicos?). Otro instrumento famoso de estas características es el «clavicembalo universale» mencionado por Praetorius en 1618, del que dice fue construido por Elsass y estaba al servicio del duque de Praga, pero no especifica su afinación exacta. Según Preatorius, en este clavicémbalo podrían interpretarse obras de los géneros cromático y enarmónico, como los madrigales de L. Marenzio. En los siglos XVII y XVIII debieron proliferar, sobre todo en Italia, este tipo de instrumentos con notas enarmónicas aunque no sabemos mucho de su temperamento.

El «sistema perfecto» de F. Salinas (1513-1590)

Francisco Salinas, el célebre organista de Salamanca, estuvo más de veinte años en Italia y es, con Fogliano, uno de los pocos humanistas que conocían la lengua griega y la teoría musical. Queda el enigma sobre la amplitud de sus lecturas siendo ciego. Es el primero en proponer el temperamento de 1/3c y de determinar unívocamente el temperamento igual, derivados ambos de una división previa de la octava en 24 partes en la justa entonación. Para llegar a este particular «género enarmónico» («... quo nihil in re Harmonica perfectius, atque absolutius potest, nec debet excogitari») toma prestados los hallazgos de Fogliano y Zarlino. Del primero, la duplicación de notas (como «D inferius» y «D superius» en su terminología) para el mantenimiento de la justa entonación, del segundo, la prolongación del círculo de quintas para la división de los semitonos con la existencia de díesis (véase la figura).



Se trata de la espiral de quintas Sol♭ ÷ Si# con las correspondientes notas dobles cada cuatro quintas para mantener la entonación justa, 19 notas más 5. De ellas, 15 pertenecen al género cromático (12+3) y 9 al enarmónico. La quinta del lobo no es un problema en cualquier tonalidad habitual al prolongar en sus extremos la espiral de quintas.

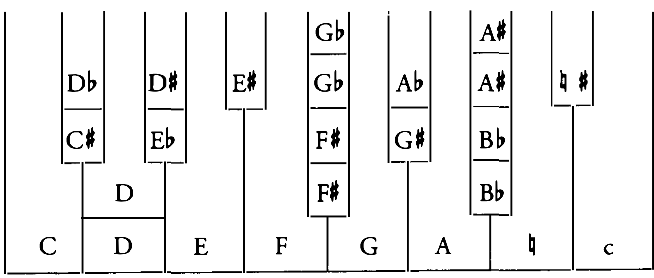
–2c	La#	Mi#	Si#		
–1c	Fa#	Do#	Sol#		
0	Re	La	Mi	Si	Fa#
+1c	Si♭	Fa	Do	Sol	Re
+2c	Sol♭	Re♭	La♭	Mi♭	Si♭
+3c					Sol♭

Las distintas cadenas de cinco quintas están separadas por 1cs de forma que se vean en vertical las IIIM justas y en diagonal (descendente, de izquierda a derecha) las IIIm.

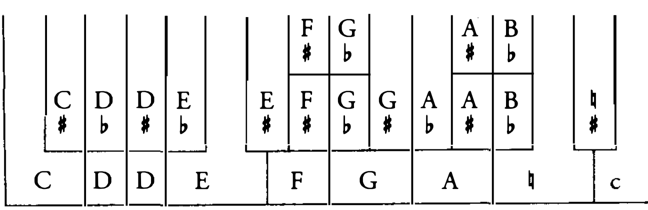
Para Barbour (1972, pp. 108-109), el «género enarmónico» de Salinas es uno de los primeros y mejores sistemas de división múltiple de la octava. No se trata, evidentemente, de reproducir el género enarmónico clásico sino de extender una división microtonal estricta a toda la octava que permita, dentro de la justa entonación, la modulación a todas las tonalidades mayores y menores que aparecen en la escala cromática tradicional, desde Mi♭ a Sol#.

Aparecen así notas como Sol♭, necesaria como IIIm de Mi♭, o Si♯, IIIM de Sol♯, producto de la adición en los extremos del círculo de tres y cuatro quintas respectivamente (con sus respectivas duplicaciones).

Salinas (III, 8, p. 127) hace referencia a dos órganos que tenía a su disposición en Salamanca, uno «imperfecto», como los usuales, y el otro «perfecto», inexistente en la actualidad, que mandó construir en Roma y seguiría esta división: «... sed omnium perfectissimum est, quod ego Romae faciendum curaui, & hic habeo Salmanticae...». Se trata, quizás, del que oyera Fray Luis e inspirara su «Oda a Salinas», permitiéndole ascender a la «música mundana», hecha de consonancias justas. La disposición del teclado debería ser una de las siguientes:

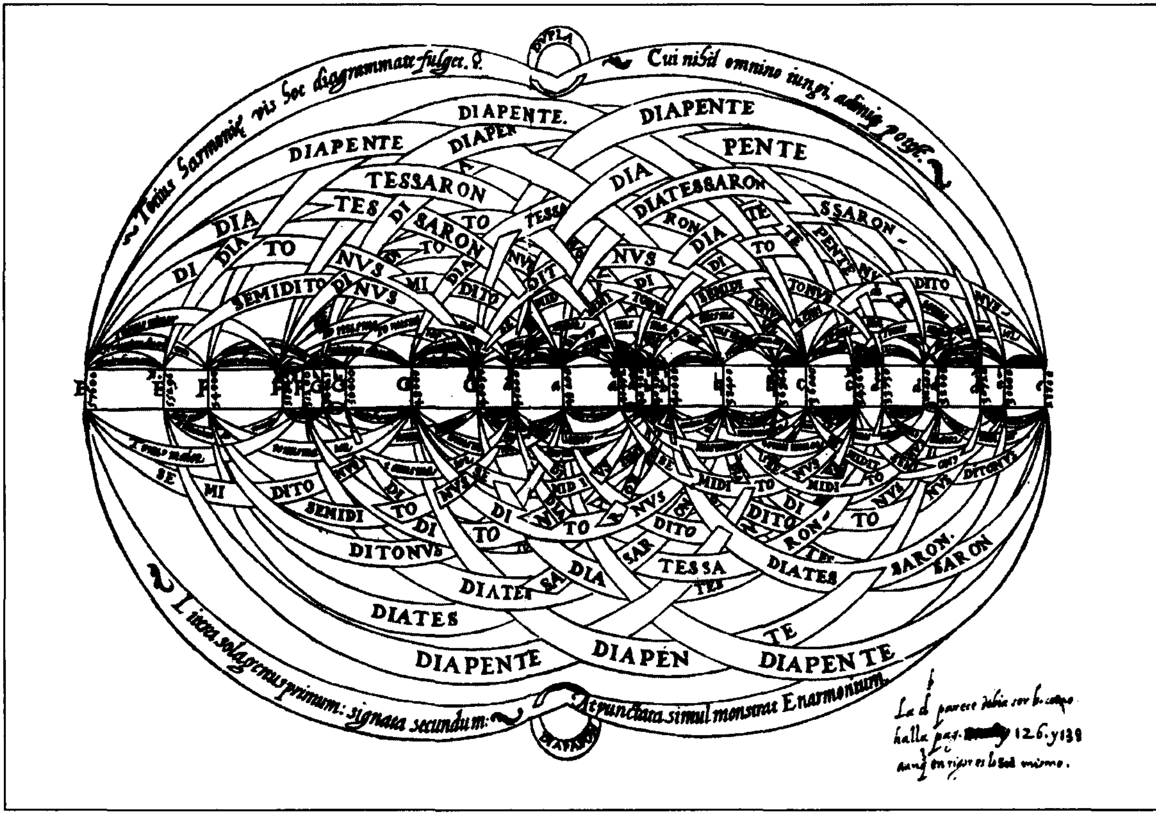


o quizá:



Aunque Salinas menciona alguna composición, como una misa de Johan Berg (Ionnis Montoni) con el semitono menor Sol♯-La dividido por un La♭, y haga referencia a los tres géneros, no parece su intención, como era el caso de otros instrumentos italianos semejantes, que su órgano se utilizase para la interpretación de piezas enarmónicas tipo a las de De Rore o Gesualdo. Tampoco se parece (si no es en el hecho de que se trata de una división múltiple de la octava) al famoso «arciórgano» de Vicentino, cuya división microtonal Salinas explícitamente rechaza (véase el capítulo siguiente).

A partir de la división de la octava con notas dobles separadas por un comma sintónico y de notas enarmónicas separados por díesis, Salinas «deducirá» los temperamentos mesotónicos mediante la eliminación de los com-



Género enarmónico. F. Salinas, De Musica Libri Septem, III, 8.

mas y, una vez hecho esto, llegará al temperamento igual tras la eliminación de la diesis.

El libro III del *De Musica*, donde se encuentra el meollo de la teoría musical de Salinas, es de una gran complejidad. Por eso no consiguió disfrutar de mucha comprensión en su propio país (considérense la famosa burla de V. Espinel en *El escudero Marcos de Obregón*); mucho más conocido y admirado fue, sin embargo posteriormente y en otros países; por Mersenne en Francia, Ch. Huygens en Holanda o Helmholtz en Alemania. El mencionado sistema de Salinas habría de ser ampliado o modificado por muchos teóricos posteriores.

Otros sistemas de división múltiple de la octava

G. B. Doni (1635, c. 13), admirador y una especie de discípulo de Salinas, propone un órgano con tres teclados (Abacus Triharmonicus) con 20 notas por octava en cada uno de ellos, afinados a una tercera mayor, con algunas notas repetidas. El objetivo no es otro en este caso que recrear los tres géneros clásicos. Cada teclado está en un modo, dorio, frigio y lidio:

Sol♭ ( ) La♭ Mi♭ Si♭ Fa Do Sol Re Re' La Mi Si Si'

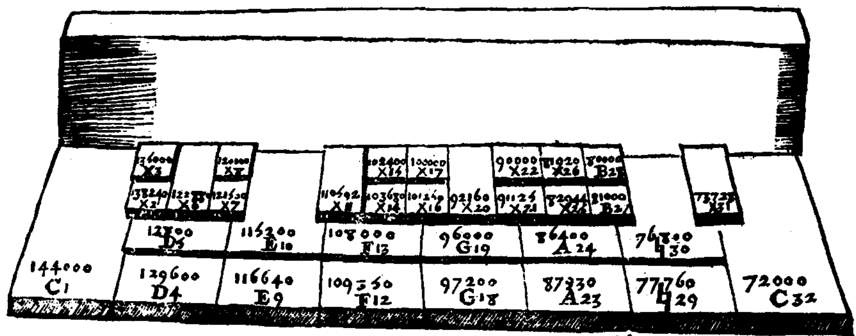
(Fa♯) (Do♯) (Sol♯) (Re♯) (La♯) (Mi♯) (Si♯)

El sistema carece de simetría en algunos puntos (no hay Re♭ por ejemplo). Las notas entre paréntesis quedan fuera del sistema general. Su único objetivo es dividir los semitonos diatónicos La-Si♭, Mi-Fa y Si-Do en «cuartos de tono» (mediante una progresión aritmética), Mi 16:15 Fa: Mi (32)-Mi♯ (31)-Fa (30).

Marin Mersenne (1636), tras exponer con todo detalle el sistema de Salinas añade 7 notas al de aquél, La♭$^{+1}$-Mi♭$^{+1}$, Fa^{0}, Sol^{0}, La^{-1}, Mi^{-1} y Si^{-1}, hasta 31 (véase la figura). El objetivo es evidente: con dos cadenas de quintas separadas por 1cs pueden tenerse todas las quintas y terceras mayores puras:

V justas Fa Do Sol Re La Mi ...
–1 cs.
V justas Fa' Do' Sol' Re' La' Mi'...

Son justas las quintas Re-La, Mi-Si... y Re'-La', Mi'-Si'..., las IIIM Do'-Mi y Do-Mi', la IIIm Re'-Fa y Re-Fa', etc. Igual ocurre con la sección cromática. El inconveniente es, obviamente, la inmanejabilidad de un teclado con tales características. Esta es la idea básica de aquellos sistemas de división múltiple de la octava que pretenden mantener la entonación justa: establecer series de quintas justas separadas entre sí por 1cs.



Teclado de 32 notas. M. Mersenne, Harmonie Universelle, *París, 1636.*

Pero Mersenne quiere que las adiciones sean las menos posibles para no aumentar desmesuradamente el número de notas. No están repetidos Do y el Re♭ y además deberían aparecer Si♭♭, Fa♭, Do♭ y repetirse Do♯, Sol♯ y Re♯, separadas por un comma para mantener la simetría. Barbour (1972, p. 109) no considera estas adiciones como una propuesta inteligente.

A. **Kircher** (1650) trae un teclado debido a Galeazzo Sabatini que no se basa en la justa entonación. Sabatini crea una espiral de quintas Re♭♭♭ ÷ La♯♯ sin notas dobles separadas por 1 comma (véase Barbour, 1972, p. 110).

A diferencia de Mersenne, **Quirinus van Blankenburg** (1739) reduce el número de notas de su instrumento con la intención de hacerlo útil en la práctica. Es el sistema de Salinas, pero eliminando los extremos de la espiral de forma que quedan 18 notas entre Re♭ ÷ Re♯ con las notas dobles Si♭, Re y Fa♯. No pretende, como Doni, volver a los géneros clásicos.

En el siglo XIX resurge el interés por la división múltiple de la octava en algunos teóricos descontentos con las terceras mayores demasiado grandes del temperamento igual. El escocés **Henry Liston** (1812, pp. 3-7, 33-40, en Barbour, p. 112) construyó un órgano con 12 teclas por octava afinadas en la justa entonación con 1cs de separación entre Re-La a las que pueden añadirse sus equivalentes enarmónicas mediante una serie de pedales de forma que se crea la espiral Si♭♭ ÷ Do♯♯ con todas las quintas justas, excepto Fa♭-Do♭, Mi♭-Si♭, Re-La, Do♯-Sol♯ y Mi♯-Si♯, con 1cs menos para mantener la entonación justa. Mediante otra serie de pedales estas notas pueden ascender 1 comma de forma que se crea una doble espiral de 48 notas, 24 notas separadas de las otras 24 por 1 cs. Otros pedales permiten que 11 de las notas originales puedan a su vez descender 1c. Se tiene así un complejo resultado de 59 notas por octava posibles en un teclado de 12, accionado por pedales.

Pero el más interesante de todos estos experimentos es el de **Hermann L. F. von Helmholtz** (1863, Ellis, pp. 316 y ss.), quien, siguiendo el ejemplo de Mersenne, construye tres series de 7 quintas justas en paralelo separadas por 1cs para tener justas las IIIM. Lo interesante es que el «círculo» se cerraría en Mi♯-Do y Do♯-Lab al ser casi enarmónicas Si♯-Do y Sol♯-Lab.

(-2c	Sol♯	Re♯	La♯	Mi♯	Si♯	Fax	Dox	Solx)
-1c	Mi	Si	Fa♯	Do♯	Sol♯	Re♯	La♯	Mi♯
0	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa♯	Do♯
+1c	Lab	Mib	Sib	Fa	Do	Sol	Re	La

Las filas de ambos extremos se consideran enarmónicas (Sol♯=Lab, Re♯=Mib, etc.) al estar separadas tan sólo por 1 schisma (2 cents), de forma que Mi-Lab, Si-Mib, etc., hacen el intervalo de IIIM. Las quintas Mi♯-Do y Do♯-Lab son justas menos 1sch.

El resultado final es de 24 notas por octava dispuestas en dos círculos de quintas concéntricos con tres tipos de quintas, justas entre las quintas de cada serie, reducidas en 1cs entre notas repetidas de cada serie, y reducidas en 1sch entre quintas de las series extremas. Paralelamente, hay tres tipos de terceras, pitagóricas (entre quintas con el mismo exponente), justas (entre series de quintas separadas por 1cs) y 1sch más cortas que las pitagóricas cuando se usan notas enarmónicas con el mismo exponente (p. e., Mi^{-1}-Lab^{-1}).

El sistema no deja de ser una enorme ampliación de las ideas sobre la división del monocordio de Ramos de Pareja.

La gran ventaja de esta disposición de las notas en el sistema de Helmholtz estriba en, además de mantener la justa entonación, ser un sistema cerrado, cíclico. Aun a costa de desviar ligeramente algunas consonancias, como en el hecho de que no haya una IIIM justa entre notas donde cabría esperarla como Sol♯-Si♯ o una IIIm justa entre Mib-Solb como era el caso del sistema de Salinas. Se trata, en resumen, de una mezcla de la afinación pitagórica en las series de quintas justas, de justa entonación mediante la diferencia de 1cs entre tales series y *schismática* o *cuasi schismática* por el uso de la enarmonía en quintas y terceras respectivamente. Helmholtz señalará que el schisma es un intervalo aceptable. Su error, 1,945 cents, es casi igual a la desviación de la quinta en el temperamento igual, –1,955 cents.

Hay otros sistemas menos interesantes de división múltiple con justa entonación como el de **Shohé Tanaka** (1890), que se compone de 26 notas transportables a las 12 tonalidades (véase Barbour, p. 113).

5 *Renacimiento. Temperamentos mesotónico e igual*

Introducción

Llevar a la práctica la justa entonación supone adoptar complejos sistemas de división múltiple de la octava como los señalados, debido a la mutua incompatibilidad entre consonancias. Si en la música vocal es posible la adaptación a las distintas necesidades de afinación, en los instrumentos de sonidos fijos, con las habituales 12 notas por octava, es necesario el temperamento. Temperar es «arreglar» las consonancias en la escala buscando un equilibrio entre ellas y hacer practicables los distintos intervalos. Los términos latinos *participatio* y *diminutio* hacen referencia a tal «adecuada desafinación». El primero, al reparto de la incompatibilidad entre distintas consonancias y el segundo a la disminución de las quintas necesaria para adaptar las terceras.

El comma sintónico corresponde a la incompatibilidad entre quintas y terceras. El comma pitagórico o su equivalente en la justa entonación, la díesis, a las quintas (y terceras) con la octava. La eliminación del primero da lugar a los distintos temperamentos de tonos medios o mesotónicos (distintos, porque, como diría Salinas, si la perfección es una, la imperfección puede adoptar diversas formas). La eliminación de la segunda hace que el círculo de quintas se cierre desapareciendo la quinta del lobo, pueda modularse a todas las tonalidades y coincidan en la misma nota sostenidos y bemoles. En este caso, tenemos los distintos sistemas irregulares que reparten la díesis o el comma pitagórico de forma desigual entre las distintas quintas y el temperamento igual, con todas las quintas iguales, el más regular de todos. Todos ellos habían aparecido ya a finales del Renacimiento.

De los temperamentos mesotónicos resultarán tonos iguales y semitonos desiguales y del temperamento igual, tonos y semitonos iguales. Los primeros se aplicaban a los instrumentos de teclado, el segundo a los de trastes, que, debido a su constitución, estaban casi obligados a él. Serán los que expongamos en este capítulo. Los irregulares barrocos del siglo XVIII, dada su importancia y complejidad, merecen un capítulo aparte.

En la elección de un temperamento hay que tener en cuenta tanto la distinta valoración que las diferentes consonancias (quintas y terceras y, en algunos casos, séptimas) han tenido a lo largo de los siglos como el hecho de que no todas las consonancias muestran la misma sensibilidad a la variación. Si el gran descubrimiento armónico renacentista fueron las terceras, justas o casi justas, a expensas de las quintas, posteriormente se produjo una revalorización de la quinta tanto por ser una consonancia más perfecta que la tercera como por los nuevos usos armónicos basados en la cadencia dominante-tónica en la práctica armónica. A principios del siglo XVIII J. Sauveur establecía la desviación ideal de la quinta en 4 cents, R. Smith (1759) en 6, declarando que la elección de su desviación es el primer y más importante paso a la hora de establecer un temperamento, algo en lo que estará de acuerdo un siglo después Bosanquet (1876). Drobisch, en el siglo XIX, acepta 5 cents de desviación y en el siglo XX Kornerup hasta 6, mientras Mandelbaum pone como quinta ideal la pura de 701,95 cents.

En el temperamento igual las quintas son casi justas pero las terceras mayores son muy grandes (más de 1/2cs). Muchos partidarios de este temperamento justifican su elección viendo en ello incluso una ventaja. Así, Barbour duda del mérito musical de la IIIM justa (5:4) demasiado corta e insípida en su opinión a causa precisamente de su perfección. Muestra su preferencia por las terceras mayores más grandes y muy agudas del temperamento igual (e incluso de la afinación pitagórica). Sin embargo es sabido que históricamente el temperamento igual apareció muy pronto, a finales del siglo XVI, pero su aceptación en los instrumentos de tecla fue progresiva (con notables excepciones, como las de Stevin en el siglo XVII o Rameau en el XVIII) debido en unos casos a lo agudo de sus terceras mayores y luego a la carencia de diferencias emocionales entre las diversas tonalidades. Incluso en el siglo XIX, plenamente aceptado, tanto Bosanquet como Helmholtz muestran sus preferencias por las terceras puras. Para este último (1954, p. 315), el inconveniente del temperamento igual *(our present tempered intonation)* radica precisamente en que elimina la relación natural entre tónica y tercera, que debería ser 5:4. Algunos teóricos posteriores (Jonquiére, Brandsma, Frost) preferirán terceras mayores justas en la armonía y más grandes y agudas en la melodía.

La tercera menor ha recibido menos atención que la tercera mayor debido en parte a que no aparece en la serie de armónicos y, anteriormente a preferencias armónicas. Se han hecho intentos, no obstante, de crear la mejor relación posible entre V, IIIM y IIIm. La IIIm es pura en el mesotónico de 1/3c.

Una vez elegidas las consonancias que deseamos sean lo más puras posible, surge el dilema de sus respectivas desviaciones. Considérese, por ejemplo, dos sistemas de temperamento y dos consonancias a tener en cuenta. En uno de ellos, ambas consonancias se desvían 3 cents, en el otro, una lo hace en 1 cent y la otra en 5 cents. ¿Cuál de los dos temperamentos es preferible? Sumando las desviaciones respectivas ambos ofrecen el mismo resultado global, 6 cents; sin embargo, en un temperamento la desviación es igual en ambas mientras que en el otro una se desvía poco pero la otra mucho. W. B. Woolhouse (1835) diseñó un método para valorar la «bondad» de los diversos temperamentos que todavía tiene cierta vigencia. Usando unidades logarítmicas (savarts o cents) se trata de sumar los cuadrados de las respectivas desviaciones en cada temperamento, primando de esta forma los temperamentos con desviaciones similares frente a aquellos en los que uno o más intervalos se desvían mucho. En el caso anterior, un temperamento, tendría una desviación equivalente a $3^2 + 3^2 = 18$ unidades, mientras que en el otro serían $1^2 + 5^2 = 26$. El segundo es peor debido al aumento considerable en el resultado final del cuadrado de la mayor de las desviaciones.

Hay todavía más factores en juego a la hora de elegir un temperamento. Los propios conceptos de consonancia y disonancia han variado, como es sabido, a lo largo de los siglos. Zarlino y Salinas mantenían una neta separación entre ambas, separación que guiaba un diferente tratamiento melódico y armónico de éstas. Es de sobra sabido que tal demarcación ha desaparecido en el siglo XX; las llamadas disonancias no son sino consonancias menos simples. Intervalos como la séptima, primero, y luego novenas, oncenas, trecenas etc., han ido erosionando el sistema armónico triádico tradicional.

Otro factor a tener en cuenta a la hora de establecer un temperamento es el número de notas por octava en el que se considere aceptable y práctico. Un sistema de 50 notas por octava puede ofrecer buenos resultados para determinados objetivos pero es difícil llevarlo a la práctica. ¿Qué tipo de partituras si no son ad hoc están escritas para tal cantidad de notas? ¿A qué tipo de instrumentos pueden aplicarse? ¿Quién puede interpretarlas? En general, la mayoría de la música está escrita para 12 notas por octava y los instrumentos diseñados para tal fin, aunque pueda admitirse a veces la adición de unas pocas notas enarmónicas auxiliares para determinados fines. Aunque un número mucho mayor de notas no deje de constituir una excepción, el desarrollo actual de la electrónica y la computación pueden establecer nuevos retos experimentales, casi siempre individuales. Finalmente, quedaría por determinar la siempre conflictiva relación entre naturaleza y arte, los intervalos y formas musicales de la música tonal fundamentados quizás en la serie de armónicos frente a los nuevos planteamientos historicistas que no los tienen en cuenta. No es nuestra intención dilucidar este complejo entramado conceptual que ha determinado históricamente la elección de determinados temperamentos sino simplemente exponer aquellos que, además del igual, han sido los más relevantes en la música occidental y, a poder ser, dentro del contexto en que han aparecido.

No sabemos cuándo comenzó a usarse el temperamento en la práctica. Ya en el siglo XV se usarían algunos tipos diferentes, no fáciles de clasificar al ser meramente prácticos, al hacerse «a oído», alterando aquí o allá ligeramente unos intervalos para que otros fuesen efectivos. Hemos visto cómo en el primitivo contexto de la afinación pitagórica autores como Ramos, Agrícola o Schlick alteran determinadas consonancias para acercarse a intervalos justos produciendo sistemas irregulares con más de dos quintas falsas. Pero el temperamento más importante del Renacimiento es el mesotónico, anterior incluso a la dilucidación de la justa entonación a manos de los humanistas.

Temperamentos de tonos medios o mesotónicos

En el último capítulo de su *Musica práctica* (1482) Ramos dice que el temperamento era usual en los instrumentos de teclado de su época. Las obras de C. Pauman, Ockeghem, Busnois o Dufay parecen atestiguarlo por el uso continuo de tríadas verticales en sus composiciones. Hugo Riemann (1898, p. 327) descubrió la primera mención al temperamento en Gaffurio (1496). Aunque pitagórico ortodoxo en la teoría, Gaffurio declara que en la práctica los afinadores de órganos reducían las quintas «un poco». No dice cuánto es ese poco ni si la reducción afectaba a todas las quintas. El objetivo sería, indudablemente, reducir el agudo ditono pitagórico. Calcular ese indefinido «poco», como hiciera Zarlino, es muy sencillo, como veremos. Dependiendo de cuánto sea, hay diversos tipos de temperamento mesotónico.

El principio general que rige los temperamentos mesotónicos es el siguiente: tomando terceras (mayores) justas es necesario reducir el comma sintónico de diferencia entre las cuatro quintas de las que se compone. Lo habitual es que todas las quintas tengan la misma reducción. Los tonos resultantes son iguales al estar compuestos de dos quintas iguales. Como hay distintas opciones, la denominación de cada temperamento se hace en función del fragmento de comma sintónico en que cada quinta es reducida. Conocida tal disminución es sencillo calcular la variación del resto de los intervalos: la cuarta aumenta en la misma proporción ya que con la quinta forma la octava; el tono mayor, compuesto de dos quintas menos una octava disminuye el doble y el menor aumenta en lo que resta hasta completar el comma (TM y Tm son complementarios en la IIIM). La variación de la IIIM es la diferencia entre las variaciones absolutas de ambos tonos y la IIIm, la suma de las desviaciones de IIIM y V. En un hipotético temperamento de1/7c, V = –1/7c, IV = +1/7c, TM = –2/7c, Tm = + 5/7c, IIIM = +3/7c y IIIm = +4/7c. Sabiendo que 1cs equivale a 22 cents (21,506), el cálculo es sencillo.

Mesotónico estándar de 1/4c. Aron (1523-1529). Terceras mayores justas

Con el objetivo de tener IIIM aceptables aparecen en el siglo XVI temperamentos como el de 1/4c, 1/5c o 2/9c (1/4,5c) (M. Lindley, 2001). Pero de todos ellos, el temperamento mesotónico por excelencia es el de 1/4c.

Afinación pitagórica
|— IIIM + 1cs —|
Do Sol Re La Mi
0 0 0 0

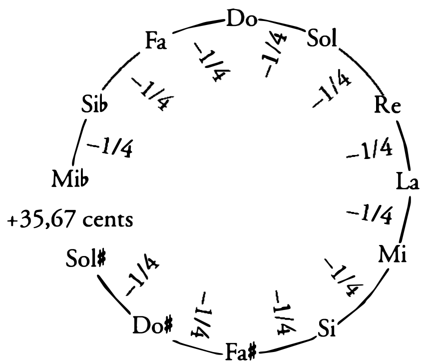
Ramos
|— IIIM —|
Do Sol Re La Mi
0 –1c 0 0

Fogliano
|— IIIM —|
Do Sol Re La Mi
0 –1/2c–1/2c 0

Aron, Zarlino
|— IIIM —|
Do Sol Re La Mi
–1/4c–1/4c–1/4c–1/4c

El mesotónico de 1/4c es el producto de distribuir de forma igual el comma sintónico en que exceden cuatro quintas a una tercera mayor entre dichas cuatro quintas. Cada una de éstas disminuirá 1/4 del comma (-1/4c). Los tonos son intermedios entre el mayor y el menor, compuestos ambos de dos quintas reducidas en 1/4c. El mayor disminuye por tanto 1/2c (2x1/4c) y el menor aumenta en la misma cantidad. La IIIM queda dividida en dos partes, dos tonos medios iguales. Sólo este temperamento es en propiedad meso-tónico, es decir, ofrece tonos iguales y medios, intermedios entre el mayor y el menor al ser la IIIM justa. En los demás, los tonos son iguales al ser iguales las quintas pero al variar la IIIM no son (inter)medios entre el mayor y el menor. El nombre se aplica, no obstante, por extensión a todos ellos: «... omnes toni fiant aequales per augmentum minoris, & minutionem maioris, quod omnibus temperamentis imperfectorum instrumentorum debet esse commune» (Salinas, 1588, III, 18).

Este temperamento está considerado como la «realización práctica» de la justa entonación en 12 notas por octava, aun a costa de la disminución de las quintas. La distribución en el círculo de quintas es obvia, aunque Zarlino y Salinas lo aplican a la división de la octava en 19 partes con la separación (díesis) entre las notas enarmónicas. Como en la justa entonación, la V del lobo es mayor que la justa en 1 díesis.



1/4c. = 5,5 cents

Vm: –1/4c. Vl.: Vm + díesis
IIIM: justa. IIIMl.: + díesis
IIIm: –1/4c. IIIml.: – díesis

Variación de los intervalos del mesotónico de 1/4c respecto a la afinación justa:

	Justa entonación		Temperamento de 1/4c		
Intervalo	Razón	Cents	Desviación	Cents	Intervalo temperado
Sexta mayor	5:3	884	+ 1/4	5,5	889,5
Sexta menor	8:5	814	0	0	814
Quinta	3:2	702	– 1/4	– 5,5	696,5
Cuarta	4:3	498	+ 1/4	5,5	503,5
Tercera mayor	5:4	386	0	0	386
Tercera menor	6:5	316	– 1/4	– 5,5	310,5
Tono mayor	9:8	204	– 2/4	– 11	193
Tono menor	10:9	182	+ 2/4	+ 11	193
Semitono mayor	16:15	112	+ 1/4	5,5	117,5
Semitono menor	25:24	70	+ 1/4	5,5	75,5
Díesis	128:125	41	0	0	41

La díesis permanece inalterada. Aquellos intervalos que en su formación atraviesan la V del lobo sumarán o restarán el valor de dicha díesis. En términos de comma sintónico, la díesis equivale a 21/11c y la Vl. es ahora +21/11 – 1/4 = ≈ 5/3 ≈ 1 2/3c.

En este temperamento hay:

— 11 V mesotónicas (-1/4c) de 696,58 cents (-5,38) y 1 Vl. de 737,62 cents (+36 cents, algo más que 1 3/4 c.).

— 8 IIIM puras de 386,32 cents y 4 IIIM falsas o cuartas disminuidas de 427,36 cents.
— 9 IIIm (-1/4c) de 310,26 cents y 3 IIIm falsas o segundas aumentadas de 269,22 cents.
— El Tono medio es de 193,20 cents (entre el TM de 203,90 cents y el Tm de 182,40 cents).
— El Sd. es de 117 cents (111,75 en la afinación justa) y el Sc. de 76,20 (92,15 en la justa).

Usando los acordes de tónica, dominante y subdominante, hay 6 tonalidades mayores que pueden usarse, Si♭, Fa, Do, Sol, Re y La, y 3 tonalidades menores, Sol, Re, La. Las tríadas son muy consonantes.

Para llevar a la práctica este temperamento basta determinar las tres IIIM justas Do-Mi-Sol♯ y La♭-Do, reduciendo de forma igual las quintas que las componen. Afinando primero justos Do-Mi y Mi-Sol♯ y luego hacia el grave Do-La♭, bastará reafinar el La♭ como Sol♯. El círculo se interrumpe en Sol♯-Mi♭. Hay otras opciones, como la siguiente, comenzando en La. Afinamos la IIIM La-Fa y una vez temperadas las quintas intermedias se afinan puras las terceras mayores correspondientes a tales quintas en ambos sentidos, Re-Si♭, Sol-Mi♭, en un caso, y Do-Mi, Sol-Si, Re-Fa♯, La-Do♯ y Mi- Sol♯ en el otro.

Dada su importancia histórica, ofrecemos *in extenso* la supuestamente primera descripción del temperamento mesotónico debida a P. Aron (1523), una descripción eminentemente práctica que nos ilustra el procedimiento que debían seguir los afinadores de la época. Se ejecuta en tres pasos: a) Primero determinamos Do, «con quala intonatione che a te piacerá», y tras la octava superior, afinamos la IIIM justa Mi, «E la mi uuole essere sonora & giusta»; luego, la quinta Sol algo corta, «un poco scarsa», y de la misma forma Re y La, afinada de igual forma con Re y con Mi. La misma relación se establece entre Do-Re-Mi y sus quintas cortas Sol-La-Si. b) En segundo lugar, afinamos la quinta do-Fa un poco más grande que la justa, «alle oposito dell altre..., alzata, tanto che passi alquanto de perfetto»; de la misma forma, Si♭ a partir de Fa y Mi♭ a partir de Si♭. c) En tercer lugar, afinamos Do♯ a partir de La y Mi (IIIM y IIIm) y Fa♯ como IIIM de Re y IIIm de La. No menciona la afinación del Sol♯ que, suponemos, sigue el mismo procedimiento entre Mi y Si.

> De la participatione et modo dacordare l'instrumento. C. XLI/ Adunque auertirai che in tre parti fare / mo il nostro acordo & participatione, che uolendo tu che non sai, acordare &/ participare il tuo instrumento, bisogna che prima tu consideri la chorda ouer/ positione, chiamata C fa ut [Do]: con quala intonatione che a te piacerá. & quando farai/ deliberato, piglia lottaua sopra C fa ut [do], & fá che sempre

sia bene unita: di/ poi la terza maggiore di sopra, quale é E la mi [Mi] uuole essere sonora & giusta:/ cioe unita al suo possibile: & fatto questo, piglia la quinta in mezzo cioe G sol/ re ut[Sol]: & fá che sia alquanto un poco scarsa: cosi seguiterai al altra quinta sopra,/ quale é d la sol re [Re], di simile acordo & natura medesima, quale é stato G sol re ut detto: di poi acorda D sol re ottava a d la sol re [re], & seguitando pligia la/ sua quinta sopra di D sol re, formata nel luogo di a la mi re [La]: la qual bisogna/ mancare tanto da E la mi, quanto da D sol re: cioe che sia tanto equale da una/ quanto dal altra: le quali son tutte quinte che non si tirano al segno de la perfettione/ mancando dal canto di sopra. Si che le quinte di sopra la detto C fa ut, D sol/ re, & E la mi, quali sono G sol re ut, a la mi re, b fa♯ mi [Si], sempre discadono & mancono de la sua perfettione. Per il secondo ordine & modo é, che sempre a te bi/ sogna sopra la chorda di c sol fa ut [c] quale é unita & giusta, accordare F fa ut [Fa]/ quinta di sotto: la qual bisogna essere al oposito de le altre dette di sopra: cioe/ che sia participata & alzata, tanto che passi alquanto de perfetto: & di qui na/ sce la participatione & acordo giusto & buono: per la cual participatione, re/ stano spuntate ouero diminute, le terze & seste. Et cosi acorderai il semituono/ di b fa♯ mi [Si♭], sotto di F fa ut: & quello di E la mi [Mi♭], sotto b fa♯ mi: il quale é quinta/ con quel medesimo ordine & modo, che acordasti F fa ut con c sol fa ut. Il ter/zo & ultimo modo, auertirai di acordare gli semituoni maggiori tra le sue/ terze, come é il semituono di C fa ut [Do♯] toccando A re, lo acordarei insieme con/ E la mi quinta, tanto che resti in mezzo terza maggiore con A re, & minore/ con E la mi: & cosi da D sol re ad a la mi re la terza in mezzo, & il semituono di F fa ut [Fa♯], cioe il simile che fù la passata: & cosi seguendo in fino al fine del tuo/ instrumento, ciascuna ottaua acorderai: de la qual consideratione, ne nasce la/ uera participatione de le voci. Finis (P. Aron, 1523, II, 41).

El primero en tratar este temperamento de forma matemática rigurosa, lo hemos visto, fue Fogliano, quien fijó las bases teóricas pero lo dejó incompleto. Zarlino lo completa en 1571 al referirse a «un novo Temperamento & [...] una nova Participatione». Salinas da a entender que ya lo había elaborado y lo usaba en 1530.

Temperamento de 1/3c. Salinas (1577). Terceras menores justas

Menos importantes que el de 1/4c son los de 1/3c y 2/7c, el primero debido a Salinas (1577, III, 14-17) y el segundo a Zarlino (1558, II, 43-45).

Si para tener terceras menores justas (su equivalente es la VIM) hay que disponer de tres quintas, reduciendo cada una de éstas 1/3 de comma (7,16 cents), las IIIm serán puras. Ahora la V es –1/3c y la IV +1/3c; al ser la IIIm justa, la desviación de la IIIM es la misma que la de la V, –1/3c; el tono mayor disminuye en –2/3c y el tono menor aumenta +1/3c; el semitono mayor aumenta +2/3c y el menor disminuye en –1/3c igualándose a la díesis, que aumenta 1 comma sintónico entero. El valor de la díesis es ahora 4c – 1cp, (4 × 11/11) – 12/11 = 32/11 y la Vl es de 32/11 – 1/3 = 85/33 ≅ 5/2 ≈ 2 1/2cs.

Hay 11 V de 694,79 cents (701,95 – 7,16), mientras la V del lobo aumenta en 55,36 cents (+ 2 2/3 c) llegando a 757,31 cents (11 × 694,79). Hay 8 IIIM de 379,16 cents y 4 cuartas disminuidas de 441,68 cents (+55,36); 9 IIIm puras de 315,63 cents y 3 segundas aumentadas de 253,11 cents (+62,52).

Las tríadas son peores que en el mesotónico de 1/4c, de ahí su menor uso. En el teclado habitual de 12 notas por octava no es un temperamento muy aceptable puesto que nuestros oídos están habituados al temperamento igual con las terceras mayores muy grandes y las menores muy cortas, y en éste las primeras son 21 cents más cortas y las segundas, como las justas, 16 cents más grandes que en aquél. Este temperamento puede ser interesante en todo caso por invertir el tamaño de tales terceras.

Para la afinación del monocordio, se toman terceras menores (VIM) justas, Do-Mi♭, La-Do, Fa♯-La... (Mi♭-Do-La-Fa♯...) y se afinan las quintas intermedias de forma igual.

Una peculiaridad importante de este temperamento es el valor de la díesis (62,5 cents). A veces se comete un error considerando este intervalo como fijo, 128:125 (41,0586 cents). Esto es así en la justa entonación y en mesotónico de 1/4c. La díesis, intervalo que separa sostenidos y bemoles, es diferente en cada temperamento mesotónico porque varía en cada uno el tamaño de las quintas. En el temperamento de 1/3c casi iguala al semitono menor cromático (63,5 cents). Este hecho es de gran trascendencia pues de alguna forma hemos llegado a esa «unidad mínima» que sirve de medida común para el resto de los intervalos. El semitono menor equivale a 1 díesis (≈ 63 cents), el semitono mayor, suma de ambos, vale 2 dieses (126 cents), los tonos medios 3 dieses (189 cents), al estar compuestos de SM y Sm, la IIIM, compuesta de dos tonos, 6 dieses (378 cents), etc. Esto hace que en una escala con 19 notas por octava como la que maneja Salinas, y en la que aparece la díesis (no en la de 12), pueda establecerse un temperamento cíclico, con el círculo de 19 quintas cerrado, sin quinta del lobo, extraordinariamente apto como esquema teórico. El círculo se cierra entre Si♯- Sol♭ (= Fax, la quinta siguiente a Si♯). Es un temperamento igual de 19 notas por octava, con cada tono (igual) dividido en tres partes, tres dieses iguales (Do-Do♯-Re♭-Re).

Llevar a la práctica este temperamento en 19 notas por octava es muy sencillo, basta seguir series de terceras menores hasta los extremos de la espiral de quintas. Ch. Huygens en el siglo XVII tomará la idea de Salinas y la aplicará al mesotónico de 1/4c en el que hay que llegar a 31 notas por octava para que se dé una división en partes casi iguales (5 el tono y 3 el semitono diatónico), en el de 1/5 hacen falta 43 partes, 50 en el 2/7c, etc. (Véase el capítulo 7).

Temperamento de 2/7c. Zarlino (1558). Desviación igual de las terceras

El temperamento de 2/7c (1/3,5c, equivalente a 6,14 cents) es intermedio entre los de 1/3c y 1/4c. Como una IIIM se compone de cuatro quintas y una IIIm de tres, reduciendo 2 commas cada 7 quintas llegamos a un compromiso entre ambas terceras o entre los dos temperamentos anteriores en los que una de ellas era justa. Así, las V descienden 2/7c (6,14 cents) y la IV aumenta en la misma cantidad; terceras mayores y menores tienen la misma desviación (ésta es su principal virtud), – 1/7c (3 cents); el tono mayor disminuye 4/7c y el menor aumenta 3/7c; el semitono mayor aumenta 3/7c y el menor permanece justo; la díesis aumenta 3/7c respecto a la justa (9,5 cents).

Hay 11 V de 695,81 cents (-6,14) mientras la Vl. aumenta 44,14 cents (+2 1/7 c) quedando en 746,09 cents (11x695,81). Hay 8 IIIM de 383,24 cents (-3,08), 4 IIIM falsas o cuartas disminuidas de 433,52 cents (+47,2), 9 IIIm de 312,57 cents (-3,06) y 3 IIIm falsas o segundas aumentadas de 262,29 cents (-55,34).

La afinación del monocordio para 19 notas que trae Zarlino es compleja. En 12 notas por octava podría efectuarse de la siguiente forma. Puesto que se trata de establecer los límites de algún intervalo puro, en este caso podría ser Do-Do# compuesto de 7 quintas. Para fijar dichos extremos con quintas y terceras mayores únicamente podemos tomar dos IIIM justas Do-Mi-Sol# y restarle una V justa (Do#). Afinando las quintas intermedias todas iguales, quedan cortas en 2/7c $\{(5/4)^2 : (3/2) = [(3/2) : (81/80)^{2/7}]^7 \times [1/(2)^4]\}$. Restará afinar el grupo de quintas de un extremo Do ÷ Mi♭ y Do#-Sol# en el otro por semejanza con las anteriores ya reducidas.

Aunque a finales del siglo XVI aparecen otros tipos de temperamento, éstos son los tres renacentistas clásicos. Salinas (1588 III, 13-27) los trató de manera sistemática como diferentes formas de eliminar el comma sintónico de su instrumento perfecto reducido ahora de 24 a 19 notas. Son temperamentos diseñados para la pureza de las terceras, justas o más cortas que las justas. Posteriormente, y ante la nueva valoración de las quintas, aparecen temperamentos mesotónicos con menos reducción de las quintas (1/5c, 1/6c), con lo que la IIIM se irá haciendo progresivamente mayor como ocurre en el temperamento igual (–1/11c o –1/12cp) o en la afinación pitagórica de quintas puras.

Comparación de los tres temperamentos en cents

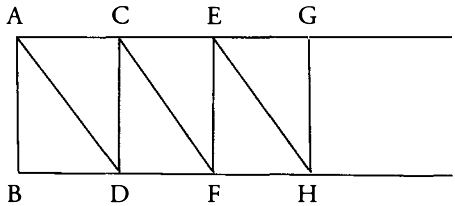
Intervalos justos. V = 702, IIIM = 386,3; IIIm = 315,6						
	1/4c		2/7c		1/3c	
11V	696,5	–5,5	695,8	–6,2	694,8	–7,2
1VL	737	+35	746	+44	757,3	+55,3
8IIIM	386,3	0	383,3	–3	379,3	–7
4IIIML	427	+41	433,5	+47,2	441,7	+55,4
9IIIm	310,3	–5,3	312,6	–3	315	0
3IIImL	269,2	–46,4	262,3	–53,3	253,1	–62,5

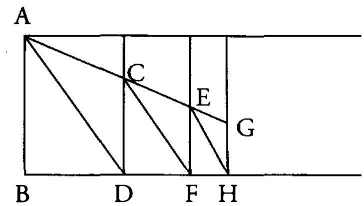
Puede apreciarse fácilmente que conforme se alejan las quintas a su valor justo las IIIM pasan, en el mismo sentido que las quintas, desde su valor justo a –7 cents de reducción. A la inversa, las IIIm van de –5,3 cents cortas a justas. En el 2/7c la desviación de ambas terceras es la misma, 3 cents.

El mesolabio

Un problema añadido al que tuvieron que enfrentarse los teóricos humanistas es la aparición de números irracionales en los cálculos. Hallar 1/2, 1/4, 1/3 o 1/7 de comma equivale a hallar la raíz cuadrada, cuarta, cúbica o séptima de 81:80, lo que da cantidades irracionales, aunque es posible determinarlas algebraicamente. En el temperamento de 1/4c por ejemplo, el tono medio tiene la razón $\sqrt{5/4}$, la novena (octava más tono) $\sqrt{5}$, su mitad, la quinta mesotónica $\sqrt[4]{5}$, etc. Todo esto carece de importancia para un afinador práctico, pero los teóricos más estrictos buscarán soluciones de diversa índole a estos problemas, como en el caso de la mencionada división geométrica del comma. Como hemos visto, podemos dividir una razón superparticular en dos partes iguales por procedimientos euclídeos, pero no en tres o más. No podemos con un procedimiento euclideo como el descrito dividir por ejemplo la octava en 12 partes (semitonos) iguales (cada una de ellas valdría $\sqrt[12]{2}$). Ni la división de la octava en tres partes, tres IIIM temperadas ($\sqrt[3]{2}$).

Zarlino y Salinas recurrirán a un procedimiento mecánico arquimediano para hallar más de una media proporcional entre los términos de una razón superparticular. Se trata del mesolabio, un artilugio mecánico consistente en tres paralelogramos rectangulares móviles a lo largo de estrías:





Para hallar dos medias proporcionales entre AB y GH se desliza el segundo paralelogramo bajo el primero y el tercero bajo el segundo de forma que pueda trazarse una línea recta AG pasando por los puntos CE, lugar donde dejan de ser visibles las diagonales de los paralelogramos segundo y tercero. CD y EF son las medias proporcionales buscadas entre AB y GH.

En el diagrama se muestra el uso del mesolabio para hallar dos medias, lo cual es suficiente para temperamentos como el 2/7c, 1/3c o el igual. Zarlino había indicado que puede usarse para cualquier número de medias aumentando el número de paralelogramos. L. Rossi dice usarlo en la división del archicémbalo de Vicentino para 30 medias proporcionales, Mersenne (1636, p. 224), por el contrario, mantiene que sólo es aplicable a dos medias, tal como lo expone Vitrubio. Sea lo que fuere, el mesolabio podría ser útil para el cálculo de los intervalos en los temperamentos mesotónicos expuestos y el igual. Parece dudosa su utilidad para la división de un intervalo en muchas partes proporcionales.

El temperamento igual

> 223. Diuision de la Octaua en 12 partes iguales. [...] De todas las diuisiones, esta es la mas separada del rigor Harmonico: porque quita totalmente la Díesis, que es la diferencia entre los 2. Semitonos; pues en esta diuision no ay diferencia entre Semitono Mayor, y menor, y ninguna de las consonancias està en su deuido lugar [...] 225. Esta diuision, aunque es la mas comun, por ser la de la Guitarra, creo que es la menos meditada de los Musicos [...] Y aunque es verdad que es con la imperfeccion que antes, he ponderado, no es la diferencia sensible [...] 226 [...] Reparò bien Francisco Salinas, que muchos interualos harmonicos, que son disonantes en el Organo, no lo son en el temple de la Guitarra [...] 227. No dexa de causar mucha admiracion, el que siendo tan comun en la Guitarra, no se aya puesto su temple en el Organo [...] Desde entonces no hubiera yo pensado mas en la materia, sino se huuiera ofrecido la ocasion de renouar el Organo de la Capilla Real de V.M. y el primer dia dixe al Artifice, que auia de hazer vn Organo pequeño con esta disposicion para V.M. En este tiempo vino D. Felix (Falcò) de Valencia, y traxo el Tetrachordo [«monocordio» de cuatro cuerdas que, como aquél, sería un instrumento

para afinar], que puse en manos de V.M. y me dixo que le auia ya puesto en practica en Valencia el año passado, con mucho aplauso de los Musicos de aquella Ciudad. Y tengo por cierto, que ha sido el primero que se ha valido desta disposicion. Delante de V.M. se ha hecho tambien la experiencia con aprouacion de los Musicos de la Capilla Real. Lo cierto es, que las conueniencias que trae consigo esta disposicion son tan grandes, que se puede tolerar, si tiene algun defecto que no cause notable disonancia al oìdo. Y que no la puede tener, lo demuestran claramente los numeros de la Tabla antecedente, comparados con los del Organo comun (J. Zaragoza, Madrid, 1674, pp. 208-210).

Cuando hablamos del temperamento igual nos referimos habitualmente a la división de la octava en 12 partes, doce semitonos iguales. Si la afinación justa tiene tonos y semitonos diferentes y la pitagórica tonos iguales y semitonos diferentes, el temperamento igual tiene tonos y semitonos iguales. Se trata de un sistema regular y cíclico con todas las quintas semejantes (-1,95 cents), sin quinta del lobo, y en el que las notas enarmónicas coinciden, Do♯ = Re♭, Sol♯ = La♭, etc. Su principal ventaja es la libre modulación a todas las tonalidades sin intervalos impracticables con los 12 sonidos de la escala habitual. Las desventajas también existen y son de sobra conocidas: no hay ningún intervalo justo a excepción de la octava y si las quintas son muy buenas, las terceras mayores son muy grandes (14 cents, la 8ª parte de un semitono mayor justo). Esta característica fue la causa principal de su rechazo en los siglos XVI y XVII, mientras que en el XVIII fue principalmente la falta de expresividad diferenciada de las distintas tonalidades. Su aceptación definitiva se debe a la necesidad modulatoria de la armonía funcional y se ha hecho incuestionable en el dodecafonismo. Nuestro oído actual está ya tan acostumbrado a las terceras muy grandes que si escuchásemos las justas probablemente nos sonarían excesivamente apagadas y sosas. Otra cosa es que tras un periodo de adaptación pudiésemos tolerar de nuevo las temperadas.

Una ventaja indudable del temperamento igual es que la octava se divida en partes iguales: 12 semitonos, 6 tonos, 3 terceras mayores, 4 menores y 2 tritonos. Hasta la invención de los logaritmos, estos intervalos sólo podían expresarse mediante números irracionales, $\sqrt[12]{2}$, $\sqrt[6]{2}$, $\sqrt[4]{2}$, $\sqrt[3]{2}$... Los intervalos vienen determinados por las potencias sucesivas del semitono, $\sqrt[12]{2} = 1{,}059463...$, Do = 1, Do♯(Re♭) = 1,05946..., Re = $(1{,}05946...)^2 = 1{,}1224618...$, Re♯(Mi♭) = $(1{,}05946...)^3 = 1{,}1892067...$, etc. El valor de la V es 1,4983..., muy cercano al 1,5 (3:2) del valor justo. Hemos indicado en la Introducción lo engañoso que puede resultar el uso de medidas logarítmicas como el cent a la hora de establecer la «dimensión» de los intervalos pues inevitablemente el temperamento igual se convierte en término de comparación. Damos una tabla orientativa de las desviaciones:

Intervalo	JE	TI	Error	Intervalo	JE	TI	Error
VIII	1200	1200					
VIIM	1088	1100	+12	VIIm	1018	1000	−18
VIM	884	900	+16	VIm	814	800	−14
V	702	700	−2	Tritono	590	600	+10
IV	498	500	+2				
IIIM	386	400	+14	IIIm	316	300	−16
T.M.	204	200	−4	T.m.	182	200	−12
S.M.	112	100	−12	S.m.	70	100	+30

Si la descripción del temperamento igual en decimales o en cents es muy fácil de realizar, otra cosa es su puesta en práctica, nada fácil. Hay que reducir todas las quintas «un poco» (1/12cp) y todas de forma igual hasta eliminar la quinta del lobo (véase a continuación la descripción de Rameau). Hay tantos procedimientos en un temperamento tan usual que sería difícil exponer los diferentes métodos que utilizan los afinadores. Depende a menudo del instrumento, de si se trata de las notas centrales o la de los extremos grave o agudo, etc.

Antes de entrar en las debatidas cuestiones históricas sobre su puesta en práctica hay que tener en cuenta algunas consideraciones al respecto. Una cosa es la aplicación práctica del temperamento igual más o menos exacto que parecía necesaria en los instrumentos de trastes, al menos a finales del XVI. Una segunda es el cálculo exacto de sus intervalos por el método que sea, numérico, geométrico o logarítmico. Y una tercera, la aceptación estética de tal temperamento. Autores habrá que, firmes defensores de su utilidad, no dispongan de métodos exactos de medición (V. Galilei, Stevin); algunos, que ya disponen de ellos, lo rechazan sobre bases estéticas (Huygens, Helmholtz) y otros, finalmente, pueden admitirlo en los instrumentos de trastes y rechazarlo en los de tecla (Zarlino, Salinas). Van a continuación algunas notas meramente informativas sobre la progresiva generalización de este temperamento sin pretensión ni de exhaustividad ni de valoración.

Las innovaciones de la *musica ficta* llevaron necesariamente a una reforma en la afinación de las notas de la escala. En una serie de artículos, E. Lowinsky (1956, 1957) refiere al menos dos experimentos musicales del siglo XVI que deberían recorrer el círculo de quintas completo y por tanto sería necesario algún temperamento circular. En 1519 A. Willaert hace un amplio uso de la *musica ficta* en el dúo *Quidnam ebrietas.* Según Lowinsky (1956 a), en el intervalo final Mi-re, Mi debe tener un doble bemol para completar la octava y evitar el comma pitagórico. Muy audazmente, el autor compara a

Willaert con J. Sebastián Elcano, quienes hacia las mismas fechas dieron la vuelta completa, uno al mundo, otro al círculo de quintas. El otro experimento lo cita Gregorius Faber en 1533 y se debe al alemán Mathias Greiter, quien compone una pieza a cuatro voces, *Passibus ambiguis*, en referencia al tema de una antigua chanson, *Fortuna desperata* (1956b). Como ilustración musical del texto sobre la voluble y errante fortuna que no se detiene en ningún lugar, el compositor recorre toda las tonalidades mediante mutaciones hexacordales. Temperamento igual o no, son dos experimentos aislados sin apenas trascendencia.

Donde parece necesario el temperamento igual es en los instrumentos habituales de trastes fijos con divisiones iguales. Añádase que estos instrumentos tienen ya de por sí una afinación no muy exacta, el sonido es percutido y breve y el intérprete puede variar la afinación al pulsar las cuerdas. Otros factores, como el material o la diferente tensión de éstas dependiendo del punto de presión, etc., hacen que una división geométrica sencilla o la tradicional mencionada por Galilei (semitono de razón 18:17) sea aceptable. Se han propuesto distintas afinaciones para los instrumentos de trastes: pitagórica (Finè, 1530), mesotónica, a pesar de los inconvenientes que presenta en los trastes (Ganassi, 1542), la irregular de Dowland (1610) e incluso la afinación justa (Thompson, 1829). Los vihuelistas del Renacimiento, sobre todo los de la escuela española (Milán, Mudarra, Valderrábano...), introducen determinados procedimientos para encarar el problema de la afinación como la conveniente colocación de los acordes, elección de determinadas notas, etc., procedimientos no todos ellos acertados como muestran los comentarios de Bermudo. J. Tinctoris (1480-1487) menciona una posible invención de estos instrumentos por parte de los españoles. En cualquier caso, éstos tuvieron un peso determinante en la aceptación del temperamento igual y no es de extrañar que un teórico español como F. Salinas lo mencione y sea el primero en intentar dilucidar los problemas que planteaba.

La dificultad de aceptar el temperamento igual se debió a los instrumentos de tecla, espinetas y claves y sobre todo a su aplicación en los órganos. Si laúdes y vihuelas podían estar en temperamento igual, los cémbalos, al disfrutar de la relativa facilidad y rapidez de afinación adoptaron en el siglo XVIII diversos temperamentos irregulares antes de que el poder del piano estableciese el temperamento igual como el más idóneo. El órgano es, por su parte, el instrumento más conservador por su uso religioso, de sonido nítido y que puede mantenerse indefinidamente. Su afinación habitual ha sido el mesotónico estandar (1/4c) hasta la adopción generalizada y definitiva del temperamento igual hacia 1870 a causa del conservadurismo de los organistas ingleses, acérrimos partidarios de las terceras mayores puras o sea del mesotónico (al fin y al cabo, el fabordón surgió en Inglaterra).

Si en otras épocas hubo sus reticencias a la hora de aceptar el temperamento igual, parece que una vez adoptado universalmente cada país quiere encontrar su propio representante a quien atribuir la «invención». W. Dupont (1935), cuya obra era la biblia de afinaciones y temperamentos hasta la de Barbour, parcialmente inspirada en la suya, propuso a A. Werckmeister (1691 y 1697) como el principal exponente del temperamento igual, opinión seguida desde entonces hasta tiempos recientes. La crítica actual lo ha desmentido. Werckmeister, además de ser un autor muy tardío, no recomienda un temperamento exactamente igual sino aproximaciones que permiten la modulación a todas las tonalidades cerrando el círculo de quintas, o sea, temperamentos irregulares cíclicos. La edición de 1960 de *The New Oxford History of Music* negaba la atribución a Werckmeister y lo hacía a H. Grammateus (1518), añadiendo, inconsistentemente, que éste recomienda dividir la octava en 10 semitonos iguales y dos un poco más cortos. Esto no es temperamento igual en sentido estricto. Los franceses siempre han tenido en Mersenne su principal representante. Mersenne se muestra a veces un firme partidario del temperamento igual, que conocía bien por la exposición de Salinas. Pero aunque intentó ofrecer una formulación aritmética mediante raíces cuadradas y cúbicas no lo consiguió (ni podía hacerlo sin utilizar logaritmos). Otro candidato habitual (diccionarios *Oxford*, *New Grove*, etc.) es V. Galilei (1581), quien propuso como la mejor aproximación el ya mencionado semitono de razón 18:17 (99,3 cents), prácticamente indistinguible del igual (100 cents). Temperamento práctico, tradicional en los laúdes, pero que sabemos que no es exacto, $(18:17)^{12} \neq 2$. La solución era, por otro lado, elemental. El tono mayor 9:8 (18:16) puede dividirse aritméticamente en dos «semitonos» desiguales, 18:17:16. Tomando el menor, 18:17, ya que seis tonos mayores sobrepasan la octava, y tomándolo 12 veces, se tiene una buena aproximación a ésta. Es una solución de origen pitagórico (recuerda a la división del tono de Filolao) que aparece tan tarde como 1724 en P. Nasarre.

J. M. Barbour, por su parte, propone a G. M. Lanfranco (1533) como el primero en dar reglas de afinación para el temperamento igual, opinión mantenida por prestigiosos historiadores de la música del Renacimiento. No es cierto. Como ocurre con los afinadores prácticos, las reglas de Lanfranco a menudo no están bien definidas y son del tipo: «... esse Quinte debbono essere tirate in guisa: che la orecchia non be/ne di loro si contenti [...] lo estremo acuto di ciascuna terza maggiore, ua alzata in modo: chel senso piu ne uo/glia...», y cosas parecidas. En realidad, establece dos órdenes de afinación por quintas, el de los sostenidos a partir de Si y el de los bemoles a partir de Si♭. «Lanfranco's keyboard tuning instructions of 1533 are unequivocally for some form of mean-tone» (M. Lindley, 2001), «Si è creduto, ma è torto, che con queste norme Lanfranco avesse anticipato il sistema de temperamento "equale". In realtà nulla era più lontano dai suoi pensieri» (*Dizzionario...*, 1986, IV, pp. 269-70). Zarlino (1588, IV, 31, p. 212) menciona a don Girolamo Roselli de Perugia, abad de Montecasino, en Sicilia, quien en una obra probablemente no publicada, *Trattato della musica spherica,* defiende la división de la octava en 12 semitonos iguales, de ahí el título del tratado. La mención de Zarlino parece traída a cuento para negar a Salinas (1577) la primacía, si no en su aplicación, sí en la descripción del temperamento igual, que ahora el propio Zarlino incluirá en su tratado de 1588 utilizando el mesolabio.

Francisco Salinas es el primer autor en ofrecer de forma totalmente explícita la división de la octava en 12 partes igualmente proporcionales de forma rigurosa y exacta, calculando la desviación de los intervalos en fracciones de dieses y ofreciendo reglas para la afinación del monocordio: «... diuidendam esse Diapason in duodecim partes aequè proportionales, quae duodecim erunt aequalia semitonia» (1577, III, cc. 18-21). Salinas no se conforma con las imprecisiones de los prácticos y deduce este temperamento de su sistema. Recordemos que su «género enarmónico» se componía de 24 notas en la octava debido a la duplicación de notas para mantener la entonación justa por una lado y a la ampliación del círculo de quintas en los extremos hasta incluir todos los sostenidos y bemoles de la escala de 19 notas. Si eliminamos el comma sintónico, tenemos temperamentos mesotónicos diferentes pues la división puede hacerse de diversas formas (presenta los tres mesotónicos descritos anteriormente, 1/4c, 2/7c y 1/3c). De la misma forma, para llegar al temperamento igual hay que «diluir» («tollendae sunt, aut potiùs confundendae») las 7 dieses del enarmónico. Para cerrar el círculo de 12 quintas (mesotónicas) hay que repartir la díesis sobrante entre éstas aumentando cada una 1/12 de díesis. El resto de las consonancias aumentan o disminuyen de la manera conocida: la IV en sentido inverso a la V, la IIIM +4/12 de díesis, la IIIm –3/12, el tono, compuesto de dos quintas, +2/12, la mitad que la IIIM, etc. Hay que tener siempre en cuenta que la díesis es diferente en cada temperamento mesotónico, dependiendo de la longitud de las quintas.

V temperada = V mesotónica – 1/12 de díesis.

-1/3c.: D. = 62,541, 1/12 = 5,21	IV: –1/12d.	IIIM: +4/12d.
-2/7c.: D. = 50,278, 1/12 = 4,19	IIIm: –3/12d.	T.: +2/12d.
-1/4c.: D. = 41,061, 1/12 = 3,42	SM.: –5/12d.	Sm.: +7/12d.

El cálculo con cents es sencillo. La lectura de Salinas es, por el contrario, mucho más ardua. Por ejemplo, la IIIM en el 1/3c vale 379,16 cents, que sumados a los 20,84 (4 × 5,21) dan 400, los cents del temperamento igual. El tono en el 2/7c es de 191,62 cents, que sumados a 8,38 (2 × 4,19) dan los 200 cents del temperamento igual. El semitono menor en el 1/4c vale 76,05 cents y si le sumamos 23,95 (7 × 3,42) equivale a los 100 cents del igual. (Algunos cents están redondeados debido a la insignificancia musical de la diferencia. Por ejemplo, una aproximación más exacta a 1/12d. del 2/7c es 4,18983 y en el 1/4c, 3,42175. Esto puede hacer que algunos cálculos no sean exactos). He aquí el diagrama final que presenta Salinas, en el que los 19 sonidos de los mesotónicos quedan reducidos a los 12 de temperamento igual:

C X D X E F X G X A X B c
7|5 2| 9|3 4| 11|1 6|6 1| 8|4 3| 10|2 5| 12|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
C ♯ ♭ D ♯ ♭ E ♯ F ♯ ♭ G ♯ ♭ A ♯ ♭ ♮ ♯ c

iiij *iij* *ij*
0 1 2 3 0 1 2 3 4 0 1 2 3
C S D S E F S G S *a* S ♮ c
| 7|5 2| 9|3 4| 11|1 6|6 1| 8|4 3| 10|2 5| 12|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
C ✕ ♭ D ✕ ♭ E ✕ F ✕ ♭ G ✕ ♭ *a* ✕ ♭ ♮ ✕ c

Consecución del temperamento igual mediante la división de la Díesis. F. Salinas: De musica libri septem., *Salamanca, 1577.*

«... perfecta totius Diapason in Viola participatio, Quam credimus optimam esse [...] neque aliter fieri posse, per quam reducti sunt viginti soni cymbali trium generum ad tredecim...». Los géneros cromático y enarmónico están «con-fundidos» en uno.

No es, por supuesto, un enfoque práctico. Para ello Salinas da otros dos métodos, uno erróneo, mediante el recurso a la sección áurea, el otro, recurriendo al mesolabio para dividir directamente la octava en doce partes igualmente proporcionales. Pero es digna de notarse la unidad que presenta todo el sistema de Salinas, en el que partiendo de la justa entonación se derivan los temperamentos mesotónicos y finalmente, juntando en uno los géneros cromático y enarmónico, aparece el imperfecto, por alejado de los intervalos justos, temperamento igual propio de las violas.

Si nos hemos extendido en la exposición de Salinas es para contrastar su descripción con las afirmaciones de Barbour, quien no parece conocerle directamente. Si por un lado reconoce su preeminencia en la descripción del temperamento igual, por otro lo atribuye erróneamente a métodos geométricos: «He is apparently the first person to give not only the correct phrasing of the geometric problem involved in equal temperament, but also a practical way of accomplishing it. As such, he ranks next to the person who first put in actual numbers these ratios of the equal semitones. Arithmetic was not Salinas' forte [?] [...]. But he should be quite content with the glory that is right-fully his, that of arriving at a correct geometrical solution [?] of his problem» (1932, p. 105). Y de nuevo, de forma más precavida, en su obra principal: «The first sixteenth century writer to sugest a geometrical or mechanical means of solving equal temperament was Francisco Salinas» (1972, p. 50). Probablemente Barbour ha pensado que la ilustración de Salinas que hemos expuesto consiste en la división (¿geométrica?) en partes iguales de una línea o cuerda.

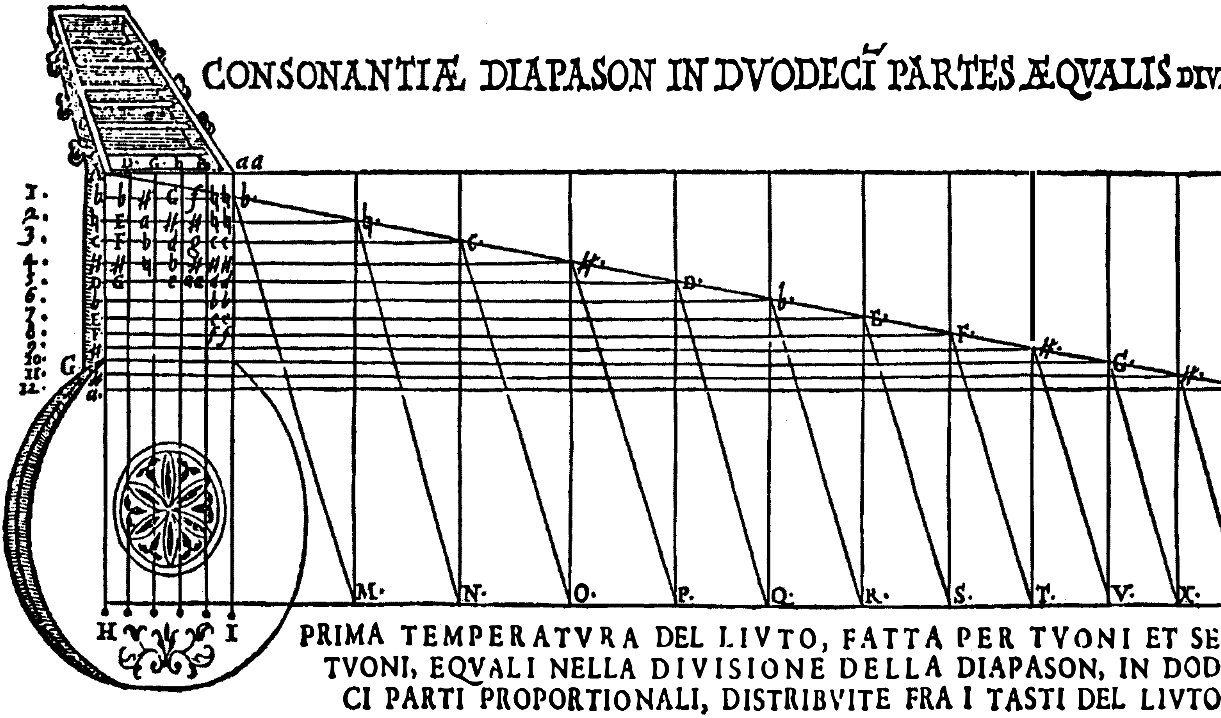
Es sorprendente que ningún historiador de la música español haya reivindicado para Salinas, si no la invención, al menos la primera exposición exacta del temperamento igual. El propio Salinas se atribuye esta primacía: «... huiusmodi sonorum temperatura, ac intruallorum dispositio [...] à nemine tamen adhuc (quantum scire potuerim) considerata est» (1577, III, 30).

El temperamento igual podría derivarse directamente de la afinación pitagórica, a la que se parece mucho por sus quintas casi justas, sus terceras muy grandes y séptimas bastante buenas. Bastaría con eliminar el comma pitagórico reduciendo cada quinta en 1/12cp.

A partir de finales del XVI los procedimientos para establecer el temperamento igual han sido muchos. Además del de Salinas, destaquemos el ya mencionado de V. Galilei para el laúd y el mecánico con el mesolabio de G. Zarlino (1588), también para laúd, el sorprendente de S. Stevin (1600), a M. Mersenne (1636), mediante la intersección de triángulos, A. Kircher (1650), que combina métodos euclídeos y mecánicos, los de los españoles J. Caramuel (1668) y J. Zaragoza (1674) mediante logaritmos y P. Nasarre (1724), basado en la afinación pitagórica. Igualmente, los prácticos de J. G. Neidhardt (1724), J. Ph. Rameau (1737), F. W. Marpurg (1776), J. P. Kirnberger (1779), quienes no han pasado a la historia del temperamento precisamente por adoptar éste, y finalmente el uso de logaritmos adaptados a este temperamento de A. J. Ellis (1885). Sea lo que fuere, parece indudable que ya a finales del siglo XVI el temperamento igual se utilizaba en instrumentos de trastes y captó ya la atención de los teóricos musicales.

Traemos a continuación la exposición trivial de J. J. Rousseau (1767) sobre la ejecución del temperamento igual por parte de Rameau:

> Pour la pratique prenez, dit-il [Mr. Rameau], telle touche du Clavecin qu'il vous plaira; accordez-en d'abord la Quinte juste, puis diminuez-la si peu que rien: procédez ainsi d'une Quinte à l'autre, toujours en montant, c'est-à-dire, du grave à l'aigu, jusqu'à la dernière dont le Son aigu aura été le grave de la première; vous pouvez être certain que le Clavecin sera bien d'accord.



División de la octava en 12 partes iguales. G. Zarlino: Sopplimenti musicali. *Venecia, 1588.*

El «melodista» J. J. Rousseau, para quien la música está asociada al lenguaje y sus emociones naturales, expone a continuación las impresiones que le produce la conversión al temperamento igual de un «armonista» como J. Ph. Rameau, más partidario de asociar la música a la razón matemática. La transición se ha producido del ***tempérament établi*** del Barroco francés (véase más adelante), con su variada paleta de afectos emocionales, al temperamento igual de corte «científico» que provocaría tales afectos mediante el mero cambio de tonalidad, «l'entrelacement des Modes». Tras unas breves referencias no muy exactas a Couperin, Gallé y Mersenne, quienes habrían adoptado este método, del que Rameau: «... nous donne la formule algébraique», continúa Rousseau:

> Malgré l'air scientifique de cette formule, il ne paroît pas que la practique qui en résulte ait été jusqu'ici goûtée des Musiciens ni des Facteurs. Les premiers ne peuvent se résoudre à se priver de l'enérgique varieté qu'ils trouvent dans les diverses affections des Tons qu'ocassionne le *Tempérament* établi. M. Rameau leur dit en vain qu'ils se trompent, que la variété se trouve dans l'entrelacement des Modes ou dans les divers Degrés des Toniques, & nullement dans l'altération des Intervalles [...].
>
> A l'egard des Facteurs, ils trouvent qu'un Clavecin accordé de cette manière [temperamento igual] n'est point aussi bien d'accord que l'assure M. Rameau. Les Tierces majeures leur paroissent dures & choquantes, & quand on leur dit qu'ils n'ont qu' à se faire à l'altération des Tierces comme ils s'étoient faits ci-devant à celle des Quintes, ils repliquent qu'ils ne conçoivent pas comment l'Orgue pourra se faire à supprimer les battements qu'on y entend par cette manière de l'accorder, ou comment l'oreille cessera d'en être offensée. Puisque par la nature des Consonances la Quinte peut être plus altérée que la Tierce sans choquer l'oreille & sans faire des battements [...].
>
> Au reste, je ne puis m'empêcher de rapeller ici [...] sur la raison du plaisir que les Consonnaces font à l'oreille, tirée de la simplicité des rapports. Le rapport d'une Quinte tempérée selon la méthode de M. Rameau est celui-ci ($\sqrt[4]{80^3} \times \sqrt[4]{81}$) / 120 [sic]. Ce rapport cependant plaît à l'oreille; je demande si c'est par la simplicité? (J. J. Rousseau, 1767).

Las razones de las críticas al temperamento igual son las tradicionales y consabidas: eliminación de los efectos emocionales de los distintos intervalos, terceras muy grandes, aparición de batidos y la falta de simplicidad de la razón de la quinta.

El arciórgano de N. Vicentino. 31 partes por octava

Nicola Vicentino (1511-*ca.* 1576) fue compositor y teórico musical. Discípulo de Willaert, su máximo interés en la teoría musical estuvo en el estudio de los géneros griegos que intenta llevar a la práctica de su tiempo. El título de su obra, *L'antica musica ridotta alla moderna prattica* (1555), es de por sí ilustrativo. La primera parte, «Della theorica musicale», está basada principalmente en Boecio; la segunda, «Della prattica musicale», se compone de cinco libros y en el último expone la construcción de un *arciórgano* y un *archicémbalo,* concebidos en torno a 1540, que ponen en práctica sus concepciones teóricas. Ambos instrumentos están construidos hacia 1561.

Dentro de la corriente humanista, Vicentino critica la música de su tiempo por ser incapaz de expresar el contenido emotivo del texto. La «musica fatta sopra le parole» llevaría a la resurrección de los antiguos géneros cromático y enarmónico de la música griega como medio de revivir los perdidos *affetti.* En el *archicémbalo*, con la octava dividida en 31 microintervalos, podrían imitarse las flexiones interválicas del recitado poético nada menos que en cualquier lengua del mundo:

> ... e tutti potrano porre in musica il suo modo di cantare con i gradi della divisione del nostro stromento, che con la musica che ora s'usa, non si può scrivere alcuna canzone franzese, né tedesca, né spagniuola né ungara, né turca né ebrea né d'altre nazioni, perché i gradi e salti di tutte le nazioni del mondo, secondo la sua pronuncia materna, non procedono solamente per gradi di tono e di semitoni naturali et accidentali, ma per díesis e semitoni e per salti enarmonici, si chè con questa nostra divisione avremo accomodato tutte le nazioni del mondo, che potramo scrivere i loro accenti e comporli a quante voci a loro parerá; perché la musica fatta sopra le parole non è fatta per altro se non per esprimere il concetto e le passioni e gli affetti di quelle con l'armonia (xxix, ff. 85v-86v).

En teoría, el *archicémbalo* sería un instrumento con una serie de posibilidades casi imposibles de conciliar: a) podrían llevarse a la práctica los tres géneros griegos, separados entonces, mezclados ahora, b) estaría afinado en el mesotónico habitual de 1/4c, a la vez que con intervalos justos, c) podría compaginarse con los instrumentos de trastes en temperamento igual y sería posible la modulación a cualquier tonalidad. En resumidas cuentas, un instrumento perfecto: «... l'Archicembalo, [...] primo & perfetto, perche in ogni tasto non li manca consonanza alcuna...».

Es, sin embargo, difícil saber la afinación exacta puesto que Vicentino no es muy preciso en la determinación de los intervalos que, por otra parte, es cualitativa, no cuantitativa (Kaufmann, 1961 y 1970). La descripción que ofrece (II, cc. 14-42) es la de una división de la octava en 31 (+5) partes producto de la división del tono en 5 partes (dieses):

En términos de Vicentino, Do – $\dot{\text{Do}}$ – Do♯ – Re♭ – $\dot{\text{Re}}$♭ – Re.
|———— Tono ————|

En términos actuales, Do – Re♭♭ – Do♯ – Re♭ – Do♯♯ – Re separados por 1 díesis: S.m = 2 d.; S.M. = 3 d. Si el tono se divide en 5 partes iguales y la VIII contiene 6 tonos y una díesis, 6 × 5 + 1 = 31 partes por octava.

En cuanto a la descripción del instrumento, éste se compone de dos teclados con tres filas de teclas cada uno. Intentaremos ver las distintas características que nuestro autor atribuye a tan maravilloso instrumento examinando la posible afinación del sistema. En la octava Do-do aparecen las siguientes notas en los teclados:

	'		'				'		'		'				
	Re		Mi				Sol		La		Si				
	·		·				·		·		·				
	Re♭		Mi♭				Sol♭		La♭		Si♭				2º teclado
·		·		·		·		·		·		·		·	
Do		Re		Mi		Fa		Sol		La		Si		do	
	Re♭		Re♯		Mi♯		Sol♭		La♭		La♯		Si♯		
	Do♯		Mi♭				Fa♯		Sol♯		Si♭				1er teclado
Do		Re		Mi		Fa		Sol		La		Si		do	

Vicentino no especifica las notas con sostenidos o bemoles como hacemos nosotros sino por su posición. Así, Sol♯ viene señalado como «A la mi re secondo», Re♯ como «E la mi terzo», etc. Pueden darse por tanto otras versiones del sistema en términos de sostenidos y bemoles.

Si atendemos a las primeras cinco filas de notas, tenemos en el teclado inferior la división de la octava en 19 partes (Sol♭ ÷ Si♯) con las notas diatónicas en la primera fila, las cromáticas habituales en la segunda y las correspondientes enarmónicas en la tercera, afinadas en el mesotónico regular: «... il prattico [...] dè accordare, ò temperare la tastatura del primo & secondo ordine, con diligenza, che sea bene accordata & piu perfettamente, che gli sa, & ce puo, accordata poi che aura la prima & seconda tastatura secondo l'uso de gl'altri stromenti con la quinte & quarte alquanto spontate, secondo che fanno li buoni maestri» (fol. 103v.).

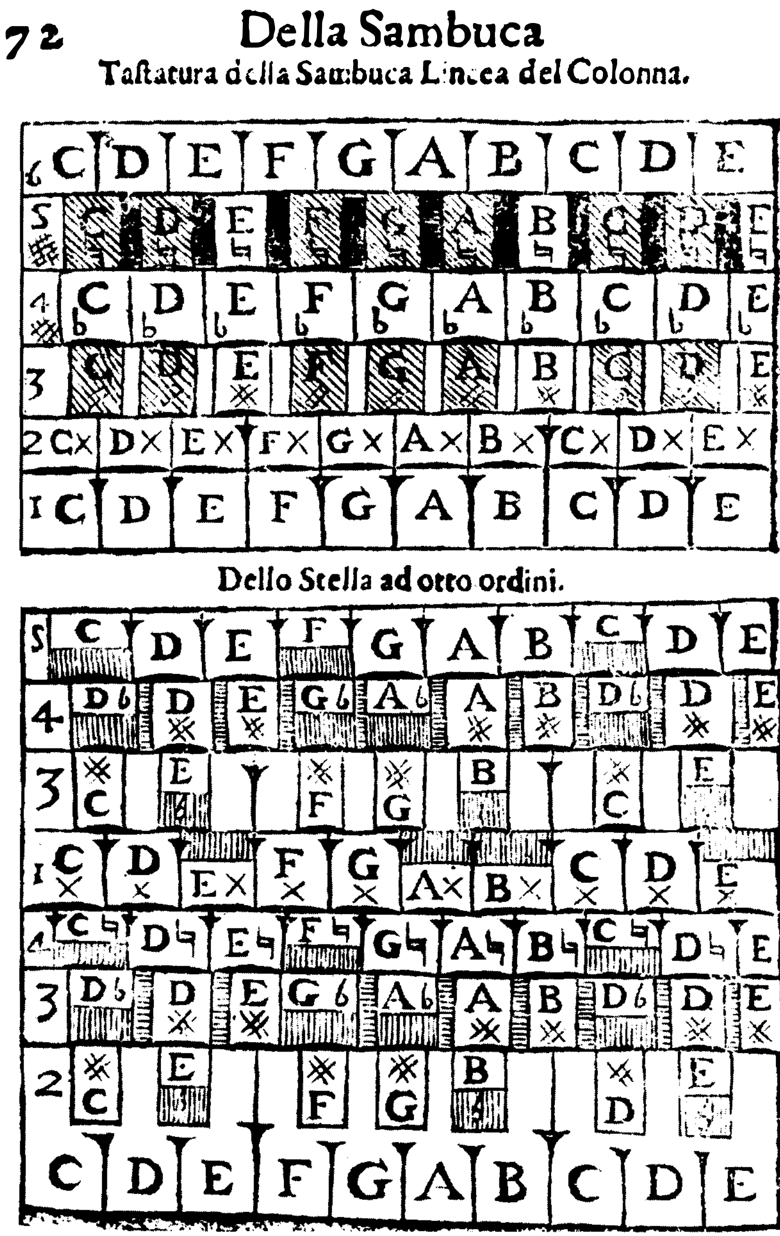
La afinación del segundo teclado es más difícil de determinar. En palabras de Vicentino, la cuarta fila tiene las mismas notas que la primera pero 1 díesis (1/5 de tono) más agudas (señaladas con un punto). Igualmente, las notas de la quinta fila serían 1 díesis más agudas que las correspondientes a las de las segunda y tercera. Hay que suponer que las filas cuarta y quinta mantienen entre sí la misma relación que la primera y segunda. Esta disposición haría la señalada división del tono en 5 partes y la de la octava en 31 (19 + 7 + 5) puesto que la díesis equivale a 1/5 de tono. En términos de la espiral de quintas, la cuarta fila la prolonga (por cuartas en los bemoles) en 7 a partir de Sol♭, Do♭ ÷ Sol♭♭, mientras en el otro extremo se prolonga a partir de Si♯, Fax ÷ Lax. Se crea así un círculo de quintas Sol♭♭ ÷ Lax cerrado, puesto que las siguientes quintas de ambos lados serían Mix = Sol♭♭ y Do♭♭ = Lax.

Aunque en una segunda afinación Vicentino hace equivalentes estas notas, no está muy claro si pretendía crear un sistema cíclico. La descripción de Salinas lo da por supuesto, Colonna (1618) se vale de la «circolatione» del sistema, Doni (1640) dibuja el sistema como «circulante», L. Rossi (1666) lo establecerá definitivamente con la supuesta ayuda del mesolabio y finalmente Ch. Huygens, por las mismas fechas, calcula con logaritmos la división de la octava en 31 partes iguales y las desviaciones de los distintos intervalos respecto al correspondiente temperamento de 1/4c.

Las notas de la sexta fila (señaladas con « ' ») serían un comma (1/2 díesis) más agudas que las correspondientes de la primera, intermedias entre las de las filas primera y cuarta. Su objetivo sería ofrecer consonancias más puras que las ya establecidas a partir de las notas de las filas primera (superiores) y cuarta (inferiores). Menciona Vicentino otros intervalos ligeramente mayores o menores que los habituales, «propinqua» (+1 díesis) y «propinquissima» (+1 comma o 1/2 díesis) para acercar terceras y sextas a las de la justa entonación. Dice también que las tres filas del segundo teclado deben afinarse en quintas justas con las del primero (Do de la primera con La♭♭ de la cuarta, Re con Si♭♭, etc.) mientras están temperadas respecto a sus homónimas. Esta aposición de supuestas quintas justas al esquema general parece algo imposible y ha sido uno de los puntos que más críticas ha recibido. Barbour (p. 118) y Kaufman (1961, p. 47) consideran esta parte carente de sentido o completamente confusa. Desde luego, Vicentino no ofrece especificaciones matemáticas o de ningún tipo en la afinación del instrumento.

Roma y Milán disponían de un archicémbalo y V. Galilei (1589, fol. 8v) nos dice que Vicentino dio conciertos públicos con su instrumento en las principales ciudades italianas acompañando música vocal compuesta por él mismo, parte de la cual aparece en su tratado. Tras su muerte, se olvidaron sus composiciones enarmónicas. A finales del siglo, E. Botrigari (1594) describe el archicémbalo como un instrumento casi inservible, una pieza de museo, ya que sólo el virtuoso de Ferrara, L. Luzzaschi, podía tocarlo medianamente bien.

A finales del siglo XVI y principios del XVII aparecen varios instrumentos inspirados en el de Vicentino. Así, el *clavicymbalum universale* de Ch. Luython,



Teclados de la Sambuca Lincea *de Colonna* (arriba) *y Stella* (abajo). *Fabio Colonna,* La Sambuca Lincea, *libro II, p. 72.*

construido por J. Buus con 18 teclas por octava (Do♭ ÷ La♯) y para el que J. Bull escribió una fantasía enarmónica. Hay también un teclado enarmónico construido en 1548 por Domenico de Pésaro con 24 teclas por octava y otro construido en 1601 conservado en el Museo Cívico de Bolonia, un instrumento prácticamente igual que el de Vicentino, aunque con sostenidos únicamente en la segunda fila.

Pero el instrumento más famoso inspirado en Vicentino es la *Sambuca Lincea* de Fabio Colonna y Scipione Stella con seis teclados. El padre Stella era un organista napolitano que, al servicio de C. Gesualdo, había conocido en 1594 en Ferrara el *arcicémbalo* y pidió al erudito, botánico y matemático napolitano F. Colonna la construcción de un instrumento de características semejantes con el que se pudiese interpretar música «enarmónica». Aunque se trata de la división de la octava en 31 partes y el tono en 5, éste tiene una división diferente. Stella compuso una serie de piezas para este instrumento, incluidas en el tratado de Colonna (1618). En este instrumento se interpretó el *Capriccio* de A. Majone en contrapunto fugado en el que el tema *Ut, re, mi, fa, mi, fa* vuelve al punto de partida tras haber pasado por las 31 tonalidades del ciclo (Barbieri, 1987, pp. 300-301). Otros instrumentos de este tipo son el cémbalo enarmónico de G. Sabatini (la disposición de su teclado aparece en Kircher, 1650, así como el de Doni) o el *Clavemusicum omnitonum* de V. Trasuntino (1606), perfeccionado posteriormente por F. Nigetti en su «omnichordo» siguiendo a Vicentino. Es difícil saber si la música italiana de finales de siglo en Roma, Ferrara o Nápoles (Gesualdo, Majone, Dentice, etc.), con sus «consonanze stravaganti», necesitaba instrumentos tan complejos como éstos o las composiciones se hacen ad hoc, una vez concebido el instrumento (véase asimismo en España, la cita de J. Zaragoza de 1674 en el capítulo 9).

6 *Los inicios de la ciencia acústica en el siglo XVII y teóricos importantes del XVIII*

La revolución acústica del siglo XVII

En el siglo XVII el temperamento más usual pasó a ser el mesotónico ordinario (1/4c), la realización práctica de la justa entonación. El problema de este temperamento es que en 12 notas por octava el círculo de quintas no se cierra y hay por tanto determinadas tonalidades impracticables. Pero el siglo XVII es también el siglo de la Revolución Científica, que supuso para la música el nacimiento de la ciencia acústica. Cómo afectó ésta a los temperamentos es lo que pretendemos mostrar.

El cambio fundamental de la nueva actitud científica estriba en pasar de medir la altura de los intervalos como relación entre longitudes de cuerda a hacerlo entre frecuencias de vibración. Lo que ocurre es que ambas son inversamente proporcionales, $f \propto 1/l$. Así, una cuerda que sea la mitad de otra vibrará el doble de veces por segundo, si es un tercio, el triple, etc. Dada la proporción inversa exacta entre ambas magnitudes se mantienen los cálculos en términos de longitudes de cuerda aunque ahora cambian los términos de la fracción. En términos de frecuencia, el numerador de una razón (sonido grave) es menor, tiene una menor frecuencia que el agudo del denominador (mayor frecuencia): VIII, 1:2; V, 2:3, IIIM, 4:5, etc.

A pesar de que Girolamo Mei (1572) propuso en el dominio musical la separación entre arte y ciencia, la relación entre ambas fue complementaria a lo largo del siglo XVII, produciendo un cambio significativo en la consideración de los teóricos musicales. Éstos habían sido tradicionalmente músicos prácticos, virtuosos de algún instrumento en algunos casos. Ahora, al pasar la música al rango de las ciencias experimentales nos encontramos con una tipología de teóricos de corte cientificista de lo más variada, desde el escaso o nulo gusto musical de un Descartes hasta la pericia y el conocimiento musical de Ch. Huygens quien tocaba tanto la flauta como el clave, pasando por el padre de la acústica, J. Sauveur, que quizás debido a su sordera se dedicó a la investigación. En cualquier caso los teóricos menos dotados musicalmente se encargaban de informarse adecuadamente de las peculiaridades musicales, como es el caso de Mersenne con Gallé y Denis o Sauveur con el constructor de órganos Deslandes. La carencia de pericia musical no es obstáculo para considerar la causa física del sonido, su velocidad o la serie de los armónicos. Este espíritu de corte científico hace que se diseñen esquemas puramente matemáticos de mensuración de intervalos, que la única dificultad del temperamento igual estribe más en su determinación fisicomatemática y no tanto en su aplicación práctica e implicaciones musicales, o que se sea partidario de la afinación justa en la segunda mitad del siglo XIX, como Helmholtz, debido precisamente al descubrimiento de la serie de los armónicos. Es significativo que los dos temperamentos más importantes del siglo XVIII se deban a músicos prácticos que bien poco tenían de científicos, el «inerudito» A. Werckmeister y el organista padre F. Vallotti, quien en el último cuarto del XVIII seguía todavía considerando los sonidos en términos de longitudes de cuerda por la dificultad práctica que entraña la medición de sus frecuencias.

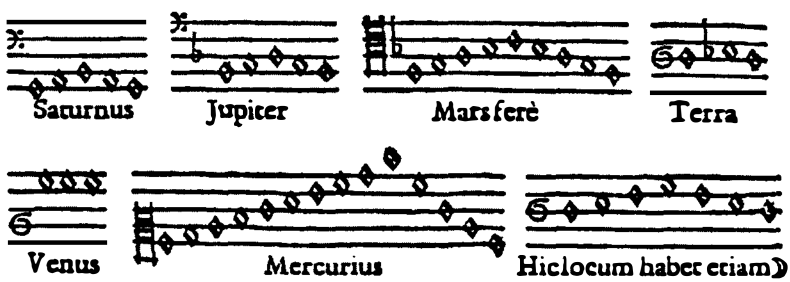
El hecho de que con Galileo se sigan manteniendo las tradicionales razones, sólo que en términos de frecuencia vibratoria en vez de longitudes de cuerda, hace que la ciencia no aportase demasiadas soluciones a la cuestión del temperamento. La elección de uno u otro se debió más bien a cambios estilísticos o preferencias personales de los músicos. Lo que sí hizo el nuevo marco científico, y de manera extraordinaria, es cambiar el núcleo explicativo de los diferentes fenómenos musicales y dar pie al descubrimiento de nuevos fenómenos. La consonancia no se explica ya en términos numerico-metafísicos, como las propiedades del senario, sino en términos psico-acústicos de producción y recepción sonora. El campo de investigación se ensancha extraordinariamente. Los aspectos fundamentales en la consideración musical son ahora tres, uno físico, la producción y difusión de las ondas sonoras, otro fisiológico, la apreciación auditiva de la relación de sus frecuencias, y un tercero, muy importante en su época, como lo muestran los casos de Kepler o Descartes, el problema filosófico de por qué nuestro espíritu aprecia como bellas determinadas percepciones sonoras, aspecto que no trataremos aquí.

Sólo a título informativo vamos a mencionar a los teóricos más importantes, que a menudo se encuentran entre la mera especulación, la ciencia pura y la práctica musical, en terrenos a veces difíciles de deslindar. Los nombres de muchos de ellos (Galileo, Mersenne o Sauveur) son de referencia obligada para una historia de la ciencia acústica y seguirán invocándose entre los teóricos posteriores como antecedentes de sus propias teorías. Dejamos aparte pensadores tan interesantes como R. Fludd por ejemplo, un estricto pitagórico que poco tiene que aportar a nuestro estudio.

Si el cambio fundamental a principios del siglo XVII estuvo en pasar de un modelo de explicación de la consonancia basada en los números a otro basado en las ondas sonoras, este cambio estuvo precedido del derrumbamiento del pitagorismo, entendido éste en su sentido más lato. Desde un punto de vista todavía matemático, Kepler intentará refundar en la geometría la demarcación entre consonancia y disonancia y Stevin ataca la simplicidad de las razones como criterio de consonancia al defender el temperamento igual. V. Galilei mostrará experimentalmente que los números del senario no son los únicos aptos para producir consonancias, que éstas no son «naturales», como quería Zarlino, y que la separación consonancia-disonancia no está tan clara. Finalmente, Benedetti, G. Galilei y Mersenne iniciarán el camino de lo que puede ya denominarse ciencia acústica.

Johannes Kepler (1571-1630). En el capítulo V de su *Harmonices mundi* (1619) Kepler revitaliza la vieja teoría pitagórica de la música de las esferas pero adaptada a la polifonía, que él considera como un auténtico progreso respecto a la monofónica música griega. Tras tomar el Sol como punto de referencia de los movimientos planetarios constató que las velocidades angulares de cada planeta en el afelio y en el perihelio guardaban una determinada razón musical. En su trayectoria elíptica, cada uno de los planetas suena en una especie de glissando particular y cuando coinciden determinadas alturas sonoras se produce una maravillosa sinfonía cósmica a seis voces. En su mucho más relevante «tercera ley» Kepler encontró que el cuadrado del periodo o tiempo de revolución de cada planeta es proporcional al cubo de su distancia media al Sol o, dicho de otro modo, que la razón entre los periodos de revolución de dos planetas cualesquiera es la de sus distancias medias al Sol elevadas al exponente 3/2.

Pero lo que aquí nos interesa es mencionar el nuevo método de justificar las razones musicales del senario basado no en la aritmética sino en la geometría, que en última instancia se remite a Dios. Si se inscribe un polígono regular (construido con regla y compás) en un círculo, este último queda dividido en un número determinado de arcos iguales (cuatro con el cuadrado, cinco con el pentágono, etc.). Denominando «parte» al número de arcos subtendidos que no superen la mitad del círculo y «residuo» al resto que obviamente es igual o mayor que la «parte», se dan entre ambos y el «todo» unas determinadas proporciones. El pentágono inscrito en el círculo, por ejemplo, genera las siguientes razones: parte a todo, 1:5 y 2:5, residuo a todo, 3:5 y 4:5, parte a residuo, 1:4 y 2:3. Hay que eliminar las proporciones que se hubiesen generado por un polígono que no pueda construirse de la manera indicada, como el heptágono (1:7). Todas las razones así generadas se reducen a las habituales del senario: 1:1 y 1:2 se dan en la relación diámetro-círculo, 2:3 entre «residuo» y «todo» del triángulo, 3:4 en el cuadrado, 4:5 y 3:5 en el pentágono, 5:6 en el hexágono, 5:8 en un «residuo» respecto al todo del octógono. Las razones con el número 7 (6:7, 7:8, etc.) dan disonancias debido a que el heptágono, de donde surgirían no es un polígono regular. Este criterio geométrico de demarcación entre consonancia y disonancia puede parecer un tanto alambicado pero muestra una alternativa también matemática a la «numerología» pitagórica. Si Kepler sigue siendo pitagórico a este respecto, el resto de los ataques al pitagorismo irán más bien en sentido contrario, diluyendo la separación entre consonancia y disonancia.



J. Kepler, Harmonice Mundi, *1619.*

Simon Stevin (1548-1620). Poco versado al parecer en música, el ingeniero y matemático S. Stevin es un partidario radical del temperamento igual, de la división de la octava en doce partes iguales, algo que le parece lo más natural: $\sqrt[12]{1/2}$ (semitono), $\sqrt[6]{1/2}$ (tono), $\sqrt[4]{1/2}$ (IIIm), $\sqrt[3]{1/2}$ (IIIM), $\sqrt[12]{1/128}$ (V), etc. No menciona la habitual razón 17:18 del semitono temperado para el laúd, pero, buen matemático, encuentra que la raíz doceava de 2 (el semitono temperado) equivale a 10.000 : 9.438 = 1.0595 (es en realidad, 1,059463...). Considera que no hay números irracionales, que $\sqrt[12]{(1/2)^7}$ (la expresión numérica de la quinta temperada) es un número tan racional como 2:3 (la quinta justa). Es más, atribuir la razón 2:3 a la quinta o considerar como Ptolomeo que hay dos tonos diferentes separados por un comma es un error pues no se corresponde con la práctica musical del canto natural (el término que aparece en el título de su obra es *singconst*, «el arte de cantar»).

La responsable de todo ello es la lengua griega. La Naturaleza hizo a los griegos el pueblo más inteligente, pero carecían de la lengua holandesa, una herramienta imprescindible para el desarrollo científico, y en especial para los términos relacionados con la proporcionalidad. Los diferentes tipos de proporción no hacen referencia a las relaciones de los términos sino a sus objetos específicos: la aritmética a los números, la geometría a las figuras y la armónica a los sonidos. Sólo la media geométrica es la auténtica, al procurar la «equirracionalización» de dos razones musicales proporcionando divisiones iguales de los intervalos, y no las otras dos que dan las divisiones tradicionales de la octava. Los términos griegos «logos» y «analogia» y latinos «ratio» y «proportio» y los de todas las lenguas derivadas de éstas, no muestran la conexión entre ellos. Únicamente lo hace la lengua holandesa con el término *everedenheyt* («las razones», *redens*, «son iguales», *even*), lengua que sería la única idónea para las expresiones científicas por su concreción y esencialidad (recordemos la búsqueda de un «lenguaje universal» para la ciencia, propia del siglo XVII). Como indica un comentador actual: «... para Galileo, el libro de la Naturaleza estaba escrito en lenguaje matemático; para Stevin, el libro de las matemáticas fue escrito en holandés» (Drake, 1969).

Aunque Stevin establece los intervalos propios del temperamento igual como un hecho empírico, nunca menciona por ejemplo los batidos que se producirían en su aplicación. De hecho se trata de una asunción puramente matemática y a priori que desemboca en una petición de principio pues intenta demostrar aquello de lo que parte. Es sin embargo interesante constatar cómo a principios del XVII había firmes y combativos partidarios del temperamento igual aunque esta actitud fuese más propia de un científico puro que de un músico práctico.

Vicenzo Galilei (1520-1591). Varios autores, en especial Palisca (1961, 1985), han hecho notar la mutua relación a principios del siglo XVII entre el cambio de estilo musical y el nuevo empirismo científico. La polifonía renacentista, sustentada en las estrictas razones del senario *(prima pratica),* debió dar paso a la monodia con acompañamiento *(seconda pratica monteverdiana),* propuesta por Bardi a imitación de la Antigüedad. La necesaria «liberación de la disonancia» que ello traería consigo iría paralela al nuevo espíritu científico experimental. La búsqueda de nuevos recursos musicales, de una nueva riqueza armónica, la necesidad cada vez mayor de modular a tonalidades lejanas, el uso de semitonos, la disonancia de los intervalos de segunda, séptimas, aumentados, etc., provocaría, entre otras cosas, la idoneidad de un temperamento igual de raíces aristoxénicas que hemos visto tanto en los conservadores Salinas (y luego Artusi) o en los más avanzados como Stevin o Galilei. Los nuevos planteamientos teóricos fomentaron la experimentación musical y viceversa, los problemas musicales estimularon la investigación científica. Benedetti y Galilei, en opinión de Palisca, investigaron la producción del sonido llevados por problemas musicales. Las cuestiones de interdependencia entre fenómenos estéticos y científicos son lo suficientemente arduas como para que únicamente hagamos una ligera mención de su posibilidad en este caso. No parece tan fácil establecer una mutua causalidad entre ambos fenómenos.

Uno de los hechos más importantes que siguen a la polémica Zarlino-Galilei es el replanteamiento de la vieja leyenda pitagórica de los martillos. Dicha leyenda había sido citada por casi todos los teóricos musicales desde Boecio a Gaffurio sin que ninguno se hubiese tomado la molestia de repetir los experimentos en ella mencionados (algo semejante a la conocida experiencia de lanzar diversos pesos desde una determinada altura que, según Aristóteles, haría que el más pesado llegase antes a tierra. Al repetir la experiencia, Girolamo Borro mostró que no era así). En el *Discorso* (1589) y en otras obras manuscritas, V. Galilei dice haber hecho un descubrimiento que echaría por tierra el senario, complaciendo a «alcuni Aristossenici [suoi] amici». Demuestra experimentalmente («con il mezzo dell'esperienza») que las razones asociadas a las consonancias son correctas en las longitudes de cuerda y cañas pero no con otras variables. Si medimos la tensión de una cuerda mediante el peso, hay que cuadruplicar y no simplemente duplicar éste para el intervalo de octava. La razón de ésta no es ahora 2:1 sino 4:1, la de la quinta, 9:4 y la de la cuarta, 16:9. Tales números se muestran igualmente válidos que los del senario y por tanto, aquéllos dejan de ser el fundamento de la armonía, armonía que a veces podía incluir no sólo la afinación sino la composición musical o la estructura del cosmos. Continúa afirmando que en cuerpos tridimensionales como los tubos de órgano, hay que elevar al cubo los términos de las razones. La octava tendría la razón 8:1, la quinta, 27:8, etc. Esto último parece ser una deducción a priori y no fruto del experimento pues, al margen del material de que esté construido, el tono de los tubos tiene la misma relación que las longitudes de cuerda. Pero es fácil ver que para un ideal «pitagórico recalcitrante» los números elevados al cuadrado o al cubo no dejan de ser los tradicionales, $2^2:1$, $3^2:2^2$, $2^3:1$, $3^3:2^3$, etc.

En la actitud de Galilei hay una ruptura radical con la metafísica del número, que muestra en efecto un nuevo talante, el talante experimental. Los instrumentos musicales concretos pasan a ser objeto de experimentación y de análisis teórico. Al considerar el sonido no se tiene en cuenta únicamente la longitud de cuerda sino otras variables, como el grosor de éstas, su tensión, el material del que están hechas, etc., algo que conscientemente explotará Mersenne. El número, fuera de su Olimpo, se aplica ahora a estas variables concretas del instrumento, que pasa a ser el prototipo musical de esa «naturaleza artificial» propia de la Revolución Científica (Cohen, 1984, p. 85).

Otros autores como Mersenne (1636, p. 447) o Huygens (*O.C.*, xix, 362) se sintieron también sorprendidos de que no se hubiesen repetido los experimentos pitagóricos de la leyenda de los martillos a lo largo de los siglos pero no le prestan excesiva atención. I. Newton, que combinaba el más estricto experimentalismo con sus aficiones ocultistas, sí lo hace. Ve en dicha leyenda un anticipo de su propia teoría de la gravitación universal. En un conjunto de *Scholia* a las Proposiciones iv-ix del libro III, no publicados y que iban a añadirse a la segunda edición de los *Principia,* reformula la ley de los pesos de V. Galilei de la siguiente forma: si dos cuerdas del mismo grosor están tensadas mediante pesos, sonarán al unísono cuando tales pesos estén entre sí como los cuadrados de las longitudes de las cuerdas. Aplicado a los cielos, los «pesos» de los planetas hacia el Sol guardan la misma relación que el cuadrado de sus distancias respectivas (McGuire y Rattansi, 1966). De esta forma, en el sentir de Newton, un *prisco theologo* como Pitágoras conocería ya la ley de la gravitación universal que, oculta y falsificada posteriormente, subyace en la pitagórica «armonía de las esferas».

El nacimiento de la ciencia acústica

Aunque en Occidente prevaleció el análisis pitagórico de las consonancias, en la Antigüedad habían surgido también teorías acústicas de diverso signo. Aristóteles, Nicómaco o Temistio discuten el fenómeno del sonido aunque sin resultados muy claros. Sobre la generación y transmisión del sonido nos encontramos en la Antigüedad con dos explicaciones importantes. Una, de origen atomista, concibe el sonido como corpúsculos emitidos por la garganta o el instrumento musical y que llegan al oído. El problema es cómo unos pocos átomos sonoros pueden llegar a cientos de oídos en un teatro, por ejemplo. Pero más importante es otra teoría de carácter estoico y mencionada por el propio Boecio, que concibe el sonido como ondas esféricas que se propagan en el aire de la misma forma que las ondas circulares producidas por el clásico guijarro en la superficie del agua. El aire intermedio entre el emisor y el que escucha es golpeado y se expande en ondas esféricas Su punto débil era en su momento cómo la onda no arrastra consigo el propio medio en el que se propaga. Asociado a todo ello aparecen en los *Problemata* aristotélicos dos elementos clásicos de la acústica, como el de la resonancia por simpatía y el de los armónicos (xix, 918a y 921b). P. d'Abano en el siglo XIV, Gaffurio en el XV o Fracastoro en el XVI (1546) recogen algunas de estas cuestiones con más o menos fortuna y alguno de ellos observa cómo en la iglesia vibran unas estatuas de cera cuando se produce cierto sonido.

Se considera a **Giovanni Battista Benedetti** (1530-1590), conocido en otros apartados de la ciencia, como el precursor de la ciencia acústica en la modernidad. En un ya clásico artículo de Palisca (1961) se hace referencia por primera vez a dos cartas que nuestro autor dirigiese al compositor Cipriano de Rore (*ca.* 1563), donde argumentó que el efecto de la consonancia se debe a la coincidencia a intervalos regulares de ondas aéreas más cortas y frecuentes con otras mayores y menos frecuentes. En la segunda de estas cartas, Benedetti dice que las consonancias se deben a una cierta «igualdad de percusiones» *(aequalitione percussionum),* a una «concurrencia igual de ondas de aire» *(aequali concursu undarum aeris)* o a su «coterminación» *(cotermitatione earum).* El orden de las consonancias, unísono, octava, quinta, proviene del orden de concordancia de las percusiones de las ondas de aire que generan el oído: «Videamur igitur ordinem concursus percussionum terminorum, seu undarum aeris, unde sonus generatur» (Palisca, 1961, p. 106). En una octava por ejemplo, el tiempo de la parte de la cuerda más larga es el doble de la más corta hasta que coinciden. Cada percusión de la parte larga coincide con dos percusiones de la corta, de ahí su razón 2:1. En la quinta la coincidencia es entre tres percusiones de la parte corta por dos de la larga, etc. En los intervalos menos consonantes la frecuencia de la coincidencia es menor y su mezcla es menos agradable al oído.

Tenemos aquí una explicación auténtica de la consonancia, la coincidencia en las terminaciones de dos ciclos de ondas. No se trata ya de ninguna virtud o propiedad intrínseca de los números como en el caso de Zarlino ni de la maravillosa adecuación entre números y sonidos que Salinas aprecia pero que que nada explica, sino de un mecanismo convincente y fácil de percibir. Aunque Palisca afirma: «Benedetti's discovery was potentially a fatal blow to number symbolism» (p. 109), la cosa no parece tan grave. Para este autor parece como si tanto la inestabilidad de la justa entonación como el temperamento igual se derivasen de las afirmaciones de Benedetti y fuesen patrimonio de los nuevos tiempos. Recordemos que el temperamento mesotónico surge justamente como solución a la citada inestabilidad, mientras un autor «anticuado» como Salinas ha expuesto el temperamento igual. A pesar de los esfuerzos de Palisca, no parece que la nueva ciencia experimental sea imprescindible para los cambios de afinación de la escala o la evolución del estilo musical. Después de todo, tampoco era tan innovadora la propuesta de Benedetti, que simplemente explicaba las consonancias de la justa entonación en unos términos físicos que provenían de la Antigüedad sin aportar ninguna prueba experimental de sus conclusiones. Además de que el nuevo paradigma ondulatorio sigue teniendo problemas como luego veremos. Uno obvio, ¿por qué la relación de frecuencias de 5 a 6 es consonante y no la de 6 a 7? ¿A qué se debe esa ruptura? De todas formas, Benedetti establece que en términos de frecuencia de coincidencia, la jerarquía de las razones podría ser 2:1, 3:2, 4:3, 5:3, 5:4, 6:5, 7:5, 8:5. No habría una ruptura abrupta entre consonancia y disonancia, solo un continuum de intervalos más o menos consonantes. Corresponde en cualquier caso a la apreciación musical más que a la científica determinar la consonancia de intervalos del tipo 7:5 o la continuidad entre consonancia y disonancia. En el siglo siguiente, Isaac Beeckman, Ch. Huygens y Marin Mersenne tendrán en cuenta esta posible continuidad. Descartes dirá que es el oído quien decide entre consonancias, dependiendo más del contexto musical que de la racionalidad científica.

Al final de dicha carta el propio Benedetti hace un cálculo puramente numérico del grado de consonancia de cada una de ellas por el procedimiento de multiplicar los términos de su razón al ser iguales en los términos de cada consonancia los productos del número que representa la longitud de la cuerda por el del número de sus respectivos períodos (en la V, por ejemplo, 3x2 = 2x3). Así, unísono, 1 (1x1), VIII, 2 (2x1), V, 6 (3x2), IV, 12 (4x3), VIM, 15, IIIM, 20, IIIm, 30 y VIm, 40 (obsérvese que aparece la VIM más consonante que la IIIM). Listas parecidas traerán Mersenne o luego Euler. Con ello, Benedetti parece desandar el camino ya recorrido al explorar la «mirabilis analogia» existente entre el placer que produce cada consonancia y el producto de sus términos, volviendo a un cálculo puramente especulativo no muy diferente al de los pitagóricos o Zarlino. Palisca, por supuesto, ofrece otra apreciación (véase Cohen, 1984, pp. 76-77).

Galileo Galilei (1564-1642). Quien sí pertenece ya al nuevo paradigma científico es el hijo de Vicenzo, Galileo Galilei. Al final de la «jornada primera» de los *Discorsi* (1638) Sagredo y Salviati hablan de música (pp. 190-207 de la edición castellana). El objetivo es deducir «de experiencias fáciles y al alcance de los sentidos («da così facili e sensate esperienze»), las razones de las maravillas que ocurren en materia de sonidos». Galileo encontrará la confirmación experimental, y supuestamente visual, de las razones naturales («forme naturali») de las consonancias, problema que se retrotrae a los intereses paternos. Y lo hará en los números más sencillos (los del senario).

Los problemas expuestos son dos, «por qué me agradan estas o aquellas consonancias más que otras e incluso algunas no sólo no me agradan sino que me producen un profundo desagrado» y «el problema tan manido de las dos cuerdas, templadas al unísono, de tal forma que si se toca una, vibra y suena la otra».

Su argumentación comienza y termina en cuestiones referidas a péndulos. Para tratar el segundo de los problemas mencionados traza una analogía con la isocronía de las oscilaciones de péndulos de igual longitud descubierta por él. Una cuerda hace sonar otra cuerda, no sólo al unísono, sino a la octava y a la quinta. Ello es debido a que las vibraciones de la cuerda pulsada «imprimen en el aire circundante ondulaciones tremolantes» que yendo a través del espacio hacen que otra cuerda afinada al unísono comience a moverse un poco hasta acabar vibrando igual que la primera y con la misma amplitud.

No parece fácil contar la frecuencia de las vibraciones sonoras «a causa de la enorme frecuencia de aquéllas». Por ello trae Galileo dos supuestos experimentos que permitirían visualizar las ondas y sus razones. Uno es el conocido experimento de frotar con la yema del dedo el borde de un vaso con agua, «... ya que entonces se percibe que las ondas se van formando en el agua con una perfecta regularidad [...] Muchas veces me ha ocurrido que, al hacer sonar del modo indicado un vaso bastante grande y casi lleno de agua, he podido ver, primero, la formación en el agua de ondas muy regulares y, después, si sucedía que el tono del vaso saltaba a una octava más alta, también podía verse que en el mismo instante cada una de las ondas se dividía en dos: hecho que prueba con claridad meridiana que las relaciones numéricas que expresan los intervalos de la octava están en proporción de dos a uno» («... accidente che molto chiaramente conclude, la forma dell'ottava esser la dupla»).

Tras mencionar las tres variables que inciden en la altura de una cuerda, longitud, tensión y grosor (peso), refiere el otro supuesto experimento que permite ver las razones entre las ondas. Salviati lo considera una «bellísima observación que nos permite distinguir, una a una, las ondas producidas por las vibraciones del cuerpo que resuena, y que después se propagan por el aire hasta alcanzar el tímpano de nuestro oído».

El segundo experimento lo menciona el propio Salviati: «Al pulir con un cincel de hierro afilado una chapa de latón [...] mientras movía el cincel con velocidad, sentí una o dos veces, entre el rechinar de aquél, un sonido que brotaba con mucha fuerza y claridad *[un sibilo molto gagliardo e chiaro].* Miré entonces la chapa y pude observar una larga y bien ordenada serie de rayaduras muy finas *[vergolette sottili],* paralelas entre sí y separadas, las unas de las otras, por intervalos rigurosamente iguales *[egualissimi intervalli]*». Repitiendo el experimento, Galileo hace otras observaciones adicionales que relacionan lo agudo del silbido con la cercanía entre sí de las estrías, siempre en perfecto orden. El tremolante cincel se comportaría «igual que nosotros cuando hablamos». Los silbidos producidos por este procedimiento hacen vibrar dos cuerdas de un clavicordio al unísono con aquéllos, a distancia de quinta. Mirando las rayaduras correspondientes se veían estar en relación de 45 a 30, la razón de la quinta («... quale veramente è la forma che si attribuisce alla diapente»).

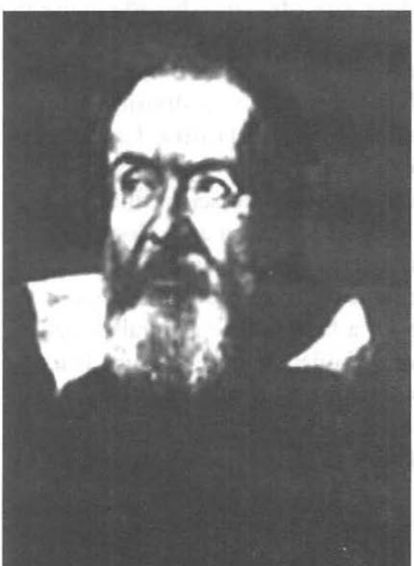
De todo lo anterior, Galileo saca la conclusión de que «las razones de los intervalos musicales no tienen como causa próxima e inmediata la longitud, tensión o grosor de las cuerdas, sino, más bien, la relación numérica de las vibraciones de las ondas del aire, que golpean el tímpano de nuestro oído, el cual, bajo el efecto de tal choque, vibra él también con las mismas frecuencias». Aquí se encuentra la razón de que unos pares de sonidos nos parezcan consonancias y otros disonancias: «La molestia producida por estas últimas tendría su origen, creo yo, en las pulsaciones discordantes *[discordi pulsazioni]* de dos tonos diferentes que golpean a destiempo *[sproporzionatamente]* nuestro tímpano; y serán especialmente crueles las disonancias si los tiempos de las vibraciones son inconmensurables [...]. Consonantes y agradables al oído, por el contrario, serán aquellos pares de sonidos que golpean el tímpano con cierto orden *[con qualche ordine].* Tal orden exige, en primer lugar, que las percusiones hechas en el mismo tiempo sean conmensurables en número *[commensurabili di numero],* a fin de que la membrana del tímpano no tenga que estar sometida al continuo suplicio de plegarse a dos formas distintas, de modo que pueda adaptarse a golpes siempre discordes *[discordi battiture]*».

La conmensurabilidad de las percusiones hace que la octava sea la primera y más agradable de las consonancias, «dado que a cada percusión que dé la nota grave sobre el tímpano corresponden dos percusiones de la aguda». De la misma forma, es grata la quinta con una coincidencia de 2 pulsaciones de la cuerda grave por 3 de la aguda, y la cuarta en la que, como las dos de la quinta, se interponen tres vibraciones entre las coincidentes entre las cuerdas grave y aguda. En el caso del tono (8:9), una sola vibración de cada nueve de la cuerda aguda coincide con otra de la grave: «Todas las restantes son disonantes, el tímpano sufre al recibirlas y el oído las juzga disonantes». Como Simplicio requiera más explicaciones, Salviati acude a la división de una cuerda. Sean dos cuerdas, una de doble longitud que la otra. Cuando comienzan a moverse en los extremos, al llegar la vibración en la corta al extremo final, la otra estará todavía en su punto medio y al no ser su final, no golpea a la vez que la corta. La vibración de ésta vuelve hacia atrás llegando a su inicio cuando la larga llega a su final: entonces coinciden ambas percusiones en el tímpano. El final de una vibración en la cuerda larga coincide con dos en la corta. Este razonamiento que se aplica a la octava se generaliza para el resto de las consonancias, 2 a 3, 3 a 4, etc. Galileo se pone incluso lírico al mencionar la impresión fisiológica de la quinta: «...que produce una titilación y un cosquilleo en la membrana del tímpano, que atemperando la dulzura con algunos matices amargos, da al mismo tiempo la impresión de un beso y un mordisco».

Todo esto constituye en parte una traición a su propio padre. En realidad, hemos vuelto en cierto modo al senario de Zarlino y no sólo eso, la propia naturalidad físico-acústica de las consonancias simples refuerzan su estatus. Claro que el cambio de enfoque supone una enorme ampliación de intereses

G. Zarlino

J. Kepler



G. Galilei

M. Mersenne

científicos: la investigación de las propiedades del sonido, su producción, transmisión y percepción, el cálculo de la frecuencia de vibraciones, etc. Pero se ofrece ahora sobre todo una explicación fisiológica de la percepción de la consonancia en función de la coincidencia de las percusiones recibidas en el tímpano del oído.

El fragmento termina con otro experimento visual en el que se utilizan dos leyes del péndulo, mencionadas al principio, utilizando bolas de plomo colgadas de hilos, para concluir que la conmensurabilidad de las vibraciones de tales hilos permiten la repetición de los periodos. Su inconmensurabilidad, por el contrario, no se da la vuelta al punto de partida sino tras largo tiempo, lo que produce desorden y malestar tanto en la vista como en el oído:

> ... tutti i fili [...] si acordano a giugner nell'istesso momento al termine de loro vibrazioni, e di lì a cominciare un altro simil periodo. Ma quando le vibrazioni di due o più fili siano o incommensurabili, sì che mai non ritornino a terminar concordemente determinati numeri di vibrazioni, o se pur, non essendo incommensurabili, vi ritornando dopo lungo tempo e gran numero di vibrazioni, allora la vista si confonde nell'ordine disordinato di sregolata intrecciatura, e l'udito con noia riceve gli appulsi intemperati de i tremori dell'aria, che senza ordine e regola vanno a ferire su'l timpano (*Discorsi*, I).

Esta es la exposición clásica de la teoría de la consonancia basada en la frecuente coincidencia de pulsos vibratorios. Muy parecida será la definición de consonancia de un teórico una generación posterior como Ch. Huygens: «... percussion ordonneé de l'air qui, agissant dans notre oreille produit le plaisir des consonances...» (*O.C.* xix, 364. En Dostrovsky, p. 201). Huygens, no obstante, no quiere ir más lejos en buscar la causa de «estos placeres» de la consonancia.

La teoría ondulatoria basada en la coincidencia de pulsos parece sencilla, clara y definitiva, pero plantea usa serie de interrogantes, algunos de los cuales estaban ya en la teoría de Zarlino y que otros teóricos intentarán resolver muchas veces en vano. Estos son los siguientes:

a) Intervalos con el número 7. ¿Hay una ruptura entre consonancias y disonancias a partir de la coincidencia de 5 a 6? La teoría parece indicar que más bien debe tratarse de un continuum. El intervalo de razón 6:7 (42) debería ser un poco menos consonante que 6:5 (30) y 7:4 (28) debería serlo algo más. Más tarde, Ch. Huygens se encarará con los intervalos de séptima al avanzar, tras Mersenne, hasta el séptimo parcial.
b) La consonancia de la IV debe ser mayor que la de la IIIM puesto que la coincidencia de pulsos vibratorios es anterior y mayor (4 y 3 frente a 5 y 4). Este es un viejo problema que se remonta al menos hasta

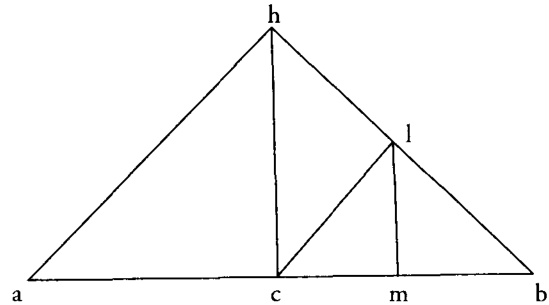
Tinctoris (1477) y continúa hasta el presente. Con el ascenso de las terceras en la polifonía, la cuarta, de razón más sencilla, va quedando relegada a un lugar secundario. Descartes por ejemplo basa en gran parte su estética distinguiendo entre consonancias científicamente más «simples» *(simples),* «dulces y perfectas» *(douces & parfaites),* como la cuarta, y consonancias sancionadas por la práctica musical, estéticamente más «agradables» *(agreables),* caso de la IIIM. Algo parecido hará Mersenne.

c) La teoría da por supuesto que las ondas comienzan y terminan a la vez. Pero podría suceder que en una consonancia las ondas respectivas comiencen y terminen con un ligero retraso unas respecto a otras. En ese caso, la coincidencia no se daría nunca. No parece sin embargo que esto ocurra.
d) Pudiera ser que las notas de los intervalos temperados nunca coincidan, lo cual no hace que el oído «los reciben con disgusto». Es más, cuanto más ligeramente esté desviado un intervalo más tarde coincidirán las pulsaciones si es que lo hacen, pero, al contrario, la experiencia auditiva indica que los temperamentos son más soportables cuanto menos desviados estén los intervalos respecto a las razones justas.
e) Ese «continuo suplicio de plegarse a dos formas distintas» no parece existir en el uso de las disonancias que pueden constituir un factor estético.

Habría que esperar al descubrimiento de los armónicos, a la teoría armónica de Rameau y al análisis científico del oído (Corti y otros) para que Helmholtz aportase en el siglo XIX, algunas soluciones a todos estos problemas. La percepción auditiva no es tan sencilla.

A excepción de teóricos científicamente rezagados, la asociación de la altura con la frecuencia y su proporcionalidad inversa a la longitud de la cuerda es el suelo compartido en que se mueven los nuevos teóricos. El sonido consiste en una cierta sucesión de pulsos o percusiones más o menos rápidas. Galileo los llama *percosse,* Descartes, *secousses,* Mersenne y Huygens, *battements.*

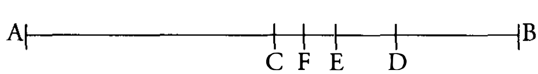
Isaac Beeckman (1588-1637), por el contrario, mantiene una visión corpuscular del sonido, lo que a diferencia de la teoría ondulatoria permitiría explicar por qué podemos oír a la vez sonidos procedentes de distintas direcciones. En 1614-1615 encuentra una prueba que relaciona la altura con la frecuencia de vibración y el inverso de la longitud de cuerda, que comunica a Mersenne y éste publicaría posteriormente (1636). Se trata de una prueba geométrica que muestra cómo longitudes de cuerda de razón 1:2 (octava) vibran en frecuencias 2:1.



En la figura, la cuerda cb es la mitad de ab. Al ser pulsadas tienen ambas una misma forma triangular de forma que hc = 2 lm. Al soltarse vuelven a su lugar de origen con la misma velocidad puesto que tienen la misma tensión. clb pasará dos veces por el punto m mientras ahb lo hará por c sólo una al ser la distancia hc doble que lm. Este resultado se generaliza para el resto de los intervalos y para cualquier sonido. La distancia recorrida en las sucesivas vibraciones va disminuyendo, pero como la altura tonal del sonido se mantiene la misma hay que suponer la isocronía de las vibraciones, es decir, que el movimiento de cada vibración se hace más lento, para poder recorrer en el mismo tiempo espacios cada vez menores.

René Descartes (1596-1650) escribió su primera obra, el *Compendium musicae*, a la edad de 22 años, mientras era soldado en Breda. La obra es tradicional y reseña lo que el autor aprendió de música con los jesuitas de La Flèche. Las innovaciones dignas de reseñarse que aparecen en ella muestran ya la asunción de las nuevas teorías físicas y parecen deberse a sus conversaciones con Beeckman.

La división del monocordio consiste en la bisección continua de una cuerda, AB en C, CB en D, CD en E y CE en F, de forma que todas las consonancias se encuentran en ésta:



VIII: AC – AB; V: AC – AD; IV: AD – AB; IIIM: AC – AE, etc.

De esta forma, todas las consonancias se generan a partir de la misma cuerda, a la que Rameau convertirá en «el sonido generador», «el bajo fundamental».

Como en Zarlino o Salinas, las consonancias derivadas de forma directa son la V y la IIIM, mientras IV y IIIm constituyen los «restos» de las divisiones previas y se generan «por accidente». Pero lo novedoso es que tal división está relacionada con los armónicos (véase Apéndice II):

> Y nadie piense que es fruto de la imaginación [...] que sólo la quinta y el ditono pueden ser generados propiamente por la división de la octava, y todas las demás por accidente. Pues lo he experimentado en las cuerdas de un laúd o de cualquier otro instrumento: si se pulsa una de éstas, la fuerza del propio sonido golpeará todas las cuerdas que sean más agudas en cualquier clase de quinta o de ditono; en cambio esto no sucede con aquellas que están distantes una cuarta u otra consonancia. [...] Las primeras son consonancias por sí mismas; las segundas por accidente, porque derivan necesariamente de otras (pp. 73-74 de la ed. esp.).

Los números sonoros son únicamente el 2, 3 y 5; el 4 y 6 son compuestos de los precedentes. Gracias a esto puede «solucionar» el problema de la cuarta. La IIIM es más consonante que la IV porque «... jamás se puede oír una consonancia tan completamente sola que no se escuche la resonancia de su armónico [...], el ditono, considerado así, está formado por números menores que la cuarta y, por ello, es más perfecto.» En efecto, la oncena (VIII + IV) tiene la razón 3:8 y la décima (VIII + IIIM), 2:5. Mejor aún, la 17ª (dos octavas más tercera mayor) tiene la razón 1:5, más simple que la de la 16ª, 3:16, y que la propia décima. Este «tercer género de ditono» (17ª), compuesto de una proporción múltiple, es el más perfecto y «sobre la cuerda de un laúd produce un temblor perceptible a la vista más que el primero [3ª] o el segundo [10ª]. [...] el sonido hiere *(frappe)* los oídos con muchos golpes *(coups)* y tanto más rápidamente cuanto el sonido es más agudo». En el caso de la 17ª, cada golpe de la nota grave (5) coincide con uno de la aguda (1), mientras en el de la 10ª la coincidencia es cada dos. Vemos cómo la teoría física de la resonancia intenta dar cuenta de determinados fenómenos, algunos de los cuales habían aparecido ya en forma numérica. Consideraciones parecidas haría una generación más tarde Ch. Huygens.

Marin Mersenne (1588-1648) es quizás el científico del siglo XVII más interesado por la música. Toca todos sus aspectos, naturaleza del sonido, estudio de los instrumentos, teoría musical, estética, etc., manteniendo una extensa correspondencia con el resto de los científicos del continente interesados en ello. Si ya los Galilei habían mencionado la dependencia de la frecuencia vibratoria de variables tales como la longitud de cuerda, tensión, grosor, peso, etc., fue M. Mersenne quien más experimentos hizo al respecto.

Llega así, para cuerdas de la misma densidad, a la ley de la cuerda vibrante que lleva su nombre:

$$f \propto 1/l\sqrt{T:\mu}$$

Esta ley es correcta para el modo fundamental y relaciona las diferentes variables: la frecuencia *(f)* con el inverso de la longitud *(l),* la raíz cuadrada de la tensión *(T)* y el inverso de la raíz cuadrada de la sección o la densidad lineal de la cuerda *(μ).*

Uno de los principales méritos de Mersenne es enfrentarse a uno de los retos más difíciles de la ciencia del sonido del siglo XVII, explicar las múltiples alturas que podían escucharse en una cuerda cuando vibraba, es decir, el problema de los armónicos (el término no fue acuñado hasta 1701 por J. Sauveur). Investigó en varios instrumentos, viola, órgano, instrumentos de viento, trompeta marina, etc. Los escucha detenidamente en múltiples ocasiones y con suma concentración y está seguro de que los armónicos proceden todos de la misma cuerda. El primero de ellos, la octava, aparecía ya ampliamente mencionado en los tratadistas anteriores comenzando por los seudoaristotélicos *Problemata* (xix), relacionado aquí con la resonancia simpatética. Mersenne reconoció no sólo la octava superior (VIII, 2:1) sino la octava más quinta (XII, 3:1), doble octava (XV, 4:1) y doble octava más tercera mayor (XVII, 5:1), que siguen la razón de los números 1:2:3:4:5 (ej., DO, Do, Sol, do, mi). Ni Descartes ni ningún miembro de su círculo podía explicar por qué sucedía esto. Era un fenómeno paradójico, puesto que si identificamos altura con frecuencia, el que haya varios sonidos simultáneos significa que una cuerda puede vibrar con más de una frecuencia a la vez, algo que le parece imposible. Mersenne intuyó, no obstante, la relevancia musical del fenómeno de los armónicos al afirmar que el sonido de una cuerda es más armonioso y agradable cuantos más sonidos diferentes se escuchan al mismo tiempo (1636, l. *iv de instr.,* 9,1, p. 211). De los armónicos de la trompeta, los mismos que los producidos por una cuerda, deduce la naturalidad del orden de las consonancias, «D'où il est aysé de conclure que l'ordre des Consonances est naturel, & que le maniere dons nous contons en commençant par l'unité iusques au nombre de six, & au delà, est fondée dans la nature» (p. 251).

Investigó también sobre instrumentos de viento, pero éstos constituían un auténtico reto para los investigadores a principios del siglo XVII. A diferencia de las cuerdas que vibran únicamente en el modo fundamental, la flauta parecía hacerlo en tres modos, la trompeta en muchos más, mientras que los tubos de órgano no se comportan de la misma forma, como sería de esperar. Mersenne apela a la observación de la Naturaleza y consulta a los constructores de instrumentos pero sin llegar a conclusiones definitivas. Será Huygens y finalmente Newton quienes nos aclaren la naturaleza de la vibración de la columna de aire en los tubos de órgano. La trompeta marina por su parte parecía comportarse como la trompeta pero, aunque un excelente instrumento de investigación, parece que Mersenne no la tocó directamente como se deduce de que no sepa que hay que tocar ligeramente la cuerda y no presionarla para su correcta utilización (Dostrovsky, p. 196).

La perplejidad de Mersenne ante la superposición de diferentes frecuencias en una sola cuerda (1636, III, 4, prop. IX, 210) fue diluyéndose hacia final del siglo cuando se descubrieron los nodos en una cuerda vibrante, los puntos estacionarios o de reposo que aparecen cuando la cuerda vibra y produce un armónico sin el sonido fundamental (el término «nodo» lo toma Sauveur de la astronomía donde se refiere al punto de corte entre la eclíptica y la órbita de un planeta). En Inglaterra, y según John Wallis, el traductor de los Armónicos de Ptolomeo, dos científicos de Oxford, William Noble y Thomas Pigot, mostraron en 1673 el efecto de la resonancia de un sonido sobre una cuerda haciéndola vibrar simpatéticamente en partes alícuotas a la octava, doceava y decimoséptima. Wallis escribe sobre el tema en 1676. De la misma forma, induciendo vibraciones en una cuerda mediante otro sonido, un órgano por ejemplo, coloca aros de papel a lo largo de toda la cuerda vibrante pudiendo apreciarse cómo se mueven éstos al vibrar aquélla mientras algunos permanecen en reposo en los nodos que separan las partes vibrantes alícuotas. Afinando dos cuerdas a la octava, y haciendo vibrar la aguda, observa que la vibración de la grave se divide en dos partes iguales separadas por un punto estacionario y si se afina a la 12ª (VIII + V), en tres, con dos de estos puntos. Afinadas a la quinta, los resultados son igualmente los esperados: si hacemos vibrar la aguda, la grave se divide en tres partes y si la grave, la aguda en dos. En consonancias menos simples la cosa parece complicarse.

Pueden producirse, pues, varios sonidos a la vez en una cuerda si ésta no se pulsa en los nodos; una cuerda vibra simultáneamente como un todo y en sus partes alíquotas. Advierte también que si se hace vibrar la cuerda en un supuesto punto nodal el sonido producido no es claro. No llega a afirmar sin embargo ni que los modos más agudos suenan simultáneamente con el más grave ni que exista relación con el timbre. También los instrumentos de viento podrían vibrar en distintas secciones unitarias.

Francis Robartes (o Roberts, 1692) experimenta con la trompeta marina, a la que considera una especie de híbrido entre trompeta y monocordio, intentando mostrar por qué este instrumento produce sólo unas pocas notas y por qué algunas de éstas son «imperfectas», como los parciales 7º, 11º y 13º, que no corresponden a ninguna nota de la misma escala diatónica.

J. **Sauveur** (1653-1716), matemático del College Royal, menciona a Wallis en su lectura a la Academia del 5 de marzo de 1701. Pero a diferencia de los ingleses, dedicados a observar el comportamiento de las cuerdas, Sauveur induce directamente los nodos en ésta haciendo que vibre en modos más agudos (se trata, como se verá, de modos de vibración más que de parciales armónicos). Mientras refiere el experimento, introduce parte del vocabulario acústico vigente hoy día, «sonido armónico», «nodo», «modo», «J'Apelle *son harmonique* d'un Son fondamental, celui qui fait plusieurs vibrations pendant que le Son fondamental n'en fait qu'une, ainsi un Son à la douziéme du Son fondamental est harmonique, parce qu'il fait 3 vibrations pendant que le Son fondamental n'en fait qu'une». Si dividimos una cuerda en partes iguales, por ejemplo en cinco, la cuerda total dará el sonido fundamental *(Son... fondamental)*. Si ponemos un obstáculo ligero en 1/5 de la cuerda, de forma que el movimiento se comunique a la otra parte, se produce el quinto armónico, es decir, la 17ª (2xVIII + IIIM). Esto se comprende si consideramos que 1/5 de la cuerda vibra cinco veces más rápido que la cuerda total obligando al 1/5 vecino a seguir su movimiento llegando a ser igual. Esta última parte obliga igualmente a la siguiente a vibrar cinco veces más rápido que la cuerda total, etc., de forma que la cuerda, dividida en cinco partes, acabará vibrando, cinco veces más rápida que toda ella y se producirá el quinto armónico. Estos puntos de división de la cuerda los denomina «nodos», y sus mitades, donde más vibra la cuerda, «vientres», «J'appelleray ces points... *les Noeuds* de ces ondulations, & les milieux de ces ondulations seront appellez *les Ventres* de ces ondulations». Lo mismo ocurre si el obstáculo se coloca en el segundo nodo, porque la fracción de la parte larga de la cuerda que vibra a la misma velocidad que la corta será igual, 2/5. La quinta parte restante, al vibrar con su frecuencia (cinco veces más rápido), obligará a las demás a hacerlo de la misma forma, como ocurría en el caso anterior. No importa en qué nodo se coloque el obstáculo, el resultado es siempre el mismo. El sonido armónico será así siempre proporcional a las partes alícuotas en que dividamos la cuerda. Visualmente se aprecia el resultado colocando trozos de papel *(petits morceaux de papier)* negro en los nodos y blancos en los vientres; estos últimos «saltarán» mientras los negros «reposarán». Viene a continuación la referencia a Wallis.

Colocando de nuevo un obstáculo sobre uno de los vientres se produce, asimismo, el armónico correspondiente del armónico primero y del sonido fundamental (en el caso anterior, sobre el 3º vientre, sería el 15º del fundamental). Finalmente, si deslizamos un obstáculo ligero a lo largo de una cuerda vibrante, se escuchará un confuso orden de armónicos: «... on entendra un gazoüillement de Sons harmoniques dont l'ordre paroîtra confus», pero podrá establecerse con los criterios precedentes. Posteriormente, Sauveur llega a determinar que todo sonido musical contiene una mezcla de armónicos. Lo hace en sus investigaciones con el órgano, instrumento que puede reforzar determinados armónicos consiguiendo así diversos timbres, que los organistas mezclan «casi como los pintores mezclan los colores» (1702). Muestra que todo sonido es en realidad una mezcla del sonido fundamental y algunos de sus armónicos.

Otros aspectos

Hay otros ítems referentes al sonido muy importantes, pero que atañen menos a la finalidad de este texto, como son la determinación de la frecuencia absoluta de los sonidos o su velocidad de propagación. Sobre el primero, ya Mersenne insinúa que se puede determinar la frecuencia sonora en tonos tan graves que las vibraciones de la cuerda, al ser larga, puedan contarse visualmente. Pero es en la siguiente generación cuando se hacen los experimentos decisivos. En marzo de 1681, Robert Hooke presenta en la Royal Society un instrumento que quizás por primera vez muestra la naturaleza periódica del sonido musical. Se trata de una rueda dentada sobre cuyos dientes percute una pieza de metal. Variando la frecuencia de rotación se varía la altura del sonido. Un año después, Ch. Huygens perfeccionó el método y mostró visualmente las razones de frecuencia de una quinta, una cuarta y una octava. Utiliza para ello dos ruedas de diferente tamaño conectadas por una correa con una punta metálica que golpea una pieza de metal en cada revolución. Calculó también de esta manera la frecuencia absoluta de una nota de su clave. Se la conoce hoy día en la literatura francófila como «rueda de Savart» *(la roue de Savart)* por ser éste quien a principios del siglo XIX la reutilizó perfeccionándola.

Para calcular la frecuencia absoluta de un sonido *(son fixe),* Sauveur (1700) utilizó los batidos que se producen entre dos notas cercanas. Tomó para ello en dos tubos de órgano un semitono menor grave de razón 24:25 (puede hallarse fácilmente mediante dos terceras mayores ascendentes y una quinta justa descendente). El que sea este intervalo y sea grave hace que los batidos sean suficientemente lentos para poder contarse. Los 4 batidos que se producen, multiplicados por el sonido agudo (25), dan una frecuencia de 100 Hz. Este resultado para el Mi grave, da para el La_4 la frecuencia de 421 Hz (frente a los actuales 440).

Más tarde, I. Newton (1642-1727) utilizó este resultado en los *Principia* para determinar la velocidad del sonido, establecida en la fórmula:

$$v = \sqrt{\text{elasticidad / densidad del medio}}$$

Gracias a Sauveur, Savart (1791-1841) o Ernest Chladni (1756-1827), la mayoría de los fenómenos acústicos se fueron aclarando a lo largo de los siglos XVIII y XIX. Pero el problema de la consonancia, asociada a los armónicos y al timbre no se dilucidarían hasta la obra definitiva de H. Helmholtz.

Tres teóricos importantes del siglo XVIII: Euler, Rameau, Tartini

Antonio Eximeno (1774, pp. 137-64 de la ed. esp.) menciona entre los teóricos de su siglo únicamente a Euler, Rameau y Tartini, tres autores importantes en la reflexión sobre los temperamentos. El primero, entre ingleses, alemanes e italianos principalmente, por establecer el «grado de consonancia» que poseen las distintas consonancias, algo importante en la elección del temperamento que obliga a elegir unas en detrimento de otras. El segundo, conocido en todo el continente por la difusión de su teoría armónica basada en la resonancia del cuerpo sonoro. El tercero, influyente sobre todo en Italia, pero también en Francia, y al que debemos el «descubrimiento» del «sonido diferencial» que aparecerá a menudo como alternativa al bajo fundamental de Rameau.

Leonard Euler (1707-1783) escribió el *Tentamen* (1731, publ. 1739) en latín a la edad de 24 años. Su objetivo es encontrar una regla general que revele el orden oculto de los distintos grados de consonancia de los intervalos. Su concepción un tanto «numerológica» recuerda a las operaciones numéricas de Benedetti pero con pretensiones de abarcar todas las facetas musicales. Hay, obviamente, algunas coincidencias con la doctrina tradicional acústica. Así, Euler considera la 17ª más «suave» que la 10ª y ésta, a su vez, más que la 3ªM (p. 170).

El músico, como el arquitecto, afirma como buen ilustrado, debe basarse en leyes procedentes de la naturaleza. Todo placer musical *(voluptas)* viene de la percepción de la perfección *(perceptio perfectionis)* que deriva del orden; donde hay orden hay perfección. Como en el mecanismo del reloj, nos agradará más la música si entendemos su estructura y la constitución de sus partes. Hay que buscar por tanto las leyes de ese orden que garantiza la perfección. Podemos percibir el orden de dos formas, bien porque, como el caso de los relojes, conozcamos ya la ley o regla y la aplicamos a las cosas, o bien porque, ignorándola, busquemos la ley que rige la disposición de las partes como en una progresión numérica de la que buscamos la regla de su progresión. Es este segundo «modus percipiendi ordinis» el propio de la música.

Euler incardina el placer musical en la aritmética de las razones de los intervalos. Pero no se queda en un mero enunciado programático, da reglas precisas que determinan el placer producido por las consonancias que estriba en el orden de suavidad de sus razones, en su «gradus suavitatis» (c. 2, «De suavitate et principiis harmoniae», donde establece una escala de intervalos según tal grado de suavidad). Se trata de una concepción casi metafísica del placer musical, basado en la capacidad de la mente para la comprensión de la simplicidad de sus razones. Es la mente, no el oído, quien comprende la relación del todo con las partes y juzga el grado de suavidad de los intervalos según su sencillez: «...hoc ergo modo facile erit istas consonantias chordis exprimere atque re ipsa experiri, quae sit perceptu facilior quaeve difficilior» (II, 12, p.60). Para derivar las reglas que fundamentan dicho orden en el grado de suavidad basado en la facilidad de la percepción de los intervalos, Euler razona más o menos como sigue (c. II, «De suavitate et principiis harmoniae», pp. 37 y ss. Los apartados corresponden a los núms. 23, 24, 25, etc.):

a) La razón 1:1 tiene el primer grado de suavidad, «primum suavitatis gradum constituit»; 1:2 el segundo, 1:4 el tercero, 1:8 el cuarto, 1:16 el quinto... y en general, $1:2^n$ tiene el grado de suavidad n+1. De esta forma, los intervalos siguen un orden en la facilidad de percepción *(aequaliter in facilitate perceptionis progrediantur).* Es más difícil percibir el v grado que el iv, éste que el iii y éste último que el ii.
b) Como 1:1 tiene el grado i, 1:2, ii, 1:3, iii... 1:5, v, 1:7, vii, en general $1:p$, siendo p primo, tiene p grado de suavidad. Al juntar cualquier intervalo con la dupla (octava), éste disminuye un grado en su suavidad: 1:4 ($1:2^2$) corresponde al grado iii, 1:8 ($1:2^3$) al iv, etc. Si $1:p$ corresponde al grado m, $1:2p$ corresponde al grado $m+1$, $1:4p$ a $m+2$, etc. En general, $1:2^n p$ pertenece al grado $m+n$. ($1:12 = 1:2^2 \times 3$ = v (3+2) grado).
c) En razones de tipo $1:pq$ (p y q primos), el grado de suavidad de $1:pq$ queda establecido mediante la proporción aritmética: $1:pq$ es $1:p$ como $1:q$ a 1:1, o, ya que el grado de suavidad de $1p$ es p y de $1:q$, q, la proporción aritmética entre $1:pq$, p, q, 1, hace que el grado de suavidad de $1:pq$ sea lógicamente $p+q-1$. (En toda proporción aritmética de cuatro números de mayor a menor con diferencias iguales entre ellos, la suma del ii+iii-iv = i. Ej., 10:8:6:4, 8+6-4=10). «Simili modo determinare licet gradum suavitatis rationis $1:pq$, si p et q fuerint numeri primi; nam ratio $1:pq$ eo magis est composita quam $1:p$, quo $1:q$ magis est composita quam 1:1. Ergo rationis $1:pq$ gradus cum p, q et 1 debet proportionem arithmeticam constituere, unde erit igitur $p + q - 1$.»
d) Si 1:P pertenece al grado p y 1:Q a q, 1:PQ pertenece a $p+q-1$.
En una razón de tipo $1:p:q:r$ (p, q, r primos), ésta equivale a la com-

puesta de 1:*pq* y 1:*r*, cuyos respectivos grados son $p+q$-1 y r. 1:*pqr* tiene el grado de suavidad $p+q+r-2$ (cuarto aritmético con 1, r, $p+q$-1); 1:*pqrs* tendrá como grado de suavidad $p+q+r+2-3$, etc.

e) 1:p^2 tiene de grado 2p-1, 1:p^3, 3p-2, y en general, 1:p^n tiene de grado, np-n+1. Por tanto, 1:q^m pertenece al grado mq-n+1 y 1:$p^n q^m$ tendrá np-mq-n-m+1. Cualquiera que sea el número P en la razón 1:P, se obtendrá su grado de suavidad reduciendo P a la suma de sus factores simples sustrayendo la unidad al número de éstos *(resolvatur in omnes suos factores simplices, iique invicem addantur, et numerus factorum unitate minutus a summum subtrahetur).* Pone el ejemplo de la razón 1:72. 72 = 2×2×2×3×3; la suma de los factores es 12 y su número 5; restando 4 (5-1) de 12, queda el viii como grado de suavidad de la razón 1:72. Aunque Euler no da la fórmula general formalizada, es claro que ésta es: 1 : $p_1^{k1} \times p_2^{k2} \ldots \times p_n^{kn}$ tiene el grado de suavidad $(p_1k_1 + p_2k_2 \ldots + p_nk_n) - [(k_1+k_2 \ldots + k_n) - 1]$ o $\Sigma\,[(p_ik_i) - (k_i - 1)]$. En el caso anterior, el grado de suavidad de 72 ($2^3 \times 3^2$) es [(2×3)+(3×2)] – [(3+2) – 1] = viii.

f) Entre tres números, 1:*p*:*q*, el grado de suavidad se percibe como 1:*pq*; entre cuatro, 1:*p*:*q*:*r*, como 1:*pqr*. Así el grado de suavidad de la serie 1:2:3:5 es el mismo que el de la razón 1:30 (2×3×5), grado viii.

g) Si hay repetición de números (primos) se cuentan como el mismo. 1:*p*:*p* se percibe como 1:*p*. 1:*pr*:*qr*:*ps* (*p*, *q*, *r*, *s* primos) equivale a 1:*pqrs*, lo que equivale al mínimo común múltiplo de los factores. El grado de suavidad de una serie de razones depende del mínimo común múltiplo de los términos de la serie que Euler denomina «exponente». Así, los números 72, 80, 100 y 112 pueden descomponerse en $2^3 \times 3^2$, $2^4 \times 5$, $2^2 \times 5^2$ y $2^4 \times 7$; sus «factores simples» son 2, 3, 5 y 7 y su m.c.m., $2^4 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$ = 25.200, cuyo grado de suavidad es el xxiii.

Viene a continuación una larga tabla de los grados de suavidad de diferentes números hasta el grado xvi.

Según lo anterior, los respectivos grados de suavidad de las IIIM y IIIm son:

— El acorde mayor 4:5:6 (como 1:60) = 1: $2^2 \times 3 \times 5$ = [(2×2)+3+5] – [(2+1+1) – 1] =12 –3 = ix.

— El acorde menor, 20:24:30 = 1: $2^2 \times 5$: $2^3 \times 3$: 2×3×5 = $2^3 \times 3 \times 5$ = [(2×3)+3+5] – (5-1) = 14–4= x.

— En cuanto a series más amplias, la de los primeros ocho armónicos 1:1:2:3:4:5:6:7:8 = 1:$2^3 \times 3 \times 5 \times 7$ = 21 – 6 – 1 = xvi. Etc.

Trae Euler la conocida lista de grados de suavidad de diversos intervalos y consonancias («bisonas»):

Grado de suavidad	Razones
(I:	1:1)
II:	**1:2**
III:	1:3, 1:4
IV:	1:6, **2:3**, 1:8
V:	1:5, 1:9, 1:12, 3:4, 1:16
VI:	1:10, 2:5, 1:18, 2:9, 1:24, 3:8, 1:32
VII:	1:7, 1:15, 3:5, 1:20, 4:5, 1:27, 1:36, 4:9, 1:48, 3:16, 1:64
VIII:	1:14, 2:7 (...) **5:6** (...) **5:8** (...) 8:9 (...) 1:128
IX:	1:21, 3:7 (...) 4:7 (...) 5:9, 1:60 (...) 9:16 (...) 1:256
X:	1:42, 3:14 (...) 9:10 (...) 8:15 (...) 1:512.
etc.	

La clasificación de los intervalos según su «gradus suavitatis» es, VIII (ii), V (iv), IV (v), VIM (vii), IIIM (vii), IIIm (viii), VIm (viii), TM (viii), Tm (x)... Una clasificación que coloca intervalos como 1:9 antes que las terceras o equipara en grado de suavidad IIIm y TM.

Las leyes de Euler pretenden tener una aplicación universal en la música. Puede hallarse el «gradus suavitatis» no sólo de una fracción o una serie, sino que el procedimiento se extiende a una melodía entera, el contrapunto, la armonía y, en fin, un trozo completo de música que siempre puede expresarse en fracciones. Continúa con el cálculo del exponente de escalas *(gammes)* concretas y géneros, donde ya no le seguimos (véase el capítulo V y ss. del *Tentamen*).

Aunque Euler deja muchas cosas sin explicar adecuadamente, como la diferencia de los acordes según su inversión o la cuestión de las séptimas, etc., este último punto goza de una especial atención hoy día. Euler examina el acorde de séptima dominante en los números 4:5:6:7 y 36:45:54:64 con exponente 8.640 = $2^6 \times 3^3 \times 5$ (1764). La relevancia del acorde de séptima con el armónico natural (4:7) había aparecido ya con Huygens y continúa con Euler y Tartini, mostrando la progresiva importancia que va adquiriendo en la práctica y teoría musicales.

A pesar del carácter un tanto apriorístico de sus teorías, éstas gozaron de una amplia difusión y aceptación entre los teóricos del siglo XVIII. Como antecedente de la obra de Helmholtz, es interesante observar la gradación de los intervalos sin establecer una ruptura drástica entre consonancia y disonancia o la mencionada consideración de la séptima en la razón 4:7. El propio Helmholtz reconocerá que la clasificación euleriana tiene muchos puntos en común con la suya a pesar de no sustentarse en ninguna base física o fisiológica.

Jean Philippe Rameau (1683-1764). De todas las leyes de la acústica la más interesante para los músicos fue sin duda la de las vibraciones armónicas. En su *Traité de l'harmonie* (1722), Jean-Philippe Rameau, había construido un nuevo sistema de corte matemático sobre las razones de la división de una cuerda. Cuando luego se enteró de las investigaciones de Sauveur (1701) descubrió el principio que había estado buscando para su teoría del «bajo fundamental», como denominaba a la nota grave de una tríada con las notas dispuestas en terceras. El bajo fundamental habría de determinar no sólo las cadencias en la armonía sino todo un sistema completo de teoría y práctica musicales a pesar de algunos fallos internos de la teoría que fueron criticados por matemáticos como d'Alembert y Euler. Su concepción de la armonía como ciencia deductiva y natural lo constituyen la armonía reducida a números junto con la búsqueda de un principio unificador de ésta. Los términos que aparecen en los títulos de sus obras son de por sí significativos: «Armonía reducida a sus principios naturales», «Generación armónica», «Demostración del principio de la armonía».

La base de la teoría de Rameau es que toda cuerda sonora emite, además de su sonido fundamental («générateur»), una serie de sonidos, comprendiendo, además de éste, la duodécima (VIII+V) y la decimoséptima mayor (VIII+IIIM). Es, como se ve, una extensión del sistema de Descartes con esa mezcla de geometría de los segmentos (cuerdas) y acústica elemental. En el *Tratado de la armonía* (1722) nos dice: «El sonido es al sonido como la cuerda es a la cuerda; cada cuerda contiene en sí todos los demás menores que ella pero no los que son mayores; en consecuencia, también en cada sonido todos los agudos están contenidos en el grave» (p. 3).

A——D——C——E——B

En una sola cuerda AB pueden establecerse todos los intervalos mediante divisiones suecesivas (VIII: AB:AC; V: AE:AC, etc.). Los intervalos más agudos están contenidos en ésta y son producidos por ella, cuerda que constituye en su totalidad el sonido fundamental, el principio generador de los demás y que es elevado a principio de la armonía.

En el capítulo III, art. 1, que lleva por título «Du principe de l'Harmonie ou du son fondamental», se nos dice que los sonidos producidos por la cuerda total son «engendrados» por ésta: «... les Sons que doivent rendre ces cordes divisées, sont engendrez du premier, qui en est, par consequent le principle & le fondament». La armonía no puede ser perfecta sin este primer sonido fundamental: «Si ce premier son ne regne au dessous d'eux, comme en étant la *Basse* & le *Fondement*... ce premier son est encore le principe de ces Consonances & de l'Harmonie qu'elles forment...» (p. 5).

Tras considerar las diversas consonancias y disonancias, pasa en el c. VIII (p. 34) a establecer la parte más conocida de sus descubrimientos armónicos, basada en ese «bajo fundamental» y «generador» de la armonía antes establecido. Se trata de la inversión de los acordes *(Du renversement des Accords)* o del acorde perfecto mayor y de los que de él derivan.

Acorde de 6ª y 4ª				Acorde de 6ª	
Mi	10				
Do	8			Do	8
Sol	6	Sol	6	Sol	6
		Mi	5	Mi	5
		Do	4		
		Acorde perfecto			

Tras la lectura de Sauveur, Rameau ofrecerá en las obras posteriores una interpretación física de todos estos elementos basada en la «resonancia del cuerpo sonoro», en la sencillez y la naturalidad de los acordes. Las primeras seis notas de la serie armónica están dispuestas como un acorde equivalente a una tríada mayor sobre un bajo fundamental (véase el Apéndice II). Su sistema pasaba a ser «natural». Seguimos la exposición más asequible de D'Alembert (1752, 1772, p. 14 y ss.).

Al hacer resonar un cuerpo sonoro se oyen, además de la octava, otros dos sonidos muy agudos por encima del sonido principal, la 12ª (VIII+V) y la 17ª (2xVIII+IIIM). Esto, nos dice D'Alembert, es especialmente notorio para un oído un poco experimentado en las cuerdas graves del violoncello. El sonido fundamental se llama «generador» *(generateur)* y los otros, «armónicos». Mediante la reducción por la octava (dos sonidos suenan casi iguales en la octava), podemos considerar al acorde mayor una obra de la naturaleza *(l'ouvrage de la nature),* el más agradable, simple y natural de todos *(le plus simple & le plus naturel de tous),* en cuanto tiene su origen en la propia resonancia del cuerpo sonoro. La expresión «la résonnance du corps sonore» será una continua muletilla en los teóricos franceses posteriores. Simplicidad y naturalidad están en la base de la concepción armónica de Rameau. Hay que recordar que el *Tratado de la armonía* es de 1722, la misma fecha en que J. S. Bach completa la primera parte del *Clave bien temperado* (la segunda no se recopila hasta 1740).

La nueva concepción racionalista y natural de Rameau tiene varias e importantes consecuencias para la música del Barroco. En primer lugar, reduce todos los acordes de una tonalidad a unos pocos (I, IV y V) y sus inversiones. El nuevo horizonte armónico lo constituye ahora la modulación a diferentes tonalidades mediante la progresión del bajo fundamental por quintas o cuar-

Ch. Huygens

G. Tartini

J. Ph. Rameau

H. L. von Helmholtz

tas (en lugar del bajo continuo barroco). La tónica de la tonalidad principal ejerce sobre el resto de la composición una especie de atracción gravitatoria (calificada a veces de «newtoniana»). La melodía deriva de la simplicidad de la armonía mientras que, cualquiera que sea el temperamento que se adopte, las diferencias interválicas serán poco sensibles al oído, que podrá tolerarlas «sans peine», ocupado únicamente en escuchar su relación con el bajo fundamental (1772, p. 59). Con la adopción del temperamento igual, el carácter propio de una pieza no viene dado tanto por la tonalidad elegida (esta era la clave de la defensa de los temperamentos irregulares frente al igual) sino por otros factores, entre los que se encuentra, de manera destacada, la modulación a otras tonalidades, «l'entrelacement des modes» (1772, p. 57).

Pero hay un punto negro en la teoría de Rameau. Si mediante la «resonancia del cuerpo sonoro» surge el acorde mayor, no ocurre lo mismo con el menor, que no aparece en la serie de armónicos. Tras diferentes intentos por justificarlo, Rameau no lo consigue. La «justificación» del acorde menor ofrecida por D'Alembert (1772, p. 20 y ss.; no aparece en la 1ª edición, de 1752) es la siguiente: Do hace resonar Mi y Sol, pero Mi no hace resonar Sol (su IIIm). Para ello haría falta otro sonido respecto al cual Sol resonase como 17ª, igual que Mi respecto a Do. Ese sonido sería Mi♭, una IIIM más grave que Sol. En este caso, Sol es generado tanto por Do como por Mi♭, pero Mi♭ no lo es por Do (como ocurría con III y V en el acorde mayor) y por tanto el acorde menor, aunque también dictado por la naturaleza, es un acorde menos perfecto y natural que el mayor («le mode majeur est l'ouvrage immédiat de la nature»).

Giuseppe Tartini (1692-1770). En el capítulo 1 (pp. 13-19) del *Trattato* (1754) G. Tartini dice haber descubierto en 1714 un nuevo fenómeno armónico que prueba lo ya sabido sobre la serie de armónicos «y mucho más». Dados dos sonidos de cualquier instrumento musical en que el sonido pueda mantenerse (trompas, instrumentos de arco, oboe, etc.) se produce un tercer sonido más grave *(terzo suono)* que es producto de estos dos. Hoy día los denominamos «tonos (o sonidos) resultantes» por dar la impresión subjetiva de la existencia de un «tercer sonido», más débil, en una frecuencia correspondiente a la diferencia entre las frecuencias de los dos sonidos dados. Se cree que es un efecto subjetivo debido a la presencia de resonancia no lineal en el oído. Junto a los tonos adicionales hacen los «tonos de combinación» (véase el Apéndice II).

El tono diferencial («tercer sonido») correspondiente a una quinta cuyas notas tengan las frecuencias 300 y 200 Hz tendría la frecuencia de 100 Hz (300-200) y correspondería a una octava más grave que la más grave de las dos notas del intervalo de quinta. En el caso de una tercera mayor de 400 y

500 Hz, el sonido diferencial sería asimismo de 100Hz (500-400) pero quedaría dos octavas más grave que la nota grave del intervalo (1:4), aunque puede confundirse con el de una octava. En cualquier caso se trata de una impresión subjetiva, sin existencia real, objetiva.

Como señala Tartini, es un fenómeno que aparece sobre todo en instrumentos en los que el sonido puede mantenerse como en su caso era el violín. Si hacemos sonar a la vez en un violín, nos dice, los siguientes intervalos perfectamente afinados se tendrá un tercer sonido perfectamente distinguible por debajo, Mi-Do (DO), Mi-Do# (LA), Mi-SI (MI), etc. La lista incluye las consonancias, tonos y semitonos.

A pesar de su no existencia objetiva, es un fenómeno que tiene su importancia en el color tonal aportado por los intervalos justos. Tartini y sus seguidores creían que se trataba de un sonido objetivo real y le dan una gran importancia frente a las teorías de Rameau por esa cualidad tonal de este tercer sonido. Tartini había leído a Rameau, pero, como Vallotti, rechaza sus teorías físicas volviendo la vista a la tradición matemática italiana, Zarlino principalmente, que establecía los cálculos en términos de longitudes de cuerda (Walker, 1978, pp. 123 y ss.). El *terzo suono* establecería un puente entre las teorías musicales matemáticas y físicas. Tartini dice haber descubierto el fenómeno en el violín en 1714 mientras otros teóricos lo descubrían igualmente antes que éste hiciese públicos los resultados. Es el caso de G. A. Sorge (1745-1747), desconocido para Tartini, pero el primero en hacer pública su descripción.

Al margen de algunos errores, lo importante de la teoría de Tartini es que cualquier intervalo entre los términos de la serie de armónicos tendrá siempre el mismo «tercer sonido», 1:2, el bajo fundamental (véase el Apéndice 3 para algunos intervalos). Así, de 1:2 y 1:3, 1:3 y 1:4, 1:20 y 1:21, 1:100 y 1:101, etc., siempre da el mismo tercer sonido diferencial, 1:2. «Intanto per mezzo di tal fenomeno resta fisicamente stabilita la unitá costante in infinito in 1:2, come radice fisica del sistema armonico». Multiplicando los términos de una razón superparticular, el producto es el «tercer sonido» (4:5, 4x5=20; 20:5:4=1:1/4:1/5). Como indica Walker (1978, p. 138), «el fenómeno de los tonos diferenciales refuerza de hecho la serie de armónicos y es quizás legítimo mantener, como hizo Tartini, que provee de una base física más segura a las razones de las consonancias que lo que lo hace la serie de armónicos». No todos los instrumentos producen la serie completa de armónicos o la misma serie, mientras el *terzo suono*, al ser un fenómeno que se produce en el oído, será siempre el mismo cualquiera sea la naturaleza de la fuente sonora.

A pesar de los numerosos errores de Tartini, ya señalados por Serre (Walker, ibidem, p. 139), la teoría gozó de un amplio consenso mostrándose como alternativa a la de Rameau. Rousseau, por ejemplo, se hace eco de ella en el artículo «Systême» del *Dictionnaire de Musique*. Indica allí el «son produit» por los diversos intervalos que aparecen en la serie de armónicos: la VIII no da ninguno, la V da el mismo que el grave, la IV la octava del agudo, la IIIM... etc.; el resultado es siempre la misma nota, como había señalado Tartini. «He aquí entonces, por este nuevo fenómeno, una demostración física de la Unidad del principio de la Armonía», concluye Rousseau.

Las concepciones de Tartini refuerzan el concepto de bajo fundamental ya que el *terzo suono* habitualmente refuerza la nota del acorde que Rameau identificó como el bajo fundamental y que también Tartini acepta como la piedra angular de su sistema. Ambos autores se entretienen a menudo en especulaciones matemáticas, geométricas y de todo tipo que no han aguantado muy bien la crítica posterior. Tartini, más incluso que Rameau, es un pensador un tanto anacrónico para el tiempo en que vivió por sus concepciones aritméticas y metafísicas que se retrotraen a la antigüedad clásica y a Zarlino. Hoy día nos parece más importante como violinista o como compositor y pueden espigarse en sus obras determinadas prácticas instrumentales propias de la época, como la posible afinación justa de las cuerdas al aire en el violín.

7 Temperamentos mesotónicos del siglo XVIII

El siglo XVIII presenta en lo tocante a los temperamentos ciertas analogías con el XVI. Son ambos siglos de transición en los que, partiendo de un sistema dado (la afinación pitagórica en un caso, el mesotónico estandar de 1/4c en otro) aparecen multitud de nuevas opciones alternativas al sistema general. Podemos dividir éstas en tres apartados: a) modificación del mesotónico, b) nuevos temperamentos mesotónicos y c) temperamentos irregulares. Tras una introducción, mencionamos en primer lugar las modificaciones al temperamento regular para pasar después a los nuevos temperamentos mesotónicos propios de este siglo. Debido a su importancia dejamos para el capítulo siguiente los temperamentos irregulares barrocos.

Introducción

El mesotónico regular de 1/4c era el sistema de referencia que, como antes el boeciano, se estaba quedando obsoleto frente a las nuevas exigencias de la práctica musical. Las alternativas que se ofrezcan dependerán tanto de los instrumentos a utilizar como de las tradiciones de los diferentes países.

Como la voz, el violín es un instrumento que al carecer de trastes es capaz de ofrecer distintas afinaciones. Es posible que algunos violinistas afinasen justas las quintas de las cuerdas al aire (parece probable en el caso de Tartini), aunque quizás se temperasen para evitar la VIM pitagórica Sol-Mi de las cuerdas 1ª y 4ª o cuando se tocaba junto al clave temperado en mesotónico. El violín puede diferenciar los sonidos enarmónicos distinguiendo entre Re♯

y Mi♭ por ejemplo. Los «subsemitonia» se pueden entonces ejecutar en diferentes entonaciones, sostenidos más agudos que los respectivos bemoles (modelo pitagórico) o viceversa (modelo mesotónico o justo). El primero puede ser preferible en la melodía, el segundo en la armonía. En el siglo XVII Ch. Huygens se había dado cuenta ya de las diferentes implicaciones tonales y emocionales de las distintas tonalidades en la distribución de las notas del mesotónico. Comparando las tonalides de Re menor y Mi menor, en la primera los semitonos inferiores a la tónica y la dominante son semitonos diatónicos, mayores (Do♯ y Sol♯ respectivamente) y por el contrario, en Mi menor, tales semitonos son cromáticos, menores (Mi♭ y Si♭), siendo esta última tonalidad «...a quelque chose de plus plaintif et de plus tendre, à cause des cadences qui se font par ces demitons mineurs, et aussi quelque chose de triste à cause de quelques consonances qui en deviennent un peu fausses, et de ce qu'on y employe le triton [Mi♭-La] au lieu de la fausse quinte [Do♯-Sol]» (*O. C.*, XX, p. 73). Melódicamente es preferible la cadencia Mi-Mi♭-Mi, pero armónicamente sería preferible Mi-Re♯-Mi: «...mais dans des accords, surtout à la derniere note d'une cadence ou la basse est B, le D♯ vaut mieux» (ibídem, p. 74. En P. Barbieri. 1986, p. 414, n.). Algo parecido puede darse entre la séptima menor y la sexta. Huygens se muestra partidario de que el compositor explote artísticamente tales diferencias tonales que se dan en el mesotónico. Hay, no obstante, entre sus notas referencias a la posibilidad de subsemitonia en el teclado.

De los instrumentos de tecla, el órgano es un instrumento muy conservador debido a su uso eclesiástico y a su especial sonoridad de notas mantenidas. Estaba afinado habitualmente en el mesotónico de 1/4c. El clave, por el contrario, es un instrumento más grácil, de uso en la música profana, de sonido percutido y más propicio a la reafinación continua. Estas características hacen de él objeto de una continua experimentación, abierto a mayores aventuras armónicas y de temperamento. Más difícil es saber, en los instrumentos como la flauta o el oboe, qué tipo de temperamento tenían.

En cuanto a países, Alemania, con su tradición organística por un lado y su relativo alejamiento de la tradición científica de países como Francia u Holanda por otro, es más conservadora y mantiene el mesotónico clásico de 1/4c o los «buenos temperamentos» prácticos que se retrotraen a la afinación pitagórica (por ejemplo, Werckmeister). En Francia, con la amplia tradición científica, matemática y acústica del siglo XVII, se preferirán los temperamento regulares mesotónicos aplicados al clavicémbalo y que suponen una evolución respecto al estándar 1/4c (por ejemplo, Sauveur). Algo parecido ocurre en Inglaterra, un país muy tradicional en la consideración de las terceras, pero que elaborará nuevos criterios a la hora de elegir un temperamento. Dada su propia tradición científica de corte empirista, y frente a esquemas más abstractos de los franceses, estos criterios serán de corte físico, fundamentalmente el problema de los batidos (Smith). Italia, por su parte, mantenía más que ningún otro país la tradición clásica de los géneros. Por un lado, el diatónico sigue considerándose el género «natural» y como tal se diferencia del cromático en la afinación (Vallotti). Por otro, y pese a la desaparición progresiva de los teclados con «subsemitonia» resonaba todavía el género «enarmónico» con intervalos menores que el semitono. P. Barbieri (1987, p. 163) nos cuenta cómo el francés Ch. Hébert (1733) refiere los «vivas» que podían escucharse en Italia en los conciertos, incluso en presencia del Santísimo, al tocar una «cuerda enarmónica». Un francés, dice, no podía sino mostrar su disgusto ante estos hechos. No obstante, iban progresivamente desapareciendo los instrumentos con «cuerdas enarmónicas» en Italia. A pesar de lo dicho, y en menor grado pero también en Francia, observamos la diferenciación enarmónica, como lo muestra un teórico como J. A. Serre (1763, pp. 11-13) o lo vemos en los intentos fallidos de su puesta en práctica por parte de J. Ph. Rameau en el «Trío de las Parcas» de *Hipólito y Aricia* o en el terremoto del acto II de *Las Indias galantes.*

En España tenemos a ese teórico tan interesante como es J. Zaragoza, no sólo un experto matemático capaz de crear esquemas cíclicos originales sino que es capaz, como hemos visto, de proponer el temperamento igual en los órganos a mediados del siglo XVIII, algo que casi nadie se hubiese atrevido a hacerlo.

Un factor decisivo en la música del siglo XVIII es la ampliación progresiva del ámbito tonal, lo que obliga a cerrar el círculo de quintas, eliminando la quinta del lobo y permitiendo la modulación a todas las tonalidades, algo que ningún mesotónico ofrecía. Para conseguir la libre modulación hay cuatro posibles soluciones. Dos de ellas obligan a más de 12 notas por octava. Una es la antigua división enarmónica de la octava, la otra proviene de los temperamentos mesotónicos que llevados a un número dado de notas por octava permiten una división regular de ésta. Para la práctica habitual de 12 notas por octava se proponen dos alternativas. La primera consiste en «temperar el temperamento» habitual (1/4c) mediante la modificación de las alteraciones, de forma que quede eliminada la díesis. La segunda, mucho más importante, consiste en distribuir el comma pitagórico (o la díesis) entre algunas quintas de forma irregular y diferenciando entre tonalidades «diatónicas» y «cromáticas», de forma que el círculo de quintas se cierre. Son los llamados «buenos temperamentos», los más importantes del siglo XVIII.

Modificación del mesotónico regular

Durante todo el siglo XVII, el mesotónico de 1/4c había sido el temperamento por excelencia, el temperamento estándar («sistema participato», «optimum temperamentum», según Huygens, etc.). Pero el propio mesotónico de 1/4c aplicado al órgano estaba sujeto a modificaciones como vemos, por ejemplo, en las instrucciones de afinación del benedictino **Dom Bédos de Celles** (1770) sobre *l'ancienne partition* que muestran un 1/4c regular con el Si♭ un poco subido de forma que la IIIM Si♭-Re bata lentamente siendo corta (H. Legros, 1980, pp. 428-35).

Las modificaciones más importantes del mesotónico en el siglo XVIII irán destinadas a la eliminación de la quinta del lobo para hacer practicables todas las tonalidades. En cualquier temperamento mesotónico, notas diatónicas y cromáticas se presentan de la siguiente forma,

Do Do♯ | Re♭ Re

Dejando fijas las notas diatónicas Do Re podemos alterar las cromáticas estableciendo un punto medio entre Do♯ y Re♭ que sirva para ambos. Ello supone subir un poco Do♯ y bajar un poco Re♭ hasta que coincidan. Esta nota intermedia haría la función de ambas alteraciones y dispondríamos en este caso tanto de una IIIM desde La (Do♯) como una IIIm desde Si♭ (Re♭). Los diferentes tipos de temperamentos dependerán de la mayor o menor alteración de la posición de las notas cromáticas. Es un planteamiento algo ingenuo y a menudo no definido explícitamente al que A. J. Ellis, según Barbour (p. 148), denomina «temperamento semimesotónico» *(semimeantone temperament).*

Se trata, en efecto de un tipo de temperamento que mantiene el mesotónico únicamente en las notas diatónicas y da otro a las cromáticas, que disponen de otro tipo de afinación (¿pitagórica?). La V del lobo queda repartida en dos entre las quintas de separación de las partes diatónica y cromática del círculo, Si♭-Fa y Si-Fa♯ rebajadas respecto al mesotónico en media díesis cada una (20 cents, casi 1 cs).

♯♭ ♯♭ ♯♭ ♯♭ ♯♭
Do | Re | Mi Fa | Sol | La | Si Do

Tanto Fa-Si♭ como Si-Fa♯ son más cortas que las mesotónicas del temperamento original por el respectivo desplazamiento de Si♭ y Fa♯, como se ve en el esquema.

Con ciertas variantes, en las que no nos detenemos, es el temperamento tipo que ya un siglo antes, hacia 1650, había propuesto el padre **Juan Caramuel de Lobkowitz** (P. Barbieri, 1982) y en el siglo XVIII lo harán el padre **Giambattista Martini** (1770) y el padre **Antonio Soler** (1775-83).

Esta división del círculo en dos mitades, «diatónica» y «cromática», hace que no sean muy aceptables las consonancias que se dan entre ellas, entre una nota diatónica y una cromática o que entre notas cromáticas el temperamento sea parecido al pitagórico. No obstante, otros temperamentos bien definidos harán de la división del círculo en dos mitades, diatónica y cromática, o de transiciones de 1/2c entre dos quintas, un recurso musical no sólo aceptable sino aceptado hoy día. Es el caso de los temperamentos de Vallotti o Kirnberger.

Al margen de éstos, los dos grandes bloques en que podemos dividir los más importantes temperamentos del siglo XVIII son los mesotónicos y los buenos temperamentos.

Nuevos temperamentos mesotónicos

Es en Holanda y Francia donde la pericia matemática de sus teóricos hace que se consideren todas las posibilidades que ofrecen los temperamentos mesotónicos. Todo temperamento mesotónico llevado a un número determinado de notas se convierte en cíclico, es decir, puede dividirse en un número de partes aproximadamente iguales dada la equivalencia del semitono menor con un número determinado de dieses y la consiguiente desaparición de la quinta del lobo. Puede establecerse así un marco teórico general que nos permite comparar sus respectivas bondades. Es algo que veremos más adelante. Vamos a considerar aquí los temperamentos mesotónicos del siglo XVIII dentro del limite de las habituales 12 notas.

Estamos apreciando ya en el siglo XVII un elemento nuevo, la revalorización del intervalo de V frente al de IIIM, fruto tanto de los cambios estilísticos como de los nuevos planteamientos de la Revolución Científica (la V aparece antes en la serie de los armónicos). En realidad, lo fundamental de un temperamento es el equilibrio entre quintas y terceras. Los temperamentos renacentistas oscilaban entre las terceras menores justas (1/3c) y mayores algo cortas hasta las terceras mayores justas (1/4c) y menores cortas. El intermedio 2/7c equilibra ambas terceras reducidas ahora en la misma proporción. Pero conforme hacemos más justa la V (1/5c, 1/6c, etc), las IIIM traspasan la barrera de las justas y se hacen progresivamente mayores (y menores las IIIm en la misma proporción). ¿Cuál de ambas consonancias, quinta o terceras, admite más alteración? ¿Debemos también considerar los grados de consonancia propios de sus respectivas 12ª por un lado y 10ª y 17ª por otro? A los de 1/3c, 2/7c y 1/4c hay que añadir a principios de siglo los temperamentos de J. Sauveur de 1/5 y 1/6c. Hay más temperamentos pero todos pueden reducirse más o menos a los mencionados. Así, el 5/18c. (≅ 2/7c), 3/17c (≅ 1/6c), 5/19c (≈ 1/4c), etc. Printz (1696, en Lindley, 2001, p. 254) describe los de Sauveur, pero añade que el 2/9c estaba en uso antes incluso que el 1/4c.

El objetivo de los teóricos será escanciar ese temperamento «óptimo», el mejor de todos los temperamentos posibles, lo cual constituye un objetivo imposible por la cantidad de factores en juego. Romieu hará para su comparación listas exhaustivas de todos estos posibles temperamentos, más teóricos que prácticos. Imposible, porque no hay un único criterio a la hora de temperar. Ni en el método general (¿afinar por batidos?, ¿siguiendo una proporción sólo numérica?), ni en la elección de qué consonancias entran en juego (¿contamos con la IIIm o sólo con V y IIIM?), o en qué grado hay que desviar cada una de estas consonancias (¿todas igual?, ¿siguiendo algún criterio proporcional como el «gradus suavitatis» euleriano?). ¿Admiten, además, un mayor grado de desviación unas consonancias que otras? La IIIM, por ejemplo, es más «dura» y se resiste más a ser temperada que la V. De todas formas, sabemos ya de las mutuas incompatibilidades entre V, IIIM y IIIm. Las terceras pueden equilibrarse cada una con la V pero no entre sí. No hay forma de satisfacer igualmente a cada tercera según su proporción y su grado de suavidad; cuando esto ocurre, sus relaciones respectivas con la V empeoran. ¿Y qué ocurre cuando consideramos las consonancias no aisladas sino juntas? Sauveur, por ejemplo, cree que en un acorde, la alteración de una consonancia queda parcialmente enmascarada por la alteración de otra. Por el contrario, experimentos psicoacústicos parecen indicar que no es así.

Para calibrar los diferentes temperamentos, los distintos teóricos tendrán en cuenta sobre todo la teoría de la resonancia de Rameau, unos, y el «grado de suavidad» de cada consonancia de Euler, otros. Criterios muy extendidos serán considerar la proporción entre las respectivas desviaciones de V y IIIM (a veces la IIIm) según la razón de éstas en la serie de los armónicos, V:IIIM = 3:5, o a la relación de grado de suavidad entre consonancias perfectas e imperfectas.

Francia

J. Sauveur 1/5c (1707). Dentro de su sistema general cíclico aparecen en J. Sauveur tres temperamentos con diferentes divisiones del semitono y consiguiente división de la octava en un número dado de partes o «merides». Denomina *comma,* como en general todos los franceses, a lo que nosotros *díesis,* la diferencia entre semitono mayor y menor que se toma como unidad de medida en los temperamentos cíclicos. Los temperamentos que menciona son éstos:

— 1/4c (s = 2c), es el tradicional de Zarlino, aquél «dont tous se servent» (1707, p. 214). Ofrece una división cíclica de la octava en 31 partes o merides, como mostró Ch. Huygens.
— 1/6c (s = 4c), «est celui dont les Musiciens ordinaires se servent» (ibídem, 215). La división de la octava sería en 55 merides.
— 1/5c (s = 3c), «nôtre *Systême temperé*» (1707), que ofrece consonancias más punzantes *(piquans)* que el de 1/6c y es en el que afinan los «facteurs de Clavecin du Roy & de Paris» (1711, pp. 314-15). Ofrece una división de la octava en 43 partes iguales.

Comparando las notas de cada sistema con los de la afinación justa, el sistema temperado «más exacto» y mejor es el de 43 partes (1/5c), que conjuga la simplicidad (pocas partes) con la exactitud (poca diferencia a los intervalos de la afinación justa). IIIM, IV, V y VIm se separan de sus respectivos intervalos justos en poco más que 1 heptameride (1/7 de *meride,* 4 cents). Se conserva además justo un intervalo de la justa entonación, el semitono diatónico 16:15. Una de las características de este temperamento es que presenta la misma desviación en V y IIIM.

En la literatura musical francófila se denomina al temperamento 1/5c «temperamento de Sauveur», aunque sus antecedentes se remontan al menos hasta Stevin, un siglo antes. También Romieu lo había tratado en 1698. Este temperamento constituye el medio geométrico entre el temperamento de 1/4c y el pitagórico. Su característica principal es la indicada similitud entre las desviaciones de la V (−1/5c) y IIIM (+1/5c), obviamente en sentido inverso, que reparte así la imperfección de forma equitativa. En la correspondiente división en 43 partes las diferencias son muy parecidas pero no idénticas (V = −4,28 cents, IIIM = +4,39).

Mib Sib Fa Do Sol Re La Mi Si Fa# Do# Sol# Mib
−1/5 −1/5 −1/5 −1/5 −1/5 −1/5 −1/5 −1/5 −1/5 −1/5 −1/5 +5/11

Hemos colocado la díesis en la quinta del lobo habitual. Sauveur la sitúa entre Sib (La#) y Fa. Otro tanto se deduce de las instrucciones de afinación de Romieu.

Hay un método general práctico de afinación para todos los temperamentos mesotónicos. El intervalo justo a delimitar corresponde al número de quintas indicado en la desviación (4 en 1/4c, 5 en 1/5c, etc) o, lo que es igual, será justo el intervalo compuesto de una IIIM (4xV) y un determinado número de quintas, 0 en el 1/4c, 1 en 1/5c, 2 en 1/6c, etc. En el caso del temperamento de 1/5c, y partiendo de Do, afinamos justo el intervalo Do-Si (IIIM + 1xV). Tras hacerlas todas iguales, afinamos por comparación las quintas en los extremos de este intervalo: Do-Fa-Sib-Mib en un sentido y Si-Fa#-Do#-Sol# en el otro. Si seguimos a Romieu, bastaría afinar todas las quintas iguales en el intervalo Do ÷ Si y lo mismo entre el intervalo justo La-Sib. La quinta del lobo queda en Sib-Fa (véase a continuación).

Una versión modificada del mesotónico 1/5c se debe a **William Hawkes** (1805). Las quintas Fa ÷ Mib están en –1/5c, quedando las quintas Mib-Sib y Sib-Fa grandes en +7 y +8 cents respectivamente. Tonalidades como Lab mayor, Do menor y Do# menor mejoran respecto al 1/5 estandar.

Pierre Estève (1755). La IIIm es justa en el 1/3c y muy desviada en el 1/6c (1/2 comma). Por ello, Estève toma como referentes el 1/4c y 1/5c siendo su medio aritmético el –9/40c (≈–2/9c) con la razón V:IIIM:IIIm = 9:4:13. Para mejorar la desviación de la quinta respecto a las terceras, el nuevo mejor temperamento debe estar entre éste –9/40c y –8/40c (–1/5c). Podría ser un 17/80c, casi igual al 3/14c de Riccati.

Jean Baptiste Romieu 1/6c (1758). Romieu trata de forma sistemática los diferentes temperamentos mesotónicos. Menciona también otros puramente especulativos, 1/7c, 1/8c, 1/9c y 1/10c, pero sin examinarlos, al diferir entre sí menos que los 1/4c, 1/5c y 1/6c. Al no tener intervalos justos hay que recurrir al monocordio para afinar en ellos el clave (1763, p. 506). Considera otros, por ejemplo el 3/11c, que da justa la tercera aumentada Do-Mi# (-3 commas, 5:4×25:24) o el 3/17c. (p. 492).

Según nuestro autor, la armonía está basada en la resonancia del cuerpo sonoro (Rameau) y por tanto debe reducirse a VIII, V y IIIM (armónicos 2, 12 y 17) eliminando del juego la IIIm puesto que no aparece en la serie. Así, hay que encontrar aquel temperamento en que V y IIIM estén alteradas según sus respectivos «grados de suavidad» o consonancia (como Euler, aunque éste no tiene en cuenta el principio de identidad de la octava), cuya relación debe ser, I:XII:XVII = 1:3:5. Obtiene así el 3/17c muy cercano al 1/6c (3/18); 1/6c, al que denomina *tempérament anacratique*.

Si en el temperamento de 1/5c el intervalo justo (-1c) tras 5 quintas es el semitono mayor, en el de 1/6c, tras 6 quintas es el tritono. Por ello Romieu propone la siguiente afinación de ambos:

— 1/5c: comenzando en La afinamos justo La-Sol# (semitono mayor) mediante una quinta más una tercera mayor, justas ambas, La-Mi-

Sol#. Establecido el intervalo La-Sol#, hacemos sus cinco quintas igualmente cortas reafinando de nuevo el Mi. Lo mismo hacemos con el semitono mayor La-Sib.

— 1/6c: partiendo del La, dos quintas más una IIIM justas hacia adelante, La-Mi-Si-Re#, y hacia atrás, La-Re-Sol-Mib. Dividimos ambos intervalos en seis quintas igualmente cortas reafinando a la octava Re# con Mib. La Vl(obo) queda entre Sol#-Mib.

El temperamento de 1/6c estuvo muy extendido en el siglo XVIII fuera de Francia. Es el de P. Nachini en Italia el «de Silbermann» en Alemania.

Alemania

Gottfried Silbermann 1/6c (1683-1753) perteneció, junto a su hermano mayor, Andreas, a una conocida familia alemana de organeros y constructores de pianofortes que trabajaron en Alsacia y Sajonia. No dejó escritas instrucciones de afinación de sus instrumentos ni sabemos si los órganos actuales a él atribuidos conservan la afinación original. En muchos lugares aparece el «temperamento de Silbermann» *(Silbermannische Temperatur)* como –1/6 de comma sintónico. Pero si nos fiamos de G. A. Sorge (1748, p. 20), que fue un testigo directo de la afinación de Silbermann, se trataría de un temperamento regular mesotónico entre el 1/4c y el igual, parecido al de 1/6cp.

Mib	Sib	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa#	Do#	Sol#	Mib
–1/6	–1/6	–1/6	–1/6	–1/6	–1/6	–1/6	–1/6	–1/6	–1/6	–1/6	+5/6cp	

1/6cp = 4 cents

V: –4 cents; Vl: –20; IIIM: +6; IIIM(l.): +29; IIIm: –10; IIIm(l.): –33 cents.

Es fama que este temperamento fue rechazado por J. S. Bach. Sorge (1748, p. 21) lo rechaza igualmente, prefiriendo el Werckmeister. Trátese del comma sintónico o del comma pitagórico, las diferencias no son significativas pues su diferencia es de 2 cents (4 cents en un caso, 3,66 en otro). (Conviene consultar el artículo «Silbermann» de L. Marreta Schär en el *New Grove Dictionary*, ed. 2001, vol. 23, p. 385, donde se ofrece el supuesto temperamento original del órgano histórico de la catedral de Freiberg, Sajonia, con 5xV «diatónicas» en –1/5cp y el resto... ¿justas?).

Inglaterra

Robert Smith 5/18c (1749). La idea fundamental de R. Smith es que las tres consonancias principales en juego, V, IIIM y IIIm (VIM) (1689-1768) tengan el mismo índice relativo de desviación.

En el Prefacio de su *Harmonics* (1749, xi-xv), este matemático de Cambridge refiere la observación que le hizo J. Harrison de que en el temperamento de 1/4c, y sobre sobre la misma nota, una V es aceptable mientras una VIM es muy mala (ambas tienen la misma desviación aunque en sentido contrario, –1/4c y +1/4c respectivamente): «When the monochord was divided upon de principle of making the major IIId perfect, or but very little sharper, as in Mr Huygen's system [...], Mr. Harrison told me that the major VIths were very bad and much worse than the Vths and VIths major when equally tempered should differ so in their harmony...».

Para encontrar el temperamento adecuado, y a diferencia de los calculistas franceses, Smith acude al fenómeno físico de los batidos apreciados por el oído, inaugurando así una tradición que continuará entre los teóricos ingleses y que se anticipará en muchos aspectos a los hallazgos posteriores de Helmholtz (quien, sin embargo, no lo cita). Las consonancias imperfectas producen batidos más rápidos *(rattling-beats)* que las perfectas. Smith da la fórmula para hallar la frecuencia de batidos con un resultado muy cercano al exacto (p. 82). Una consonancia de razón m/n, cuya nota inferior tiene la frecuencia N y que esté temperada en ± q/p c., producirá un número β de batidos con la segunda nota según la fórmula: $\beta = (2q/161p \pm q)mN$. Según ésta, la VIM bate 5:3 veces más rápido que una V en el mismo temperamento, lo que corresponde a la teoría estandar de Helmholtz: el segundo parcial de la quinta coincide con el tercero de la nota base, mientras el tercero de la sexta lo hace con el quinto de aquélla (P. Barbieri, 1987, p. 123).

Al contrario de la común opinión (entre otros de Sauveur), las consonancias más simples admiten por tanto, según nuestro autor, una mayor desviación (p. 120) y por ello, para mantener el equilibrio será preferible un mesotónico con un temperamento de las consonancias proporcional a su simplicidad, admitiendo más batidos cuanto más simples sean. Aplicándolo al caso de V y VI, estas serán «igualmente armoniosas» *(temperament of equal harmony)* cuando sus temperamentos sean inversamente proporcionales al producto de los términos de sus respectivas razones (p. 118): Temp.V : Temp. VI = (5x3) : (3x2) = 5 : 2. Es algo parecido, pero ahora en sentido físico, a lo que hiciera Benedetti en el siglo XVI. El temperamento idóneo sería en este caso el 5/17c.

Pero para encontrar el «temperament of equal harmony» en varias octavas, y con un mayor número de consonancias, Smith se entrega a una serie de complicadas operaciones (pp. 142-151) en diversos temperamentos (5/17c, 10/37c., 7/25c, ...) hasta llegar a tres posibles:

— en 1 y 2 octavas, IIIM = –1/8c; V = –9/32c (≈ –1/3,56)
— en 3 octavas, IIIM = –1/9; V = –5/18 (= –1/3,6)
— en 4 octavas, III = –1/10; V = –11/40c (≈ –1/3,64).

De ellos, y puesto que las consonancias habituales se dan en las tres primeras octavas, elige el 5/18c:

> My IIId determined by theory upon the principle of making all the concords within the extent of every three octaves as equally harmonious as possible, is tempered flat by one ninth of a comma; or almost one eight, when no more concords are taken into the calculation that what are contained within one octave (1749, xi-xv).

En este temperamento V y VIM tomadas sobre la misma nota baten casi igual y en sentido contrario; con La=440 Hz, V –5/18, –4,55bat/seg; VI +3/18, +4,56 bat/seg.

Como era de esperar, el temperamento 5/18c está muy cercano al 2/7c de Zarlino (la VIM no es sino una inversión de la IIIm, aunque tomada sobre la nota correspondiente). Ambos son temperamentos óptimos para el equilibrio entre las terceras. Aunque el resultado final de Smith no constituya una hazaña muy relevante a mediados del XVIII, la señalada coincidencia de batidos le permite una afinación mucho más sencilla que la propuesta por Zarlino un siglo y medio antes usando el monocordio.

Al parecer, el 5/18c es el temperamento que usó para reafinar el órgano del Trinity College de Cambridge, afinado previamente en un mesotónico con iguales batidos para V y IIIM sobre la misma nota (5/23c ≈ 2/9c) (pp. 189-219). Los temperamentos 5/23c y 1/4c debían ser habituales en la Inglaterra de la época según testimonio del propio Smith, que atribuye a la práctica común temperamentos con IIIM justas o un poco más agudas que la justa (P. Barbieri, 1987, pp. 122-127).

De todo lo dicho podría derivarse que la consonancia que más puede temperarse sería la VIII, algo que Smith considera a priori pero acaba descartando tras observar los resultados experimentales. Es quizás el primer teórico en hacer una propuesta semejante que, no obstante otros, muy escasos, seguirán por diversas razones. En 1806 Stanhope (p. 9) hace referencia a algunos afinadores de la época que proponen temperar la octava para mejorar las quintas. En el siglo XX, y por razones estéticas, han propuesto la alteración de la razón de la VIII, entre otros, I. Wyschnegradsky (1933), Fokker (1951), M. Kolinski (1959), S. Cordier (1974), etc. No obstante, la VIII ha sido siempre esa consonancia fundamental y privilegiada, más que una consonancia, el espacio sonoro a dividir desde los tiempos de Pitágoras hasta el dodecafonismo.

Otros temperamentos de Smith son el 5/23c o el 1,11/40c.

John Harrison 3/10c (1775). Este científico inglés (1693-1776), especialista en el traslado de relojes marítimos para la medición de las coordenadas terrestres, usa un temperamento muy cercano al de Smith para afinar los trastes de su viola, pero por procedimientos geométricos (al parecer, Harrison siempre sospechó que era Smith quien le robaba a él las ideas). Dividiendo la cuerda más corta de su viola baja como un monocordio, toma la relación IIIM a VIII como el diámetro de un círculo a su circunferencia («this great, or secret discovery») como método general de afinación. Está convencido de que todos los intervalos auténticos pueden derivarse matemáticamente de π: «...real steps or intervals of tune, or of natural melody, exactly pointed out, or are to be thence truly generated...».

Preguntado el porqué de esta relación, Harrison le dice a Smith que se la había referido «un caballero recientemente fallecido». Tal hipótesis surge, según Smith («whoever was the author»), de la observación de que la VIII es un poco más grande que tres IIIMs justas, de la misma forma que la circunferencia de un círculo es un poco más grande que tres de sus diámetros (π = 3,1416. Smith, xi-xv). Toma así la razón del diámetro de un círculo a su circunferencia como IIIM a VIII y la del radio (la mitad) como Tono a VIII. Diámetro : circunferencia = IIIM : VIII = $1/\pi$; radio : circunferencia = T : VIII (pp. 104-108). Usando logaritmos en base 10, la IIIM se calcula como 0,30103 : 3,1416 = 0,09582 (381,97 cents), algo más corta que la de Smith y 4,33 cents (*ca.* 1/5c) más corta que la justa. La V (2xVIII+IIIM)/4, vale 695, 49 cents, –3/10c (Barbour, p. 40). Éste sería el auténtico valor de la V según el autor y no la razón «justa» 3:2. Algo parecido había dicho Stevin con la del temperamento igual. T = 0,09582/2 (190,99 cents) y Sd. = (VIII-5T)/2 = 0,03074 (122,54 cents). De esta forma quedan «the real consonances, or chords of natural harmony, truly limited or described...» (1775, p. 108).

Italia

Italia, cerrada a partir de la condena de Galileo a las influencias cientificistas europeas, contó en la región del Véneto con algunos ilustres científicos ilustrados. Para la elección del temperamento se tiene en cuenta una particular elaboración de los «grados de suavidad» de las consonancias derivados parcialmente de la teoría matemática de Euler.

Giordano Riccati 3/14c (1762). Para Riccati ni las teorías matemáticas ni las físicas satisfacen el criterio de simplicidad de una consonancia, criterio que debe establecerse sensorialmente (1762, p. 14). La «semplicitá» de un intervalo es como el inverso (1/n) del número mayor impar de la razón. Así, V (2:3) y IV (3:4) son de una «simplicidad» equivalente a 1/3, inverso de 3, máximo número impar de ambas. IIIM y IIIm, 1/5, inverso de 5, etc. El temperamento será proporcional al grado de simplicidad de las consonancias individuales. Teniendo en cuenta en la elección del temperamento que la relación de simplicidad *(rapporto de semplicità)* entre las razones de V y IIIas es 3:5:

V : IIIm = 3 : 5, V = –3/14: IIIm = –5/14 (IIIM = +2/14),
V : IIIM = 3 : 5, V = –3/17, IIIM = +5/17 (IIIm = –8/17),
IIIM : IIIm = 1 : 1, IIIM = –1/7, IIIm = –1/7 (V = –2/7).

Si se satisface la relación V : IIIM es imposible satisfacer adecuadamente la relación V : IIIm y viceversa. IIIM y IIIm sólo tienen un mismo grado de desviación en el 2/7c que, entonces, no respeta sus relaciones con la V.

Riccati elige como el temperamento óptimo el –3/14 (≈ 1/4,67), intermedio entre los otros dos y semejante al 5/23 (≈ 1/4,60) que se usaba en Inglaterra.

Alessandro Barca 5/29c (*ca.* 1805). Como Riccati, el padre Barca (1741-1814) considera insuficientes las razones físicas para la elección de temperamento y apela al criterio de la simplicidad de las razones. Establece para ello varias clases de intervalos según determinadas reglas de formación. En lo que nos concierne, baste decir que en la primera están el unísono y la octava; en la segunda, quinta, cuarta y las terceras; en la tercera, la sexta mayor y en la cuarta, la sexta menor. La simplicidad de los intervalos es inversamente proporcional a la suma de los términos de su razón. Pueden establecerse relaciones de simplicidad entre los de cada clase. Así, la «simplicidad» del unísono (1+1=2) es a la de la VIII (2+1=3) como 3:2.

En la segunda clase, V:IIIM:IIIm = 11:9:5 (IIIm=6+5, IIIM=5+4, V=3+2). Con este criterio, el temperamento que le corresponde es el 5/29c (–1/5,8 ≈ –1/6c), temperamento «ideal» para el género diatónico. Como hiciese Romieu con su temperamento anacrático, Barca acerca este temperamento al –1/6c y compara los resultados en ambos relacionando quintas con terceras:

V –1/6, IIIM +2/6, IIIm –3/6 = 1:2:3 (5:10:15 para compararlo con el 5/29);
V –5/29, IIIM +9/29, IIIm –14/29 = 5:9:14.

Si Barca acepta este temperamento sólo para el género diatónico es debido a la V del lobo que afecta al cromático. Como veremos, Riccati había propuesto un 3/17c (≅1/5,7) para enmendar la afinación del 1/6c que daba una Vl(obo) excesivamente grande. Aunque partiendo de criterios distintos, ambos temperamentos se aproximan mucho, al tener que equilibrar las terceras.

Temperamentos mesotónicos

Comma = 21,50 cents
Intervalos justos (en cents) 702 (701,95) 386 (386,31) 316 (315, 64)

Temperamento		V	IIIM	IIIm	Vl(obo)	(díesis)
1/3c.	Salinas, 1577	–1/3	–1/3	0	+2 1/2	55,43 cents
3/10c.	Harrison (Smith, 1749)	–3/10	–2/10	–1/10	+2 1/5	47,55
2/7c.	Zarlino, 1558	–2/7	–1/7	–1/7	+2 1/11	44,17
5/18c.	Smith, 1749	–5/18	–2/18	–3/18	+2	42,29
1/4c.	Aron, 1523	–1/4	0	–1/4	+1 2/3	35,72
2/9c.	Rossi, 1666	–2/9	+1/9	–3/9	+1 1/3	29,15
3/14c.	Riccati, 1751	–3/14	+2/14	–5/14	+1 1/4	27,28
1/5c.	Stevin, 1600 (Sauveur)	–1/5	+1/5	–2/5	+1 1/9	23,90
1/6c.	Silbermann	–1/6	+1/3	–1/2	+3/4	16,02
1/7c	Romieu, 1758	–1/7	+3/7	–4/7	+1/2	10,38
1/8c		–1/8	+4/8	–5/8	+1/3	6,16
...						
1/11c		–1/11	+7/11	–8/11	0	0,0

Los cálculos de cualquier temperamento en fracciones de comma son muy sencillos. Sabiendo el descenso de la V (- m/n), la IV tiene el mismo pero en positivo (+ m/n) ya que V + IV = VIII. Como la IIIM tiene 1 comma menos que en la pitagórica, debe estar rebajada en n/n respecto al cálculo por quintas. Multiplicando por 4 (quintas) la fracción del temperamento de la V y restándo n/n tenemos la desviación de ésta. A su vez, la suma de IIIM y IIIm deben dar la desviación de la V (IIIM + IIIm = V):

V = –(p/q); IV = +(p/q); IIIM = (q/q) – (4p/q); IIIm = V – IIIM

Por ejemplo, un supuesto temperamento de 5/23c tendrá la quinta temperada en –5/23c y la IV será +5/23c; 1 comma (23/23) menos 4 × 5/23 (20/23) es igual a +3/23, cantidad en que la IIIM excede de la justa. Como entre IIIM y IIIm deben sumar –5/23, la IIIm debe ser (-5/23) – 3/23 = –8/23c.

El cálculo de la del lobo en fracciones de comma sintónico se hace restando a la díesis resultante en cada temperamento la disminución de la quinta. Como 1/12cp = 1/11cs y 1cp = 12/11 cs, basta restar a los commas en que el círculo se ha reducido el comma pitagórico (que surgía cuando las quintas eran justas). Por ejemplo, en el temperamento de 1/6c la reducción total de círculo es 2cs (22/11); 22/11 – 12/11 = 10/11, valor de la díesis; (lobo) = 10/11 –1/6 ≅ 3/4c. (Véase el caso de los temperamentos 1/4c y 1/3c).

Para calcular en cents la diferencia entre la quinta del lobo y la justa en un temperamento p/q, multiplicamos 11 (quintas) por el comma (21,5) (= 236,50) por p/q y le restamos el comma pitagórico (23,40). En el citado temperamento 5/23c, 21,5 × 11 × 5/23 = 51,37; 51,37 – 23,40 = +27,97. Es un temperamento que está entre el 2/9c y el 3/14c.

Observaciones

a) Puede apreciarse cómo con la progresiva pureza de las quintas la V del lobo es más corta hasta llegar a ser igual que las demás en el límite de temperamento 1/11c (= 1/12cp o temperamento igual). Más allá, con la pureza de las quintas, estaríamos en la afinación pitagórica.
b) Las IIIM son progresivamente más grandes. El temperamento de 1/4c marca el límite entre los temperamentos con la IIIM justa o menor que la justa (temperamentos renacentistas) y aquéllos en que ya es mayor (temperamentos barrocos). Se dice que el mesotónico de 1/4c es la justa entonación llevada a la práctica pero ligeramente más «corta». Las terceras mayores son iguales pero las menores y la quinta algo menores que en la entonación natural.
c) IIIM y IIIm van en direcciones opuestas, es decir, cuando una aumenta la otra disminuye y viceversa. Entre los temperamentos de 1/3c y 1/4c, la IIIM aumenta desde 379,3 cents (-7) a 386,3 cents (justas) y a la inversa, las IIIm disminuyen desde la justa (315 cents) en el de 1/3c a 310,3 (-5,3) cents en el de 1/4c.
d) Puesto que V, IIIM y IIIm están sometidas a distintas desviaciones, se han adoptado diferentes criterios racionales a la hora de establecer sus relaciones mutuas para ver cuál podría ser el mejor de los tempe-

ramentos. En el de 1/4c, la desviación de V y IIIm es la misma (1:1) mientras en el de 1/5c lo son las de V y IIIM y en el 2/7 ambas terceras; en 1/6c se da una desviación entre los tres intervalos proporcional a su grado de suavidad, V:IIIM:IIIm = 1:2:3. Los lectores ociosos podrán encontrar otros tipos de proporcionalidades.

e) Con ligeras variaciones de afinación, todos estos temperamentos pueden pertenecer a distintos sistemas cíclicos, sistemas que dividen la octava en partes iguales, diferentes dependiendo de cada temperamento y sin quinta del lobo (véase el capítulo 9).

8 Siglo XVIII. Temperamentos irregulares barrocos

Junto a la especulación teórica asociada a los mesotónicos se dan en el siglo XVIII otros temperamentos de índole esencialmente práctica y cuyo objetivo es eliminar, o al menos «domesticar», la quinta del lobo para la libre modulación a todas las tonalidades. Para ello hay que repartir la díesis o el comma pitagórico entre un número determinado de quintas no necesariamente de forma regular. El resultado es que las distintas quintas tienen tamaños diferentes, lo que hace que cada tonalidad tenga un «color», una «tonalidad» particular debida a las diferentes relaciones que se dan entre sus intervalos. Haciendo de la necesidad virtud, este hecho es explotado concienzudamente por los compositores barrocos del siglo XVIII. La asociación emocional de cada tonalidad, «heroica», «lánguida», «alegre», etc., tiene pleno sentido en el alto Barroco, no así en el temperamento igual con el que, a excepción de la altura, todas las tonalidades suenan iguales, sin un color particular. Si en el Renacimiento se intentaron resucitar los géneros antiguos para poder provocar los más variados afectos emocionales y en la armonía tradicional de Zarlino se intenta dotar a cada intervalo de una cierta connotación anímica, ahora esta labor se ve ensalzada por las diferentes escalas que se producen en las distintas tonalidades como consecuencia del diferente reparto del comma o díesis entre las quintas. Entre multitud de testimonios, oigamos de nuevo a Rousseau lamentándose de la decisión de Rameau de convertirse al temperamento igual:

> ... car il est bon d'observer, dit M. Rameau, que nous recevons des impressions différentes des Intervalles à proportion de leurs différentes altérations. Par exemple, la Tierce majeure, qui nous excite naturellement à la joie, nous imprime jusqu'à des

idées de fureur quand elle est trop forte; & la Tierce mineure, qui nous porte à la tendresse & à la douceur, nous attriste lorsqu'elle est trop foible.

Les habiles Musiciens, continue le mème Auteur, savent profiter à propos de ces différens effets des Intervalles, & font valoir, par l'expression qu'ils en tirent, l'alteration qu'on y pourroit condamner.

Mais, dans sa *Génération harmonique*, le même M. Rameau tient un tout autre langage. Il se reproche sa condescendance pour l'usage actuel, & détruisant tout ce qu'il avoit établi auparavant, il donne une formule d'onze moyennes proportionnelles entre les deux termes de l'Octave, sur laquelle formula, il veut qu'on règle toute la succession du système chromatique; de sorte que ce système résultant de douze semi-Tons parfaitement égaux, c'est une nécessité que tous les Intervalles semblables qui en seront formés soient aussi parfaitement égaux entr'eux (1767, pp. 502-503).

En los sistemas cíclicos irregulares no hay quinta del lobo, pudiéndose modular a todas las tonalidades. La díesis o el comma se reparte de forma irregular entre unas pocas quintas de la parte diatónica del círculo de forma que las tonalidades más usuales tienen terceras más puras mientras en las tonalidades con muchas alteraciones se acumulan las imperfecciones de la afinación. Cada tonalidad tiene sus propias características.

Hay dos métodos fundamentales para hacer los temperamentos irregulares según partamos del mesotónico (díesis a eliminar) o de las quintas justas (comma pitagórico a eliminar). En Francia, la práctica habitual es afinar en mesotónico de 1/4c las cuatro quintas de la tercera mayor Do-Mi e ir repartiendo la imperfección resultante entre las quintas «cromáticas» de forma progresiva hasta hacer practicable la del lobo. En Alemania se trata de repartir el comma pitagórico entre algunas quintas «diatónicas» de forma que las terceras, sin ser justas, se acerquen lo más posible a las puras mientras el círculo de quintas se cierra. Son los «buenos temperamentos» alemanes en los que «se ha puesto un bozal» en la boca del lobo (Neidhardt, 1706). Italia, por su parte, mantiene la naturalidad del género diatónico relegando a las quintas «cromáticas» la imperfección partiendo casi siempre del mesotónico. Tres puntos de partida que llegan a resultados similares. Cuando se mezclen afinación justa (o mesotónico) y pitagórica, aparece el ineludible schisma.

Francia: el «tempérament ordinaire» o «l'accord ordinaire»

Se comienza por el *do* del medio del teclado y se bajan las cuatro primeras quintas *sol*, *re*, *la*, *mi* hasta que *mi* haga la tercera mayor justa con *do*; partiendo a continuación de este *mi*, se afinan las quintas *si*, *fa#*, *do#*, *sol#*, pero bajándolas menos que las primeras, de manera que *sol#* haga más o menos *(à peu près)* la tercera mayor justa con *mi*. Cuando se ha llegado al *sol♯* se para; se retoma el primer *do*, se afina la quinta *fa* hacia abajo, después la quinta si♭, etc. y se aumentan un poco *(on renforce un peu)* todas estas quintas hasta que se haya llegado al *la♭*, que debe ser la misma (nota) que el *sol♯* ya afinado.

... en un clavecín afinado en el temperamento ordinario *(le tempérament ordinaire)* hay cinco o seis tonalidades insoportables *(modes insupportables)* y en los que nada se puede ejecutar [...] [los músicos] se imaginan que haciendo desiguales los semitonos de la escala, éstos dan a cada tonalidad un carácter particular [...] [por ejemplo, en las tonalidades de DoM y MiM, que mostrarían expresiones diferentes. Ejemplo del autor] (Jean Le R. d'Alembert, 1772, pp. 55-56).

Tras la mención del temperamento igual por parte de Rameau, que reduce de forma igual todas las quintas, D'Alembert expone el temperamento en uso *(qui est en usage)*. Es el *tempérament ordinaire* usado en Francia hasta el último cuarto del siglo XVIII, pero no es ésta la única versión. Las descripciones de los observadores varían y a menudo son bastante vagas. El temperamento francés depende más del «bon goût» que de reglas precisas de afinación, pero en general, se trata de un mesotónico de 1/4c para las quintas «diatónicas» mientras se arreglan como se puede el resto para cerrar el círculo. La parte diatónica es justa o casi justa, las tonalidades con sostenidos salen mejor libradas que las de los bemoles, con quintas muy grandes, lo cual hace que a veces se comience a afinar en Fa o en Si♭ para favorecer estas últimas. Damos a continuación una serie de descripciones ordenadas cronológicamente.

A. Una temprana aproximación al temperamento ordinario francés consiste en llevar toda la imperfección de la V del lobo únicamente a las quintas cercanas con bemoles, Mi♭-Si♭ y Si♭-Fa.

A finales del XVII, **Lambert Chaumont** (1695) indica explícitamente que en el mesotónico los afinadores hacen Mi♭ y Si♭ (las quintas Mi♭-Si♭ y Si♭-Fa) cortas o largas *(foible ou forte)* a voluntad. Si todas son cortas, tendríamos un mesotónico regular con la quinta del lobo muy defectuosa; si se agrandan, Re♯ sería practicable al reducirse la quinta del lobo. M. Lindley (2001b) dice que la alusión a esas dos quintas podría derivar quizás de un error de Mersenne, quien no ejecutaría él mismo el temperamento sino que tomaría las instrucciones de J. Denis. El error consistiría en que, así como hay que bajar las quintas ascendentes en el mesotónico, hay que subir las descendentes (Do-Fa-Si♭...) para que el efecto sea el mismo. Mersenne, sin más, habla de «bajar» estas últimas, como ocurre con las otras.

Michel Corrette (1753, p. 88) menciona la forma de afinar del «famoso constructor de órganos de Rouen» le Sieur (**Antoine**) **Vincent** en 1712 consistente en afinar de Do a Sol♯ con quintas cortas *(faibles)* y, hacia atrás, Do ÷ Mi♭ con quintas largas *(fortes)* o ligeramente crecientes. El «defaut de la partition» queda entre Sol♯ – Re♯. Según esta descripción, tendríamos una larga cadena de quintas cortas en 1/4c (Fa ÷ Sol♯ en el caso de Chaumont, una menos, Do ÷ Sol♯, en el de Vincent).

B. Un segundo modelo lo constituyen aquellos temperamentos posteriores consistentes, como en la cita de D'Alembert, en dividir la octava en 3xIIIM: Do ÷ Mi ÷ Sol♯ ÷ Do. Las dos primeras IIIM serían justas (la segunda puede ser «casi justa» si la quinta Do♯-Sol♯ no es –1/4c) y la tercera asume toda o casi toda la diesis.

J. Ph. Rameau (1726, D'Alembert, 1772, p. 58) menciona pocos detalles del temperamento en uso. Partiendo, antes de su conversión al temperamento igual, de la base de que la alteración de la quinta es más soportable que la de la tercera (p. 107, D'Alembert, p. 57) propone el mesotónico con las últimas terceras mayores un poco más grandes *(un peu trop fortes)* para volver a la octava del sonido principal (últimas en el orden de la afinación). La alteración es tolerable porque se encuentra en tonalidades poco usuales a menos que se las escoja expresamente «pour rendre l'expression plus dure». Rameau ofrece dos versiones irregulares del temperamento (p. 110), una comenzando en Do y la otra en Si♭. En la primera, se afina de Do a Sol♯ dejando esta última nota para el final tras la disolución del exceso del «comma menor» (schisma) entre las demás quintas, aunque dice también que sería mejor comenzar a introducir el comma en Do♯. No está claro si la quinta Do♯-Sol♯ es justa y por tanto lo es la tercera mayor Mi-Sol♯, ni está clara la distribución del sobrante schisma entre el resto de las quintas *(un peu plus justes)*. Alude sin embargo a las dos últimas quintas (Sol♯-Mi♭, Mi♭-Si♭, últimas porque se comienza a reafinar por cuartas desde el Do). El esquema podría ser:

Sol♯	Mi♭	Si♭	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa♯	Do♯	Sol♯
(+)	(+)	(¿?)	(¿?)	–1/4	–1/4	–1/4	–1/4	–1/4	–1/4	–1/4	(-1/4)	

La segunda versión, paralela a la primera, comienza en Si♭, con quintas algo más justas a partir de Fa♯ para favorecer las tonalidades con bemoles (Mi♭ y La♭, además de Si♭).

Jean Le Rond d'Alembert (1752, p. 48; 1772, p. 55) divide la octava en tres grupos de quintas iguales, 3xIIIM: Do ÷ Mi ÷ Sol♯ ÷ Do (véase la cita anterior). La primera es justa y la diesis se reparte de forma progresiva entre las otras dos de forma que la quinta Sol♯-Mi♭ sea practicable. En el primer grupo, las quintas son –1/4c para que la IIIM Do-Mi sea justa; en el segundo, las quintas son mayores que las anteriores pero algo menores que las justas, con la IIIM Mi-Sol# algo mayor que la justa; las quintas descendentes del tercer grupo Do ÷ Sol# son algo mayores que las justas (y todas iguales) para que coincidan La♭ y Sol#. La IIIM Sol#-Do es, en consecuencia, muy grande.

Sol# Mi♭ Si♭ Fa Do Sol Re La Mi Si Fa# Do# Sol#
0+ 0+ 0+ 0+ –1/4 –1/4 –1/4 –1/4 0– 0– 0– 0–
[0- indica menor que justa; 0+, mayor que justa]

Suele mencionarse un supuesto error de D'Alembert en la edición de 1752: tras afinar las quintas desde Do a Sol#, luego, dice, debe hacerse desde Do hasta Re♭ (Do#), con lo que habría que volver a reafinar el Sol#. Tal error suele corregirse en ediciones posteriores. Pero J. L. Bethizy (1764, p. 128) o Rousseau dan instrucciones semejantes. Pudiera ser que no existiese tal error si se reafina el Sol#.

Pero es quizás en el *Dictionnaire de Musique* de **Jean-Jacques Rousseau** (1768, ¿tomado de Brossard, 1703?) donde la exposición del temperamento ordinario, muy parecida a la de D'Alembert, es más exacta o al menos más larga:

> Voilà ce qui s'éxecute au moyen du *Tempérament*.
>
> Pour cela 1°. on commence par l'*ut* du milieu du Clavier, & l'on affoiblit les quatres premières Quintes en montant, jusqu'à ce que la quatrième *mi* fasse la Tierce majeure bien juste avec le premier Son *ut*; ce qu'on appelle la première preuve. 2°. En continuant d'accorder par Quintes, dès qu'on est arrivé sur les Dièses, on renforce un peu les Quintes, quoique les Tierces en souffrent, & quand on est arrivé au *sol* Dièse, on s'arréte. Ce *sol* Dièse doit faire, avec le *mi*, une Tierce majeure juste ou de moins souffrable; c'est la seconde preuve. 3°. On reprend l'*ut* & l'on accorde les Quintes au grave; savoir, *fa*, *si* Bémol, & c. foibles d'abord; puis les reforçant par Degrés, c'est-à-dire, affoiblissant les Sons jusqu'à ce qu'on soit parvenu au *re* Bémol, lequel, pris comme *ut* Dièse, doit se trouver d'accord & faire Quinte avec le *sol* Dièse, auquel on s'étoit ci-devant arrêté; c'est la troissième preuve. Les dernières Quintes se trouveront un peu fortes, de même que les Tierces majeures; c'est ce qui rend les Tons majeurs de *si* Bémol & de *mi* Bémol sombres & même un peu durs. Mais cette dureté sera supportable si la Partition est bien faite, & d'ailleurs ces Tierces, par leur situation, sont moins employées que les premières, & ne doivent l'être que par choix.
>
> Les Organistes & les Facteurs regardent ce *Tempérament* comme le plus perfait que l'on puisse employer. En effet, les Tons naturels jouissent par cette méthode de toute la pureté de l'Harmonie, & les Tons transposés, qui forment des modulations moins fréquentes, offrent de grandes ressources au Musicien quand il a besoin d'expressions plus marquées: car il est bon d'observer, dit M. Rameau, que nous rece-

vons des impressions différentes des Intervalles à proportion de leurs différentes altérations (J.-J. Rousseau, *Dictionnaire de Musique*, París, 1768, p. 502).

Aquí podemos apreciar algunas características de los temperamentos franceses ya señaladas a) Las notas diatónicas (naturales) están afinadas de forma más justa (natural), mientras las alteraciones tienen diferentes grados de alteración. Esto ofrecería al compositor una gran variedad de posibilidades expresivas. b) Se comienza afinando por Do y se avanza por quintas hacia los sostenidos hasta Sol#. Regresando al Do inicial se afina ahora por quintas hacia el grave hasta el citado Sol# (o incluso el Do#). c) La octava queda dividida en tres zonas, tres IIIM: Do-Mi, Mi-Sol#, Sol#-Do afinadas de forma diferente. La primera, Do ÷ Mi, justa (las quintas en mesotónico de –1/4c); Mi ÷ Sol#, justa o un poco más grande («casi justa») con las quintas que la componen algo menores que las anteriores; la tercera Sol# ÷ Do absorbe casi toda la imperfección de la quinta del lobo con sus cuatro quintas algo mayores que las justas.

Friedrich Wilhelm Marpurg (1756, pp. 5-7), tras describir el temperamento igual expuesto por Sorge (tres IIIM iguales), expone su fórmula de temperamento desigual, «la meillure des partitions qui soient en usage». Comenzando en Fa, divide el círculo en dos grupos: siete quintas Fa ÷ Fa# cortas *(foibles)* y cinco menos cortas *(un peu plus justes ou plutôt moins foibles)* o más justas, Fa# ÷ Fa. Si las primeras fuesen –1/4c, las segundas tendrían que ser mayores que las justas, lo que es dudoso, dada la expresión «un poco más justas» y no «más grandes» que las primeras.

C. Este tercer modelo es parecido al anterior pero las quintas que asumen la díesis se afinan de forma progresiva, o al menos de manera diferente cada una.

Michel Corrette (1753, pp. 86-87) propone comenzar la afinación en Fa y temperar las ocho quintas Fa ÷ Do# en –1/4c, Do#-Sol# un poco más justa que las anteriores, Sib-Mib un poco más grande *(forte)* que las otras, Mib-Sib más justa que las otras de forma que la IIIM Mib-Sol sea un poco más grande dejando el «defecto de la partición» en las notas menos usadas de la quinta Sol#-Re#. De esta forma, tenemos justas las IIIM: Fa-La y La-Do# dejando que toda la díesis la asuma Do# ÷ Fa.

Jean Edme Gallimard (1754) comienza la afinación en Sib con siete quintas cortas en 1/4c, «reforzando» progresivamente según determinados cálculos las restantes cinco quintas para que el La# coincida con el Sib inicial (quinta del lobo Mib-Sib).

Jean Baptiste Mercadier de Belesta (1776, pp. 87-88) describe de forma algo más precisa el temperamento en uso. Se comienza en Do y se afina por quintas algo cortas hasta Mi de forma que éste haga una IIIM justa con Do. Se hace lo mismo de Mi a Sol# con la diferencia de que esta última nota debe ser «un peu forte», por lo que las quintas «no deben ser tan bajas». Tomando la octava de Sol# como Lab se afina descendiendo de Do a Lab de forma que no se toque esta última. Si colocamos el schisma («apótome menor» lo denomina Mercadier) en la quinta Do#-Sol# de forma que no sea tan baja como las anteriores, las quintas descendentes Do ÷ Lab serán justas. Quizás algo así:

Lab	Mib	Sib	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa#	Do#	Sol#
	0	0	0	0	−1/4	−1/4	−1/4	−1/4	−1/4	−1/4	−1/4	−1/4+sch.

Sin embargo, continúa, «el uso ordinario» hace que a la primera de las cuatro quintas descendentes (Do-Fa) se le dé un poco más de «largura» *(trés peu de grandeur de plus)* que a Do#-Sol#, un poco más a la siguiente (Fa-Sib), continuando así hasta la última (Sol#-Mib), que se hace la mayor de todas:

Lab	Mib	Sib	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa#	Do#	Sol#
	+++	++	¿0?	+	−1/4	−1/4	−1/4	−1/4	−1/4	−1/4	−1/4	¿-1/4+sch.?

Mercadier introduce por tanto de forma explícita el concepto de «alargamiento *(élargissement)* progresivo» de las quintas descendentes: Do ÷ Sol#. Esto daría lugar a una gran cantidad de quintas: cortas, menos cortas, justas, largas, más largas... Por este temperamento, concluye, las imperfecciones son insensibles en las tonalidades naturales *(tons naturels)* y en las que tienen más sostenidos que bemoles.

D. A finales del siglo XVIII aparecen algunas modificaciones al temperamento usual. Mercadier (1784, pp. 11-12; véase A. Suremain de Missery, 1793, pp. 256-7) modifica el sistema de D'Alembert para que no haya quintas mayores que las justas. Las tres IIIM Do-Mi, Mi-Sol# y Sol#-Do son progresivamente mayores que las justas en 1/3c, 2/3c y 1c (3/3c) menos el schsima de 2 cents (1/11c) que quedaría colocado entre Fa-Do. De esta forma, las quintas de las IIIM respectivas serían −1/6c, −1/12c y 0 (Fa-Do: −1/11c). Un temperamento entre el ordinario y el igual y muy semejante a los del tipo 6x1/6c, tipo Lambert I, Vallotti o Young II (P. Barbieri, 1987, p. 231).

Alexandre Loüet (1797, c. vii) propone un temperamento para el fortepiano derivado del de Rameau, con varios tipos de quintas. Sib ÷ Si con quintas cortas *(faibles)* y Re-La muy corta *(très faible)* (lo que recuerda a Kinberger I), el resto casi justas *(presque justes)* (las IIIM La-Do♯ y Mi-Sol♯ deben ser *un peu fortes*), mientras la quinta del lobo Sol♯-Mi♭ resulte tolerable. El resultado es ya un temperamento muy cercano al igual.

Finalmente, en el siglo XIX, el barón de **Prony** (1832) da una interpretación del antiguo temperamento francés en consonancia parcial con los de Rameau, D'Alembert, Corrette o Marpurg: siete u ocho quintas iguales en mesotónico regular y el resto mayores que las justas en +5/22 de comma sintónico. El cálculo lo ofrece en cents:

+5/22	+5/22	+5/22	+5/22	−1/4	−1/4	−1/4	−1/4	−1/4	−1/4	−1/4	−1/4	
La♭	Mi♭	Si♭	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa♯	Do♯	Sol♯
7,73	2,79	9,86	4,93	0,00	6,97	1,93	8,90	3,86	10,83	5,79	0,76	7,73

Los «buenos temperamentos». Alemania, Italia, Inglaterra

Si los franceses modifican el mesotónico de 1/4c a costa a veces de continuos ajustes, en Alemania asistimos a la modificación de la afinación pitagórica consistente en la reducción de algunas quintas en n/12avos de comma pitagórico (1/12cp, 1/6cp, 1/4cp). La característica más notable de estos temperamentos es la sencillez de su concepción y la correspondiente facilidad de afinación práctica. El método es expeditivo y elemental: si 12 quintas superan a 7 octavas en 1 comma pitagórico, repartimos éste entre algunas quintas «diatónicas». Conseguimos así que las consonancias entre éstas, al acortarse, se acerquen a las justas mientras el círculo se cierra, eso sí, con una buena dosis de quintas justas, normalmente entre las «cromáticas». En caso de que el intervalo a eliminar sea el comma sintónico, un poco menor que el pitagórico, la diferencia entre ambos (el schisma de 2 cents) queda perdido entre alguna de las quintas, generalmente Si-Fa♯, que ejerce ahora como una especie de quinta del lobo devaluada. El gran número resultante de quintas justas contiguas permite una afinación sencilla y rápida, sin necesidad muchas veces ni de acudir al monocordio. F. W. Marpurg (1790, p. 1) hablará en algunos casos de un método mecánico *(mechanische Metode)* (P. Barbieri, 1987, 245 nota. Algo parecido referente a Loulié, p. 254).

Si observamos la lista de algunos de estos temperamentos vemos que los fragmentos del comma se han repartido entre quintas diatónicas, que hay un gran número de quintas "cromáticas" justas y que el schisma aparece en aquéllos que dividen el comma sintónico. Todo ello nos recuerda a la afinación pitagórica con quinta del lobo entre Si-Fa♯ (A. de Zwolle) en un caso, o a las afinaciones de Ramos y Fogliano. Sólo hay que tener en cuenta el diferente contexto en que se producen. Entonces se iba del pitagorismo a la justa entonación, ahora el camino es casi inverso, la sencillez, racionalidad práctica y naturalidad de los intervalos que caracterizan la Ilustración frente al artificio del temperamento tradicional.

En el esquema, bajo el término «modelo», aparecen el número de quintas que han sido rebajadas en la fracción de comma correspondiente: 2x1/2cs significa que las dos quintas que se mencionan a continuación han sido acortadas en 1/2cs. En el caso de que se trate del comma pitagórico, se indica como cp. Los schismata están expresados en fracciones de comma sintónico y, a continuación, las quintas entre las que se encuentra. No escribimos las quintas justas (son, obviamente, las que restan), tan sólo su número (véase el cuadro de la p. 190).

Observamos que en los dos primeros ejemplos hay quintas con 1cs entero de disminución. El tercero (Kirnberger I) es el de Ramos. Neidhardt (1734, pp. 27-8) califica de «casi intolerable» *(prorsus intolerabilem)* a un monocordio con una quinta reducida en 1cp y 11 quintas justas definiéndolo como «temperamento sin temperamento» (*temperatio, temperatione destituta,* Barbieri, 251n.) A excepción de autores como Corrette o Euler, no se acepta que sean tolerables quintas reducidas en 1 comma pitagórico o sintónico.

En otros dos hay quintas reducidas en 1/2c, la solución de Fogliano, para que sean tolerables. Un ejemplo paradigmático de esta solución es el Kirnberger II. Para este autor, las quintas pueden disminuir 1/2c máximo, las terceras 1 entero.

Señalar finalmente cómo muchas veces hay en estos temperamentos una «corrección» de un sistema con fracciones de comma sintónico consistente en una «reducción» a otro, calculado en fracciones de comma pitagórico. Esto es debido a la poca diferencia entre ambos commas, mientras se alcanza sencillez y claridad a la hora de afinar una quinta justa sin necesidad del restante schisma. Es el caso de von Wiese respecto a Kirnberger o del Vallotti actual al original (a la inversa ocurre con Kirnberger respecto a Sorge).

Alemania

Vamos a considerar ahora aquellos temperamentos de teóricos alemanes que más juego han dado o más utilizados hoy día como son los de Werckmeister, Neidhardt y Kirnberger. Junto a Printz, Sorge y Marpurg pertenecen éstos a un grupo de intérpretes, compositores y teóricos procedentes sobre todo del norte de Alemania, un tanto alejados de la corriente cientificista que había

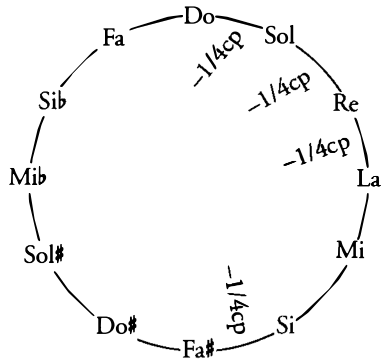
Modelo	Quintas	Schisma	Quinta	Quintas justas
	Loulié (1698), Corrette (1753)			
3x1cs	Sib-Fa, Sol-Re, Si-Fa#	+21/11	Sol#-Mib	8
	Euler (1739)			
2x1cs	Re-La, Fa#-Do#	+10/11	Sib-Fa	9
	Kirnberger (1766)			
1x1cs	Re-La	–1/11	Fa#-Do#	10
	Kirnberger (1771)			
2x1/2cs	Re-La-Mi	–1/11	Fa#-Do#	9
	von Wiese (1795)			
2x1/2cp	Re-La-M			10
	Marpurg (1776)			
3x1/3cp	Fa-Do, La-Mi, Lab-Mib			9
	Stanhope (1806)			
3x1/3cs	Sol-Re-La-Mi	2x(-1/22)	Mib-Sib, Si-Fa#	7
	Loulié (1698), Corrette (1753)			
3x1cs	Sib-Fa, Sol-Re, Si-Fa#	+ 21/11	Lab-Mib	8
	Werckmeister (1691)			
4x1/4cp	Do-Sol-Re-La, Si-Fa#			8
	Sorge (1774)			
4x1/4cp	Do-Sol-Re-La-Mi			8
	Kirnberger (1771)			
4x1/4cs	Do-Sol-Re-La-Mi	–1/11	Fa#-Do#	7
	Lambert (1774)			
6x1/6cp	Sol-Re-La-Mi-Si-Fa#-Do#			6
	Vallotti (¿1779?)			
6x1/6cs	Fa-Do-Sol-Re-La-Mi-Si	–1/11	Sib-Fa	5
	Vallotti-Tartini			
6x1/6cp	Fa-Do-Sol-Re-La-Mi-Si			6
	Young (1800)			
6x1/6cp	Do-Sol-Re-La-Mi-Si-Fa#			6
	Lambert (1774)			
7x1/7cp	Fa-Do-Sol-Re-La-Mi-Si-Fa#			5
	Neidhardt (1732)			
4x1/6+4x1/12cp	Do-Sol-Re-La-Mi//Mi-Si-Fa#,Sol#-Mib-Sib			4
	Neidhardt (1724)			
3x1/6+6x1/12cp	Do-Sol-Re-La//La-Mi, Si-Fa#-Do#-Sol#, Mib-Sib-Fa			3
	Sorge (1758)			
3x1/6+6x1/12cp	Do-Sol-Re-La//La-Mi, Si-Fa#-Do#,Sol#-Mib-Sib-Fa			3

comenzado a extenderse por Europa en el siglo XVII. Neidhardt era más bien un teólogo, además de mal matemático, igual que Printz, Marpurg o Kirnberger, quien a su vez propone temperamentos muy arcaicos ya para su época. Werckmeister (1697b, p. 109) podía comparar los malos temperamentos con el falso cristianismo ya que «cuanto más cercana está una cosa a su origen, más cerca está de su perfección». Desconoce incluso la causa de los batidos en la afinación y las reglas que los rigen. En cualquier caso, nada que ver en grado de sofisticación a un Sauveur en Francia, Huygens en Holanda, Smith en Inglaterra o Euler y Lambert en la propia Alemania. En una expresión de Barbour (1951, p. 156) que ha hecho fortuna, se denomina «comma-juggling» a los procedimientos de estos teóricos, que pasarían a ser algo así como «manipuladores del comma». Y sin embargo, por primera vez aparece aquí, a finales del XVII y frente a toda la familia de temperamentos mesotónicos y cíclicos la novedosa idea, aplicada al órgano, de un círculo cerrado de 12 quintas sin V del lobo, de distribución desigual y cuyo temperamento favorezca las tonalidades más usuales frente a las «periféricas» (como las denomina Werckmeister).

Andreas Werckmeister (1645-1706). A él se debe el primero y más famoso de los temperamentos irregulares que, aunque poco conocido fuera de su país, se convirtió pronto en uno de los más imitados dentro de Alemania (Neidhardt, Sorge, 1748, p. 21; Marpurg, 1776, p. 160, quien no lo considera muy bueno; Türk, 1808, pp. 477-482). Este temperamento aparecía ya en la *Orgel Probe* de 1681 e incluso en escritos anteriores de otros autores pero es mediante el *Musicalische Temperatur* (1691, p. 77) como es ampliamente conocido.

Werckmeister presenta en esta obra seis afinaciones y temperamentos: i) un sistema de justa entonación de veinte notas por octava que servirá de marco de referencia para calcular las desviaciones del resto. No es practicable, rechazándose el uso de «subsemitonia» (teclas dobles), ii) el temperamento mesotónico habitual de 1/4c que denomina *alte, falsche* o *unrichtige Temperatur* y rechaza, iii) el más famoso de los temperamentos por los que el autor es conocido, aplicado a los *modi ficti* (tonalidades con notas cromáticas), iv) otro temperamento aplicable en este caso a los *regular modi* (con notas diatónicas), v) un tercer temperamento semejante pero peor que los anteriores, y vi) el denominado temperamento *septenarius*.

Werckmeister III (1/4cp). El comma pitagórico se divide entre cuatro quintas; el resto son justas:



1/4 cp = 6 cents

792,2	294,1	996,1	498	0	696,1	192,2	888,3	390,2	1092,2	588,3	90,2	792,2
Lab	Mib	Sib	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa#	Do#	Sol#
0	0	0	0	−1/4p	−1/4p	−1/4p	0	0	−1/4p	0	0	

Este temperamento para el *genus chromaticum* da unas buenas terceras mayores en las notas diatónicas mientras las cromáticas son pitagóricas. El objetivo de Werckmeister no es otro que hacer más puros los intervalos más consonantes y más usuales, con diferente grado de desviación en las consonancias: «... dasz die Octava nichts/ die Quinta und Quarta wenig/ die Tertiae majores ein mehres/ die Tertiae minores noch mehr/ also auch die Sexten/ in denen Temperaturen vertragen können» (1691, 4).

La afinación puede realizarse en tres etapas, i) A partir de Do y hacia atrás, ocho quintas justas Do ÷ Mi, ii) Desde Do de nuevo y hacia adelante, cuatro quintas (Do ÷ Mi) iguales de forma que el c.p. se reparta equitativamente entre las quintas de la tercera Do-Mi, iii) Afinar justas las notas, Mi respecto a La y Si respecto a Mi de forma que la quinta reducida en −1/4c La-Mi pase a Si-Fa#.

Hay que indicar que a veces se denomina a éste, *Werckmeister I*, en referencia a ser el «primer temperamento correcto» de los presentados por el autor. Así, Barbour (1951: «Correct Temperament, Nº 1») o Di Veroli (1978, p. 107). Estos autores llamarán a los siguientes, Nº 2, Nº 3, etc. Es más habitual denominarlo «III» por ser el tercer sistema de afinación que presenta el autor (véase el apartado final para un ulterior tratamiento).

Werckmeister IV (1/3cp.). El cuarto sistema de temperamento presenta la siguiente estructura del círculo con unidades de 1/3cp:

784,4	294,1	1003,9	498,0	0,0	694,1	196,1	890,2	392,2	1086,3	588,3	82,4	784,4
Sol#	Re#	Sib	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa#	Do#	Sol#
+1/3p	+1/3p	−1/3p	0	−1/3p	0	−1/3p	0	−1/3p	0	−1/3p	0	

En contraste con el anterior, se aplica a las tonalidades diatónicas («...dem Generi diatonico favorabel» p. 77). Es, en realidad, muy parecido en resultado al 1/6cp (o incluso al mesotónico 1/6c) debido a esa alternancia de quintas con –1/3cp y justas.

Las reglas de afinación del propio autor (pp. 79-80) indican afinar con más o menos batidos a partir de Do por quintas según indica el diagrama haciendo pruebas en Do-Mi («C-E Probe: ein gar weniges, welches man fast mit dem Gehör nicht penetriren kan, herauffwarts schwebet»), Sol-Si («G-H Probe: auffwarts schweben»), Re-Fa♯ («D-Fis Probe: heraufwerts schweben...»), etc.

Menos interesante es **Werckmeister** V (p. 79):

Mi♭ Sib♭ Fa Do Sol Re La Mi Si Fa♯ Do♯ Sol♯ Re♯
0 0 –1/4p 0 0 –1/4p –1/4p 0 0 –1/4p –1/4p +1/4

La alternancia de quintas –1/4cp y justas le hace parecerse a un –1/8cp o un mesotónico de 1/8c con la Vlobo en Sol♯-Mi♭.

Werckmeister VI («Temperatur aus dem Septenario») (p. 80). No deja de ser una curiosidad numerológica más que un temperamento práctico. Barbour (1951, p. 166), siguiendo a Dupont (1935, p. 82), lo interpreta en términos de –1/7cp sin ninguna justificación y hoy día algunos autores lo consideran un –1/7cp en 11 quintas entre Do ÷ Mi♯.

Ch. Huygens conocía el texto de Werckmeister pero no lo apreciaba. Para un científico como él, se trataba de sistemas meramente prácticos carentes de razón teórica. Su sistema de 31 notas por octava era también un sistema cerrado, aunando la perfección teórica (un temperamento igual matemáticamente definido) y práctica (correspondía al mesotónico regular). Quizás por el estilo poco sistemático de sus escritos, Huygens califica a Werckmeister de autor falto de erudición y de poco valor *(auctor ineruditus et parvii pretii).*

Kellner (1/5cp.). Desde Barbour sabemos que la expresión «bien temperado» del clave de J. S. Bach no se refiere al temperamento igual. ¿Quizás un Werckmeister III? El Dr. Herbert Anton Kellner (1977) cree haber dado con el temperamento del «Clave bien temperado» derivado del Werckmeister pero supuestamente mejor: cinco quintas Do ÷ Mi más Si-Fa♯ temperadas en –1/5cp y el resto justas:

La♭ Mi♭ Si♭ Fa Do Sol Re La Mi Si Fa♯ Do♯ Sol♯
–1/5p –1/5p –1/5p –1/5p –1/5p

«Bach's musical temperament comprises within its circle 5 well tempered fifths. This system "wohltemperirt" of J.S. Bach —the composer's own authentic spelling— is the musical tuning for *Das wohltemperirte Clavier...* The well-tempered fifths are (practically) all equal, being reduced by 1/5 Pythagorean comma, i.e. by about 4.7 cents. It is essential to note that Bach's system "wohltemperirt" admits all 24 keys, major and minor.» (Véase la ilustración correspondiente al «sello» de Bach que acompaña al texto en el que en el anillo externo aparecen supuestamente las quintas justas y temperadas como rubíes y perlas; véase asimismo más adelante la propuesta de J. Barnes en Inglaterra.)

Neidhardt (1685-1739). Nacido el mismo año que J. S. Bach, Johann Georg Neidhardt propone más de dos docenas de temperamentos agrupándolos según su adecuación (probablemente en cuanto a cantidad de modulaciones posibles) en: aptos para una villa *(Dorf)*, una ciudad pequeña *(kleine Stadt)*, gran ciudad *(grosse Stadt)* y corte (*Hof*, el temperamento igual). Todos ellos se caracterizan por presentar las quintas reducidas en 1/6 y 1/12avos de comma pitagórico con algunas quintas justas. Los más conocidos son los dos siguientes.

Neidhardt I (1732) (1/6cp, 1/12cp)

Lab		Mib		Sib		Fa		Do		Sol		Re		La		Mi		Si		Fa#		Do#		Sol#
	−1/12		−1/12		0		0		−1/6		−1/6		−1/6		−1/6		−1/12		−1/12		0		0	

Es un temperamento simétrico: la IIIM, Do-Mi en −1/6cp y las otras dos IIIM con la misma distribución de quintas: −1/12, −1/12, 0, 0. Por eso, podemos afinar las tres terceras mayores fijando sus límites: Do-Mi-Sol#-Do. i) Afinar Do-Mi algo mayor que la justa (batiendo ligeramente más rápido que 2v/s) y todas sus quintas iguales, ii) colocar la nota Sol#-Lab de forma que haga con Do y Mi dos terceras iguales que serán bastante mayores que la justa. Tenemos como referencia las notas Sol#, Do y Mi, iii) las quintas que componen Sol#-Do y Sol#-Mi son simétricas yendo hacia abajo en el círculo: dos justas y dos disminuidas en 1/12cp. Yendo de Do hacia abajo, afinamos dos quintas justas, Fa y Sib, y colocamos entre ésta y Sol#, ya determinada, una nota igualmente temperada por quintas con ambas, Mib. Lo mismo haremos con Sol#-Do#-Fa# y Si. Es el mismo procedimiento que habíamos hecho con Sol#.

Neidhardt III (1724, pp.12-19)

Lab		Mib		Sib		Fa		Do		Sol		Re		La		Mi		Si		Fa#		Do#		Sol#
	0		−1/12		−1/12		0		−1/6		−1/6		−1/6		−1/12		0		−1/12		−1/12		−1/12	

Este temperamento es anterior al primero y curiosamente más cercano al igual que aquél. En el **I** se diferencian más las tonalidades, buscándose la pureza de las terceras diatónicas a costa de las quintas. En éste estamos más cerca del temperamento igual (-1/12cp en todas las quintas). Otros temperamentos distribuyen de forma parecida los tres tamaños de las quintas:

La♭	Mi♭	Si♭	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa♯	Do♯	Sol♯
	0	0	−1/12	−1/12	−1/6	−1/6	−1/6	−1/12	0	−1/12	−1/12	−1/12
	0	−1/12	−1/12	0	−1/4	−1/12	−1/6	−1/12	0	−1/12	−1/12	−1/12
	−1/12	−1/12	0	0	−1/12	−1/6	−1/4	−1/4	0	−1/12	0	0

Sorge (1/6cp y 1/12cp) (1758). Georg Andreas Sorge (1703-1778) fue otro teórico importante cuyos temperamentos, como los de Neidhardt, oscilan entre los buenos temperamentos y el temperamento igual. Firme partidario del temperamento igual frente al de Silbermann, al que califica de «Temperamentum inequale vetus», propone su propio «Temperamentum inequale modernum» (1758), muy parecido al Neidhardt III:

Si♭	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa♯	Do♯	Sol♯	Re♯	La♯
	−1/12	0	−1/6	−1/6	−1/6	−1/12	0	−1/12	−1/12	0	−1/12	−1/12

Otro, anterior (1744, p. 24), puede considerarse un antecedente del Kirnberger III:

La♭	Mi♭	Si♭	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa♯	Do♯	Sol♯
	0	0	0	0	−1/4	−1/4	−1/4	−1/4	0	0	0	0

Otros (1744):

La♭	Mi♭	Si♭	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa♯	Do♯	Sol♯
	0	−1/12	−1/12	−1/6	−1/6	−1/6	−1/12	−1/12	0	−1/12	−1/12	0
	0	−1/12	−1/12	0	−1/6	−1/6	−1/6	0	−1/6	−1/12	−1/12	0

Kirnberger II (1/2cs) (1771). Murpurg (1776) menciona dos temperamentos debidos a Johann Philipp Kirnberger (1721-1783). En el primero, la quinta Re-La está rebajada en 1 comma sintónico y el schisma (-1/11c) queda entre Sol♭-Re♭. Puede verse que es un sistema muy malo. Una versión mejorada es el Kirnberger II (2 × 1/2c) (1771), un epígono del de Fogliano, consistente en dividir el comma en dos mitades entre las quintas Re-La y La-Mi. El schisma (1/11c) queda situado entre Fa♯-Re♭:

90,2	792,2	294,1	996,1	498,0	0,0	702,0	203,9	895,1	386,3	1088,3	590,2	90,2
Re♭	La♭	Mi♭	Si♭	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa♯	Do♯
							−1/2	−1/2			−1/11	

Parece mentira que a finales del siglo XVIII, y en un discípulo de J. S. Bach, aparezcan temperamentos tan arcaicos, sobre todo tras las sutilezas de Neidhardt y Sorge. Sin embargo estuvo en boga a principios del siglo XIX en Alemania, Inglaterra e Italia. A Marpurg no le gustaba y Lindley o Di Veroli (p. 107) lo consideran inepto o poco recomendable en la práctica. Sigue apareciendo sin embargo, hoy día entre los «buenos temperamentos» en uso. Las quintas reducidas son para algunos soportables mientras son justas las IIIM Do-Mi, Sol-Si, Re-Fa♯ y las IIIm Mi-Sol y Si-Re.

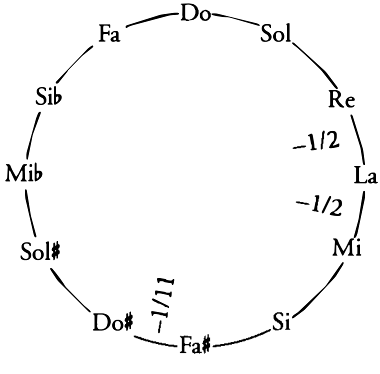
El mayor éxito de este temperamento proviene de la facilidad para llevarse a la práctica de forma mecánica: i) Tercera Do-Mi justa, ii) justas las quintas de la cadena Re♭ ÷ Re, iii) las quintas Mi-Si-Fa♯ justas. El schisma queda entre los límites Fa♯ y Re♭, iv) modificar el La para dividir el comma en partes iguales entre Re-La-Mi.

Kirnberger III (1/4cs) (1771). Para mejorar el temperamento anterior, Kirnberger propone otro temperamento que distribuye el comma entre cuatro quintas con objeto de disminuir la imperfección de las dos quintas anteriores. Es el conocido como Kirnberger III:

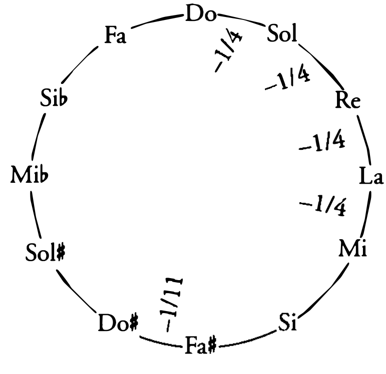
792,2	294,1	996,1	498	0	696,1	192,2	888,3	384,4	1086,3	588,3	90,2	792,2
La♭	Mi♭	Si♭	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa♯	Do♯	Sol♯
0	0	0	0	−1/4	−1/4	−1/4	−1/4			−1/11		

El temperamento se lleva a la práctica igual que el **II** pero distribuyendo el comma entre las cuatro quintas Do ÷ Mi.

Kirnberger II



Kirnberger III



Una modificación del Kirnberger III se debe a Printz (1696), quien coloca el schisma entre Si-Fa♯ para mejorar algo la tercera mayor Si-Re♯. Sorge, por su lado (1774, véase), había propuesto una división parecida al Kirnberger III sin schisma, dividiendo el comma pitagórico entre cuatro quintas Do-Sol-Re-La-Mi. Sustituyendo el comma sintónico por el pitagórico se elimina el schisma. De esta forma se «pitagorizan» y simplifican temperamentos con cs+sch (=cp).

Von Wiese (1/2cp.). En las instrucciones de afinación de Christian Ludwig Gustav (barón von Wiese) (1795, p. 10) aparece el sistema de Kirnberger II de forma totalmente pitagórica, con diez quintas justas y dos reducidas en 1/2cp:

Re♭		La♭		Mi♭		Si♭		Fa		Do		Sol		Re		La		Mi		Si		Fa♯		Do♯
	0		0		0		0		0		0		0		−1/2		−1/2		0		0		0	

Afinando de forma mecánica las 10 quintas Fa♭ (Mi) ÷ Re justas y dividiendo el tono Re-Mi en dos quintas iguales, éstas (Re-La-Mi) quedan reducidas en 1/2cp desapareciendo el schisma. En otros casos, coloca las dos V, −1/2cp en Si-Fa♯, Mi♭-Si♭ / Si-Fa♯, Do-Sol / Mi-Si, Si♭-Fa / Si-Fa♯, Si♭-Fa / Re-La o Sol-Re y Si-Fa♯. El resto de quintas son justas.

Stanhope (1/3cs). Otra alternativa conocida en Londres a principios del siglo XIX corresponde a Charles Stanhope (1753-1816) (1806, pp. 12-14), quien, tras hacer justa la IIIM Do-Mi, hace aumentar en medio schisma (-1/22) las otras dos IIIM, Mi-Sol♯-Do. La afinación de determinadas quintas justas hace que el schisma quede dividido en dos mitades entre Mi♭-Si♭ y Si-Fa♯ y el comma sintónico en tres, entre las quintas Sol-Re-La-Mi:

589,2		91,2		793,2		294,1		996,1		498		0		702		196,7		891,5		386,3		1088;3		589,2
Sol♭		Re♭		La♭		Mi♭		Si♭		Fa		Do		Sol		Re		La		Mi		Si		Fa♯
	0		0		0		−1/22		0		0		0		−1/3		−1/3		−1/3		0		−1/22	

Lambert (1/6cp y 1/7cp.). En Alemania, el matemático Johann Heinrich Lambert (1728-177) propone (1774), para quienes rechazan el temperamento igual por demasiado uniforme (V:−1/12cp), un temperamento desigual pero simétrico consistente en seis quintas justas y seis reducidas en 1/6cp:

Mi♭		Si♭		Fa		Do		Sol		Re		La		Mi		Si		Fa♯		Do♯		Sol♯		Re♯
	0		0		0		0		−1/6		−1/6		−1/6		−1/6		−1/6		−1/6		0		0	

Las quintas muy usuales Fa-Do-Sol quedan justas. Ya que con esta afinación se favorecen las tonalidades con sostenidos y para una mejor afinación de las terceras diatónicas propone otro temperamento en que las 7 quintas Fa ÷ Fa# sean iguales, acortándose en 1/7cp; las cinco restantes quedan justas:

297,5	999,4	501,4	0	698,6	197,2	895,8	394,4	1093	591,6	93,6	795,5	297,5
Mib	Sib	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa#	Do#	Sol#	Re#
0	0	–1/7	–1/7	–1/7	–1/7	–1/7	–1/7	–1/7	0	0	0	

Lambert convertirá este temperamento a fracciones n/12cp haciendo –1/6cp: Fa-Do-Sol, Re-La-Mi-Si, y –1/12cp: Sol-Re, Si-Fa#; el resto, justas.

Aunque el temperamento 6x1/6cp de Lambert no es excesivamente apreciado, sí lo será el de los otros dos representantes de esta modalidad de temperamento, Vallotti en Italia y Young en Inglaterra.

Italia

En el siglo XVIII aparecen en la región italiana del Véneto, en conexión con la iglesia de Santo Domingo de Padua, una serie de músicos y teóricos importantes entre los que sobresale por su importancia actual F. A. Vallotti. Su objetivo principal consiste en afinar de forma regular las quintas diatónicas, las notas más usadas en el oficio divino.

El padre **Pietro Nacchini** (1694-1769) fue un ilustre organero que afinaría sus instrumentos en algo semejante a un mesotónico regular de –1/6c. La Vlobo Sol#-Mib, una sexta disminuida, sería excesivamente grande, unos 3/4c, mientras en opinión de Tartini y Vallotti no debería superarse 1/2c (para que la tercera menor Fa-Lab fuese practicable según el primero; si no, sería una tercera aumentada).

El matemático, físico, arquitecto, músico y poeta **Giordano Riccati** (1709-1790) propone con tal objetivo hacer las quintas entre las notas diatónicas (Fa ÷ Si) un poco más cortas, 3/17c (en lugar de 3/18c) y las cromáticas en torno al –1/11c. Cálculos más exactos darían un temperamento con las quintas diatónicas –3/17, cromáticas –1/10,8 y Vlobo ≈ +3/7c (1757). O quintas diatónicas –1/6c, cromáticas –1/11c y Vlobo ≈ +1/3c (1786). (Para profundizar en todo este asunto y el posterior es imprescindible consultar: P. Barbieri, 1987, pp. 174 y ss.)

La idea de Riccati es interesante por dividir el círculo de quintas en dos mitades iguales afinadas de forma uniforme cada una de ellas, 1/6 la parte diatónica y 1/11 la cromática. Pero como indicaría **A. Barca** (1800), este temperamento tiene el inconveniente de tener tres diferentes tipos de quintas y la falta de progresión en el aumento de las consonancias debido a la quinta del lobo. El proceso que conduzca a un temperamento simétrico, dos mitades iguales con afinación propia cada una de ellas y sin quinta del lobo, culminaría con Vallotti.

El padre **Francescantonio Vallotti,** maestro de capilla del Santo, propone, al parecer, un temperamento muy sencillo: reducir las quintas más usuales, las diatónicas, en el regular –1/6c y dejar justas las otras. De esta forma aparece el schisma –1/11c que, según sus instrucciones de afinación (ed.1950, p. 198, ¿1779?), quedaría situado entre Si♭-Fa:

La♭ Mi♭ Si♭ Fa Do Sol Re La Mi Si Fa♯ Do♯ Sol♯
0 0 –1/11 –1/6 –1/6 –1/6 –1/6 –1/6 –1/6 0 0 0

No es, sin embargo, este temperamento el conocido actualmente como «Vallotti». Ni lo es la versión de Barca (1800), consistente en distribuir el schisma entre las seis quintas cromáticas que quedan temperadas en –1/6 de schisma. Como 1/6sch (0,33cents) = 1/66c (0,33cents), esta segunda versión del temperamento quedaría con las quintas entre notas diatónicas Fa ÷ Si, –1/6c y entre las cromáticas Si ÷ Fa, –1/66c. Estos temperamentos no habrían sido conocidos fuera de Italia.

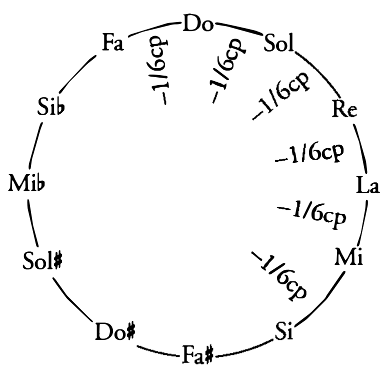
La versión del Vallotti que actualmente conocemos es debida sobre todo a la información que de forma un tanto ambigua nos ofrece Tartini (1754), que reproducimos in extenso (la descripción del temperamento aparece en la segunda mitad del fragmento):

> Il peggio si è, che questo temperamento non ha certa legge, chi lo vuole eguale , chi più, o meno partecipato, chi più in un luogo, che in un'altro. Ciò tanto è vero, quanto che preferentemente in Italia, e fuori d'Italia si studia molto per trovar quel tal temperamento ragionevole, in cui convengano, e si acordino le nazioni (in ciò tra loro discordanti), le quali fanno uso comune di questa musica, e di questi strumenti. Ma il caso è disperato, perchè non vi è luogo a temperamento nella forma delle ragioni di sistema; el il pretendere di diformar le ragioni con ragione è contradizione manifesta. Questo caso ha più bisogno di prudenza, che d'altro; ed io lodo infinitamente il sentimento del Padre Valloti [sic] nostro Maestro come il più ragionevole di tutti, perché il più prudente. Egli, dice, che si deve lasciare a' tasti bianchi dell'organo tutta la loro naturale perfezione; si perchè sono li naturali del Genere diatonico; si perchè di questi nel servigio Ecclesiastico se ne fa il maggior uso: riducendo la massima imperfezione a que' tasti neri, che sono i più lontani dal Genere diatonico, e di quasi niun'uso. In oltre osserva qual piacere risulta suonando l'organo [...] dal confronto della perfezione maggiore, e minori degli accordi rispetto alle varie modulazioni, che occorrono. Se il temperamento fosse eguale, o poco più poco meno, non vi sarebbe certamente questo chiaro oscuro, quale in pratica produce ottimo effetto (G. Tartini, 1754, p. 100).

«Dejar en las teclas blancas del órgano toda su perfección natural», «poniendo la máxima imperfección en las teclas negras», dice el texto. Si podemos suponer un –1/6c para las teclas blancas, nada concreto se especifica sobre la distribución de la imperfección en las teclas negras. Este hecho y el efecto de «chiaro oscuro» que se produce con este temperamento podría aplicarse igualmente al de Riccati y a otros semejantes.

En cualquier caso, la interpretación de este fragmento, por el que se conoció la propuesta de Vallotti, es una «pitagorización» y consiguiente «simetrización» de su sistema en aras de la simplicidad. Utilizando el comma pitagórico repartido en seis quintas en lugar del comma sintónico se elimina el schisma. Vallotti aconsejaba no superar cuatro alteraciones en la armadura (en ese caso estaríamos, en efecto, en la afinación pitagórica de quintas justas).

Obsérvese la extrema simetría de un temperamento que ofrece alteraciones iguales en tonalidades con el mismo número de alteraciones en la armadura: SolM y FaM, ReM y SibM, LaM y MibM, etc.:



Lab Mib Sib Fa Do Sol Re La Mi Si Fa# Do# Sol#

0 0 0 –1/6p –1/6p –1/6p –1/6p –1/6p –1/6p 0 0 0

Este temperamento es muy sencillo de llevar a la práctica, de ahí de su éxito. Basta con afinar justas las quintas del tritono Si ÷ Fa y con quintas igualmente cortas las del tritono Fa ÷ Si (véase el Apéndice V para posteriores consideraciones).

Inglaterra

Young II. En Inglaterra, Thomas Young (1773-1829) expone un temperamento para teclado muy parecido al de Vallotti y del que dice que es el usado por muchos constructores de instrumentos (1800, pp. 143-147). La expresión sencilla de tal temperamento en fracciones de comma pitagórico es la siguiente:

792,2	294,1	996,1	498	0	698	196,1	894,1	392,2	1090,2	588,3	90,2	792,2
Lab	Mib	Sib	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa#	Do#	Sol#
0	0	0	0	–1/6	–1/6	–1/6	–1/6	–1/6	–1/6	0	0	

1/6cp = 4cents (3,92)

Puede afinarse a partir de Do con seis cuartas justas el tritono Do ÷ Solb y con seis quintas iguales Do ÷ Fa#. A menudo se califica a este temperamento de «Young II», siendo el «I»,

Young I.

Lab	Mib	Sib	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa#	Do#	Sol#
0	0	–1/12	–1/12	–1/6	–1/6	–1/6	–1/6	–1/12	–1/12	0	0	

John Barnes (1979) propone un método de evaluación del temperamento correspondiente a cada pieza musical concreta basado en las IIIM que, aplicado al «Clave bien temperado» de Bach, ofrecería para esta obra un temperamento mejor que los de Werckmeister y Kellner. Es muy parecido al de Vallotti: las quintas cromáticas Fa# ÷ Fa son puras, así como Mi-Si, mientras las diatónicas Fa ÷ Mi y Si-Fa# están temperadas en –1/6cp.

Lab	Mib	Sib	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa#	Do#	Sol#
0	0	0	–1/6	–1/6	–1/6	–1/6	–1/6	0	–1/6	0	0	

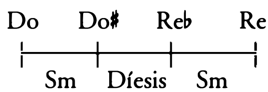
9 *Temperamentos cíclicos. La microtonalidad del siglo* XX

Podemos remontarnos hasta Aristóxenos, si queremos, para encontrar la octava dividida en partes iguales, ideal que recorrerá continuamente la teoría musical tradicional. La división en partes iguales aparece en la modernidad relacionada con un temperamento mesotónico dado. Vicentino había expuesto la idea de dividir el tono en cinco partes iguales, Salinas arremete contra ella y quizás por eso no explota su descubrimiento de que en el temperamento de 1/3c en 19 partes los intervalos pueden ser múltiplos de la unidad mínima, que es la díesis. Después, Huygens, Zaragoza, Sauveur y otros generalizan la idea a varios temperamentos posibles. R. Smith mantendrá en 1749 que cualquier temperamento mesotónico puede dar lugar a un sistema cíclico, sin quinta del lobo, por aproximación de los intervalos entre ambos. En manos de los teóricos de corte físico-matemático tales sistemas funcionan independientemente de su aplicación práctica. Hay algunos de ellos, sin embargo, que se han utilizado a lo largo de la historia musical. Son los que mencionamos aquí.

Si en los siglos XVII y XVIII se exploran los temperamentos circulares asociados al correspondiente mesotónico, en el XIX los intervalos de los temperamentos cíclicos tienden a compararse con los de la justa entonación, sobre todo en Inglaterra, donde en su época, nos dice Bosanquet (1875), había todavía órganos afinados en mesotónico. Surgen así alternativas más bien teóricas a la implantación efectiva del temperamento igual. En cualquier caso, los intervalos en juego son la quinta y las terceras y, en algún caso, la séptima natural. Es en el siglo XX cuando, con el desarrollo armónico y la no separación entre consonancia y disonancia, se tienen en cuenta los parciales naturales 11°, 13°, etc., que no tienen una representación exacta en el sistema habitual de notación.

Temperamento cíclico

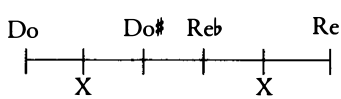
En la división de la octava en 19 partes, diferenciando sostenidos y bemoles, en temperamento mesotónico de 1/3c se da una división de la octava en partes iguales o casi iguales. Ello se debe a que la díesis es prácticamente igual al semitono menor:



Sm. = 1 Díesis

Tomando como unidad de medida la díesis, Sm = 1 díesis, SM = 2 dieses y Tono = 3 dieses. La octava se compone de 6 tonos, 6 × 3 = 18 dieses (19 notas). El círculo de quintas se presenta ahora cerrado (Si♯ = Do♭), sin quinta del lobo y con notas enarmónicas distintas a las del sistema habitual de 12 notas. Estamos ante un temperamento igual de 19 notas.

A mediados del siglo XVII, Ch. Huygens (*ca.* 1661, publicado en 1691) se da cuenta de que se forma un «ciclo armónico» en el mesotónico de 1/4c con 31 notas por octava. En este temperamento, la díesis es la mitad del semitono menor y, por tanto, el tono puede dividirse en cinco partes iguales o casi iguales:



Sm. = 2 d.

Sm = 2 d., SM = 3 d., Tono = 5 d., VIII = 31 d. Se trata en ambos casos de temperamentos iguales de 19 y 31 notas respectivamente en los que los intervalos son múltiplos enteros de una unidad mínima.

En 1674 el padre José Zaragoza generaliza la concepción de temperamento cíclico:

> 216. *Del Circulo Musico.* El Circulo Musico no es otra cosa que la disposición de las cuerdas, ò teclas, con tal arte, que de qualquiera punto se hallen todas las consonancias subiendo, ò baxando con la mesma proporcion. Este circulo es impossible, si las consonancias han de guardar su justa medida [...]. Pero sacando las consonancias de su lugar, de suerte que no ofendan al oido, es facilisimo, pues solo consiste en diuidir la Octaua, ò Diapason en partes iguales. 217. Suponiendo, pues, que la

Octaua ha de constar de 5. tonos, y dos Semitonos Mayores, se puede imaginar cada tono, diuidido en 2. ò en 3. partes iguales, ò en 5. &c. Y sabiendo las partes que se quieren dàr al Semitono Mayor, se hallaràn las de toda la Octaua... (J. Zaragoza, 1674, ibídem).

El método es general.

	Tono	SM	Sm	VIII = 5T + 2SM	
Ejemplo 1	3 partes	2	1	15 + 4	19 partes
Ejemplo 2	5 »	3	2	25 + 6	31 partes
Ejemplo 3	7 »	4	3	35 + 8	43 partes
Ejemplo 4	7 »	5	2	35 + 10	45 partes
etc.					

J. Sauveur (1701 y ss.) aprecia la concepción generalista de la música —«Sistema general...», «Método general....», «Tabla general....» (véase la bibliografía)—, como lo hiciese Mersenne (el título de su obra magna es *Armonía universal*). En la formación de estos sistemas generales temperados *(Systêmes temperés)* hay que tener en cuenta, nos dice, el tono, semitono mayor y semitono menor, cuya diferencia es el comma. Denomina *comma* al intervalo mínimo, diferencia entre semitono mayor y menor y diferente en cada temperamento (lo que Salinas o Huygens denominan *díesis*). Del tono menor 10:9 y el semitono diatónico 16:15, salen el semitono cromático 25:24 y un comma de 384:375. La comparación en partes iguales (logaritmos-merides) entre estos últimos es de 1 a 12/7. Se trata, evidentemente, del mesotónico regular de 1/4 c. Aplicado el mismo procedimiento al tono mayor 9:8, el resultado es un semitono cromático de razón 135:128 y un comma de 2048:2025. Su relación es 1:33/7. Establece la relación del comma *(c)* al semitono menor *(s)* entre el límite inferior 1:12/7 y el superior 1:33/7. Si el semitono cromático es 2, 3 o 4 veces el comma, el resultado es la división de la octava en 31, 43 y 55 partes.

La simplicidad de un sistema pide que los valores de *c* y *s* se expresen en números enteros. Por lo que si *c* es igual a 1, *s* será 2, 3 ó 4, y la octava será 31, 43 o 55. Si *c* es igual a 2, *s* será 4, 5, 6, 7, 8 o 9, y la octava 62, 74, 86, 98, 110 ó 122. Si *c* es igual a 3, *s* será 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 o 14, y la octava 81, 93, 105, 117, 129, 141, 153, 165, 177 o 189, etc. [...]. Los sistemas temperados se reducen a aquellos que suponen c = 1, s = 2, 3, 4, y la octava dividida en 31, 43 y 55 partes (1707, p. 210).

Si *c* = 2, 3, 4, 5 etc., las partes de la octava serían excesivas, «lo que se opone a la simplicidad que debe tener un sistema». En el caso de c = 0 tenemos la octava dividida en 12 semitonos iguales, de la que, dice, tiene sus partidarios por su simplicidad.

Comparando estos tres «sistemas de semitonos medios» *(Systêmes des semi tons moyens),* a los que considera marcos teóricos generales, intentará establecer el más perfecto. En la *Table pour comparer les Systémes temperés avec le Systéme Diatonique juste (Memoires,* 1707, pp. 212-213) presenta Sauveur ocho tablas comparativas. Las cuatro primeras están dedicadas a la presentación de los intervalos, logaritmos y elementos de los sistemas justo y temperados. La quinta presenta la división de la octava en 12 «semitonos medios».

Viene a continuación la comparación entre los tres sistemas antes mencionados, tomando la justa entonación como referencia y término de comparación, «puisque le juste est la regle des autres» (p. 214). La división en 31 partes (s = 2) muestra muy pocas diferencias con el temperamento ordinario de 1/4c, «que todos usan», mientras, 1/6c es «aquel del que se sirven los músicos ordinarios» y los «facteurs de Clavecin du Roy & de Paris» afinan en 1/5c, «nuestro sistema temperado».

Hasta aquí Sauveur, pero hay otros sistemas fáciles de ver. Con quintas justas, por ejemplo, el sistema se cierra con 53 quintas. La historia de los sistemas cíclicos no es sino la de los temperamentos iguales de más de 12 notas por octava y sus peculiaridades melódicas o armónicas. En cada sistema cíclico varía la equivalencia de notas enarmónicas dependiendo del número de notas del sistema. En el igual de 12 notas, Re♯ = Mi♭, en el de 19 partes tenemos que Re-Re♯-Mi♭-Mi son notas diferentes y por lo tanto Re♯♯ = Mi♭ y Mi♭♭ = Re♯. En el de 31 partes son notas separadas, Re-Re♯-Re♯♯-Mi♭♭-Mi♭-Mi, y por tanto, Mi♭ = Rexx, Re♯ = Mi♭♭♭, etc. El aumento de las partes y la complicación consiguiente hará que se busquen sistemas de notación alternativos al tradicional.

Bosanquet, en el siglo XIX, toma la escala diatónica y el sistema temperado de 12 sonidos como marco de referencia y comparación de sistemas para la clasificación de los sistemas cíclicos, algo que puede incomodar tanto a los defensores de la justa entonación como a quienes posteriormente valorarán los parciales superiores naturales. Denomina sistemas regulares «negativos» a aquellos cuya quinta es menor que la del temperamento igual y «positivos» cuando es mayor, como sería el caso de las quintas justas. Los sistemas se clasifican por su desviación («r») en unidades del sistema de 12 quintas respecto de 7 octavas. Si tomamos por ejemplo la división en 19 partes, cada quinta tiene 11 y 12 × 11 = 132 partes, mientras 7 octavas tienen 7 × 19 = 133 partes. En este caso, la desviación de las quintas es de 1 unidad, r = −1. A cada valor de «r» corresponde una serie indefinida de sistemas cíclicos con 12 partes de diferencia entre cada uno. Con r = 0 están los de 12, 24, 36, 48, 50, 62... partes; con r = –1, los de 7, 19, 31, 43, 55, 67... partes; si r = 1, los de 5, 17, 29, 41, 53, 65... partes por octava. Se establecen así familias de sistemas cíclicos y pueden compararse sus características comunes respeto a los diferentes intervalos. No vamos a seguir aquí este procedimiento porque no pretendemos establecer una comparación sincrónica y abstracta entre sistemas cíclicos. Pretendemos, más bien, mostrar brevemente las principales características de aquellos temperamentos que más aceptación han tenido a lo largo de los últimos siglos, y ello mediante un desarrollo puramente histórico.

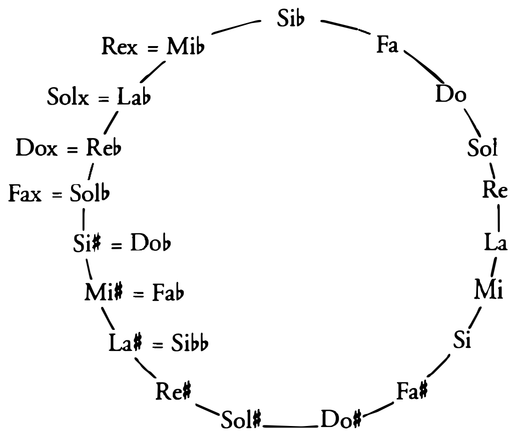
Nos encontramos así con dos grandes apartados. En el primero entran aquellos temperamentos cíclicos ampliamente conocidos antes del siglo XX, como son los de 12, 19, 31, 43, 53 o 55 partes. La especial dedicación de la música del siglo XX a la microtonalidad hará que de forma separada nos ocupemos en el segundo apartado de sistemas de 13, 19, 24, 31, 41 o 72 partes. Con pocas excepciones se retoman en el siglo xx algunos sistemas que ya habían aparecido en siglos anteriores, como los de 19 o 53 partes por octava, con poco que añadir a lo dicho en épocas anteriores. En otros casos, los nuevos sistemas son de invención reciente. Por ello, sólo en el caso de algún temperamento, como el de 31 partes, se considera en ambos apartados debido a su reevaluación posterior.

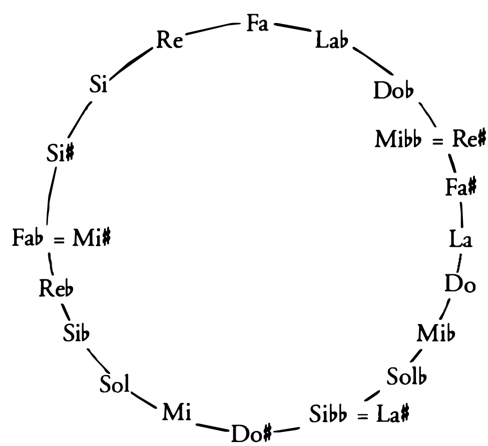
Los temperamentos anteriores al siglo XX establecen una relación entre un mesotónico y su correspondiente división en partes iguales (cíclico). Lo que se busca es el equilibrio entre quintas y terceras lo más justas posible. La evolución gradual de la armonía y la eliminación de la distinción entre consonancia y disonancia hará que en los temperamentos cíclicos del siglo XX se amplíe la valoración de los armónicos 7º, 11º y 13º. Estos parciales, si son naturales, aparecen señalados en el habitual esquema de la serie con alguna marca (notas negras, signos ± asociados a ellos, etc.) porque no se corresponden a notas con la notación de las afinaciones y temperamentos habituales.

Temperamentos cíclicos anteriores al siglo xx. Sistemas derivados de un temperamento mesotónico

T19. Se ha visto cómo en la octava dividida en 19 partes y afinada en el temperamento 1/3c, díesis y semitono menor eran prácticamente equivalentes (63 cents). Ello permite la coincidencia de notas enarmónicas y que el círculo de quintas se cierre. El tono Fa-Sol, por ejemplo, se divide en partes iguales, Fa-Fa♯-Sol♭-Sol, que equivale a Fa-Fa♯-Fax-Fa♯♯♯..., o Sol♭♭♭-Sol♭♭-Sol♭-Sol. La equivalencia es entre Dox y Re♭, Mix y Fa, Mi♭♭ y Re♯, etc. La quinta

Si♯-Sol♭ equivale a Si♯-Fax. Puede afinarse también el sistema mediante una sucesión de terceras menores o de tritonos:





Si, como dirá Sauveur, la mejor división de la octava es la que se hace con pocas partes y lo más cercanas a los intervalos naturales, la del T19 es una de las mejores. Cada parte del tono es parecida al semitono 28:27, 63,16 cents. Quintas y cuartas son semejantes a las de la división en 12 partes, 5,25 cents más grandes (menores) que en 19 partes. Una de las ventajas de este temperamento es que puede usarse la notación habitual aunque distinguiendo sostenidos y bemoles, Do, Do♯, Re♭, Re y Mi♯ = Fa♭:

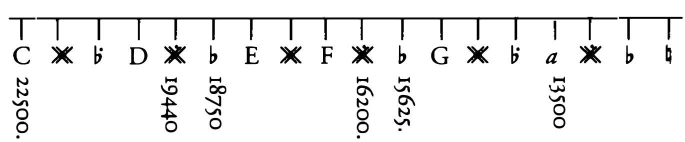
0	63,2	126,3	189,5	252,6	315,8	378,9	442,1	505,3	568,4	631,6	694,7	757,9
Do	Do#	Reb	Re	Re#	Mib	Mi	Mi#(Fab)	Fa	Fa#	Solb	Sol	Sol#

821,1	884,2	947,4	1010,5	1073,7	1136,8	1200
Lab	La	La#	Sib	Si	Si#(Dob)	Do

19 partes no llegan a la octava (o 19xIIIm a 5xVIII) en la razón 19.073.486.328.125 : 19.042.491.875.328 (≈3 cents). Las diferencias entre el T19, el de 1/3c y la justa entonación son las siguientes:

Intervalo	Partes	Cents	1/3c	Diferencia	Diferencia (JE)
V	11 (11/19)	694,74	694,79	–0,05	–7,22
IIIM	6 (6/11)	378,95	379,16	–0,21	–7,37
IIIm	5 (5/11)	315,79	315,63	+0,16	+0,15

Otra de las ventajas del T19 es que terceras menores y mayores son muy buenas, mejores que en T12, aunque las quintas sean peores. Sólo los de muchas notas, como T31 o T53, dan mejores terceras. Defensores actuales de este temperamento, como Yasser o Mandelbaum, destacan también como una ventaja frente al T12 la existencia de dos semitonos diferentes y claramente perceptibles. No obstante, los partidarios de las IIIMs grandes, como Barbour, le achacan que la IIIM es más corta que la justa cuando estamos acostumbrados por el T12 a que sea mayor.



¿División de la octava en 19 partes iguales? F. Salinas, De musica libri septem. *Salamanca, 1577.*

La división en 19 partes ofrece mejores resultados en la escala diatónica utilizando la división tetracordal de Dídimo (supertónica 10:9, 182 cents) que la de Ptolomeo (9:8, 204 cents). Esta cuestión ha estado siempre presente en la teoría músical ya que la razón 9:8 se utiliza en la serie de los armónicos y en la armonía de la dominante mientras 10:9 es preferible en otras situaciones. Rameau, por ejemplo, había mostrado una actitud ambivalente al respecto en la escala de Do mayor. En 1722 prefiere entre tónica y supertónica el tono 10:9 como inversión de la séptima 9:5, mientras en 1726 considera que el tono Do-Re es producto de dos quintas y, por tanto, de razón 9:8.

Los partidarios actuales de esta división prefieren la división de Dídimo en la que 10:9 es la inversión del intervalo 9:5, considerado como la suma de quinta y tercera mayor justas, 20:25:30:36. Aceptan también la séptima menor 9:5 y el tritono 25:18 frente a la séptima del armónico natural 4:7 y el tritono 5:7. El tritono «justo» y no el natural era al parecer el propio de la música renacentista.

Es difícil saber si F. Salinas, el primer expositor de esta división, fue consciente de la circularidad del sistema. La figura que aparece en *De Musica,* III, 17 así parece atestiguarlo, pero no hace ninguna mención al respecto, llevado quizás por su rechazo a la división del tono de Vicentino en cinco partes iguales, rechazo que comparte con Zarlino. Aunque intenta ejecutar la afinación propuesta por Vicentino no lo consigue, debido quizás a que dividir la octava en partes iguales no era fácil sin la ayuda de logaritmos. El rechazo inicial a tal división va acompañado además de una serie de razones, como que no es armónicamente aceptable dividir una consonancia mediante la repetición de otra, que la correspondencia con el mesotónico no es exacta o que no se llega (matemáticamente) a la misma nota repitiendo la misma consonancia un número dado de veces. Aunque la división en partes iguales es un método fácil de afinación, Salinas no lo necesita para el temperamento de 1/3c. Es igual de fácil mediante el intervalo justo de IIIm.

Michael Praetorius (1619) menciona un *Clavecymbalum universale* construido en Viena treinta años antes para la práctica del género enarmónico y cuyo teclado parece contener 19 notas afinadas en temperamento igual. De forma imprecisa, Mersenne menciona el órgano enarmónico de Jean Titelouze inventado por Jean Gallé con este número de notas, aunque es difícil saber si estaba afinado en partes iguales.

J. Zaragoza es el primero en hacer un cálculo exacto de sus intervalos mediante logaritmos, aunque no son necesarios para su afinación: «La Tercera menor, y Hexachordo Mayor, salen iguales a las consonancias verdaderas, con que por este camino sin dependencia de los Logarithmos, se puede proceder à toda la diuision de la Octaua, solo con diuidir en cinco partes iguales, la Tercera menor. Toda las otras consonancias, salen de su lugar...» (1674. p. 203). Es algo que ya sabía Salinas.

En el siglo XVIII se prefieren quintas cada vez más grandes, por lo que este temperamento va quedando al margen, mientras con la adopción del igual los teclados con «subsemitonia» tienden a desaparecer. Sólo en Inglaterra, a causa de la tradición de este país en su preferencia por las consonancias justas, merece alguna consideración. R. Smith, que lo incluye en una lista junto a los de 12, 31 y 50 partes, lo desecha porque al ser partidario de una igual desviación entre las tres consonancias principales, en éste las sextas son casi justas mientras quintas y terceras se desvían alrededor de 1/3c. Casi un siglo más tarde, W. Woolhouse (1835), siguiendo a Smith, no lo considera tan bueno como el de 53 partes pero sí más práctico: «The scale of 19 sounds [...] would, on account of its simplicity and easy adaptation to the construction of the instrument, be a useful improvement in the correctness of the harmony, without infringing on its practicability as regards the perfomer» (p. 50).

En el siglo XIX, F. Opelt (1852) lo considera mejor que el de 12 partes por no haber ninguna consonancia con un error mayor que 1/3c. Según Th. Kornerup (1922), se conserva en el museo de Estocolmo un armonium de 19 notas por octava construido en 1845 y debido a P. S. Munck, que podría constituir el inicio del interés de los nórdicos por la división múltiple de la octava (Mandelbaum, p. 256). Ya en el siglo XX, M. Sachs (1911) pretende mostrar que la música en 12 semitonos puede interpretarse en el de 19, siendo esta última división una evolución natural hacia una mayor riqueza expresiva a partir de las anteriores de 5, 7 y 12 partes. Propone, entre otras cosas, modificar la notación para evitar el uso de las alteraciones, impropias de esta división. A partir de las declaraciones de Sachs comienza una revalorización del T19, que cuenta entre sus partidarios a los daneses P. S. Wedell y Th. Kornerup, al ruso V. Kovalenkov, el anónimo Ariel, el alemán J. Würschmidt o el norteamericano Yasser.

T31. Fue Ch. Huygens (1629-1695) quien por primera vez mostró de forma clara la estrecha relación entre un temperamento mesotónico y la división de la octava en partes iguales de forma que se cree un círculo cerrado, sin quinta del lobo. Y fue precisamente en el mesotónico regular de 1/4c.

La idea le viene de la lectura del libro de Salinas. Tras diversos avatares en hacerse con éste, Ch. Huygens conoce a través del *De Musica* la existencia en Italia de un cierto instrumento denominado «Archicymbalum», de un autor que no se nombra («quisquis ille fuit»), y que tiene todos los tonos divididos en cinco partes iguales correspondiendo 3 al semitono mayor y 2 al menor. Se encuentran en él, según sus defensores, todas las consonancias, y tras 31 notas, las dieses se encuentran en la octava, los semitonos menores en dos octavas, los mayores en tres, etc.:

> ... instrumentum quodam [...]. In quo reperiuntur omnes toni in quinque partes diuisi: ex quibus tres vindicat sibi Semitonium maius, & duas Semitonium minus [...] & post certam periodum ad eundem, aut aequivalentem sibi sonum post 31 interualla reditur si sint Dieses in Diapason, si Semitonia minora, in Disdiapason: si maiora, in Trisdiapason: & sic in tot Diapason, quot Diesibus interuallum constabit tricies, & semel reperitur (Salinas, *De Musica*, III, 17, p. 164).

Huygens se muestra comprensivo con el rechazo de Salinas por el instrumento puesto que sin la ayuda de logaritmos es muy difícil dividir la fracción de la octava en muchas partes iguales.

Todo ello se encuentra en la *Lettre touchant le cycle harmonique*, publicada en octubre de 1691 y traducida literalmente al latín por W. Jacob's-Gravesande bajo el título de *Novus cyclus harmonicus* (1724). En esta última hay una omisión referida al «ciclo armónico» del título que se conserva en el manuscrito original y que es pertinente:

> Qu'enfin il constitue un parfait Cycle Harmonique, en ce qu'en y montant ou descendant tout de suite par l'intervalle de quinte ou quelqu'autre que ce soit, on revient apres certaine revolution à la chorde d'ou l'on a commencè.

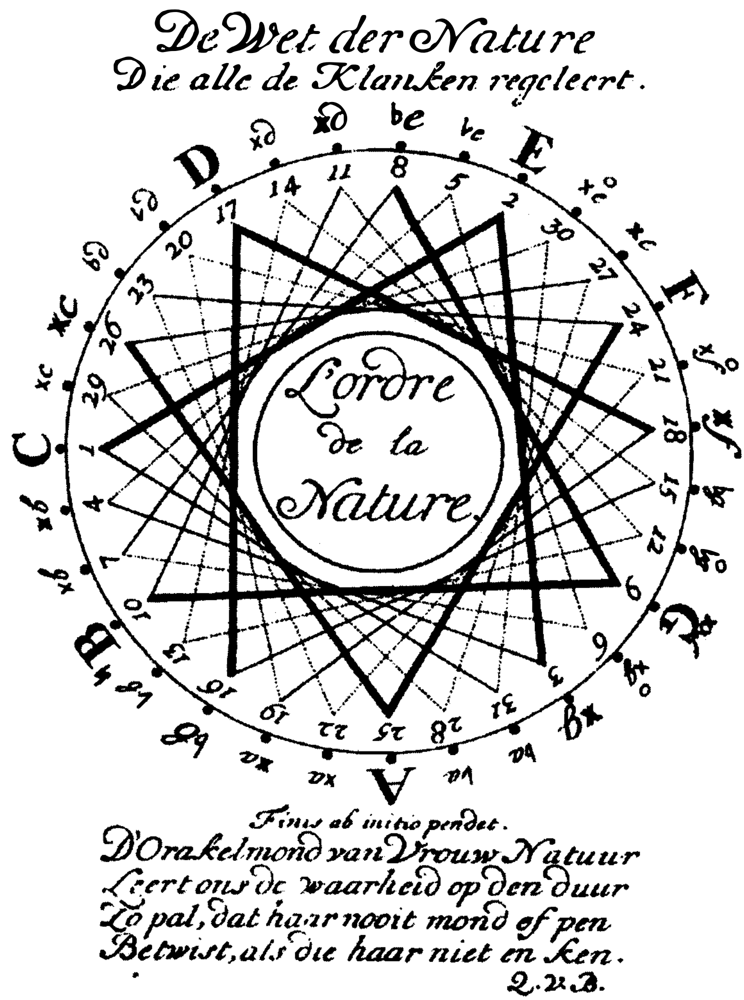
En la mencionada carta aparecen por vez primera dos hallazgos importantes de la teoría armónica: la división múltiple de la octava en partes iguales comparada con un temperamento mesotónico dado y el uso de logaritmos como método general para hacer posible la división y calcular los intervalos (en las mismas fechas, en España, J. Zaragoza hace lo mismo).

El mesotónico por excelencia (1/4c) ofrece una división de la octava en 31 partes casi iguales. Es frecuente encontrar en autores contemporáneos la referencia al ciclo de 31 partes como «el sistema de M(onsieur) Huygens». Obsérvese la enarmonía de las notas en la división del tono en 5 dieses o partes iguales, Do-Re♭♭-Do♯-Re♭-Dox-Re. El círculo se cierra teniendo como enarmónicas las notas Sol♭♭ = Mix en un extremo y Lax = Do♭♭ en el otro. De esta forma, son iguales al resto las quintas Lax-Sol♭♭(Mix) y Do♭♭-Mix(Sol♭♭) para cerrar el círculo.

Huygens establece una comparación entre los intervalos del 1/4c y la división en 31 partes iguales expresada en logaritmos. En cents, algunas de estas diferencias son:

Intervalo	Partes	Cents	1/4c	Diferencia	Diferencia (JE)
V	18	696,77	696,58	0,19	–5,18
IIIM	10	387,10	386,31	0,79	+0,78
IIIm	8	309,68	310,26	–0,58	–5,96
VIIm	25	967,74	965,78	–1,96	(7:4 = 968,83)

Las séptimas menores son excelentes, –1,09 cents respecto a la del armónico natural 4:7. Como veremos, este va a ser un factor decisivo en la adopción de este temperamento en la música microtonal del siglo XX. El T31 tendría también una serie de ventajas sobre el 1/4c, como la simplicidad *(sur*



División de la octava en 31 partes. Quirimus van Blankenburg, Elementa musica. *La Haya, 1739.*

tout cette simplicité...), y sobre todo la circularidad que permite la modulación ilimitada *(un parfait Cycle harmonique).*

En la mencionada carta se describe un teclado que corresponde a este ciclo. Pero la intención de Huygens no es proponer un sistema práctico de 31 partes, debido a su dificultad: «... parce qu'on ne sauroit se servir d'un tel clavier, sans se confondre dans la multiplicité des touches & feintes...». La solución es un teclado móvil de 12 o 19 teclas por octava que se desplazaría sobre unas varillas *(batons)* a distancias iguales correspondientes a las 31 partes, seleccionando previamente la tonalidad deseada, en temperamento mesotónico de 1/4c. Quedan muchos dibujos de Huygens al respecto. Habría hecho construir tal teclado móvil en París, el cual habría sido imitado «por grandes maestros». Pero no sería posible, ni el autor hace referencia a ello, el cambio de tonalidad dentro de la misma pieza, para lo que tendríamos que desplazar el teclado durante la ejecución.

Ch. Huygens es un firme partidario del mesotónico por su perfección matemático-acústica y no acepta temperamentos que a costa de ella permitirían la modulación a todas las tonalidades, como el igual de Stevin o el «buen temperamento» de Werckmeister. Rechaza el primero por ser contrario a la experiencia por sus terceras muy disonantes; el segundo, por ser contrario a la razón, matemáticamente basto. En realidad, Huygens, músico experto por otro lado, es contrario a la modulación como recurso estilístico y también a formas «tan artificiales y difíciles» como la fuga. Sus preferencias van por la música ligera y elegante de la época.

Aunque el escrito de Huygens puede retrotraerse en treinta años al año de su publicación (1661), esto significa que no se conoció en Europa. Otros autores habían llegado ya a conclusiones parecidas, como G. Doni (1640), L. Rossi (1666) o J. Zaragoza (1674), quien menciona la existencia de un órgano especial con este temperamento:

> N. Pomar, Cauallero Valenciano, hizo un Organo de 5 teclados [...]. Estos cinco teclados, no son otra cosa, que la Diuision del Tono en 5 partes, y de la Octaua en 31 [...] 222. En esta diuision se toma la Diesis, como la mitad del Semitono menor, y ninguna de todas las consonancias està en su debido lugar [...] Pero si se confiere con la Tercera del Organo, se hallarà, que se diferencian muy poco. Y assi puede seruir para el temple de los Organos comunes, con mejor efecto que el temple ordinario (pp. 204-207).

Aunque en el siglo XVIII hay autores que desaprueban el T31, como Mattheson (1719) o Smith (1749), Q. van Blakenburg (1739) es uno de los que con mayor interés lo contempla. Opuesto tanto a la afinación pitagórica como al temperamento igual, achaca a Huygens, con quien tuvo relación, no haberse dado cuenta de que con esta división se puede formar un círculo de 31 IIIM (véase la ilustración en la p. 213). Blankenburg especifica mediante signos diferentes la notación de las alteraciones de las diferentes notas del sistema. En el siglo XIX Woolhouse (1835) lo menciona como usual y A. Ellis (1885) lo clasifica entre los «cyclic systems of equal temperament» (1885).

En el siglo XX habrá en Holanda toda una corriente musical encabezada por el físico A. Fokker que asuma esta división, como veremos.

T43. T55. En 1701 J. Sauveur generaliza el método de Huygens a otros temperamentos mesotónicos, 1/5c y 1/6c, que dan divisiones de la octava en 43 y 55 partes *(commas)* respectivamente (hemos visto cómo la división de la octava en 43 partes la había ya mencionado J. Zaragoza un cuarto de siglo antes):

Temp. mes.	Sm/comma	Partes del tono medio	División de la octava	
1/5c	Sm. = 3 diesis	3 × 2 + 1 = 7	7 × 6 = 42	VIII = 43 partes
1/6c	Sm. = 4 diesis	4 × 2 +1 = 9	9 × 6 = 54	VIII = 55 partes

Comparando las diferencias de las notas de cada sistema con las de la afinación justa (expresadas en logaritmos-heptamerides), encuentra que el sistema temperado «más exacto» y mejor es el de 43 partes, y lo es entre todos los posibles por conjugar la simplicidad con la menor diferencia respecto a los intervalos justos. «Un sistema temperado debe ser simple y por ello debe dividir la octava en un número pequeño de partes haciendo las diferencias de los intervalos temperados a los justos las menores que sea posible» (p. 219). Igualmente: «Le système tempéré le plus parfait est seluy qui ayant son octave divisée en peu de parties, a des differences les moindres et les moins inégales», 1711, p. 315).

Para Sauveur, la división en 43 partes es la preferible ya que IIIM, IV, V y VIm se separan de sus respectivos intervalos justos en un poco más que 1 heptameride:

1/5c , sc. = 3 partes, sd. = 4 partes. 43 partes.

0	4	7	11	14	18	21	22	25	29	32	36	39	43
Do	Re♭	Re	Mi♭	Mi	Fa	Fa♯	Sol♭	Sol	La♭	La	Si♭	Si	Do
0	85,4	194,3	311,8	395,7	502,3	587,2		697,2	807,7	893,3	1.009,9	1.090,3	1.200

1/6c, sc. = 4 partes, sd. = 5 partes. 55 partes.

0	5	9	14	18	23	27	28	32	37	41	46	50	55
Do	Do♯	Re	Mi♭	Mi	Fa	Fa♯	Sol♭	Sol	Sol♯	La	Si♭	Si	Do
0	109,1	196,4	305,5	392,7	501,8	610,9		698,2	807,3	894,5	1.003,6	1.090,9	1.200

J. B. Romieu (1758), al comparar sistemas cíclicos y temperamentos mesotónicos, advierte que su 3/17c corresponde a un ciclo de 55 partes de la octava.

La división del tono en 9 partes se retrotrae a Filolao; 5 pertenecerían al apotomé y 4 al limma. Esto daría una división de la octava en 55 partes.

T50. Este temperamento equivale a la suma de los de T19 y T31, con todas las ventajas e inconvenientes de ambos sin que la ampliación del número de notas compense los resultados. Corresponde al mesotónico de 2/7c de Zarlino o su semejante, el 5/18c de Smith. Las quintas son casi 6 cents cortas respecto a las justas y las terceras 2,3 cents, peores que las del temperamento de 53 partes.

Se atribuye a Konrad Henfling su utilización, no tanto como temperamento práctico sino, igual que en Sauveur, como sistema o marco general de comparación y evaluación. En una carta del 17 de abril de 1708, dirigida en principio a Leibniz (en 1706) y publicada en 1710 en la Real Academia de Ciencias de Prusia en Berlín, Conradus Henfling (1648-1716) elabora una serie de intervalos a partir de los semitonos mayor (16:15), al que denomina *diatonum*, y menor (25:24), *chroma*. La suma es el tono menor (10:9) y su diferencia la díesis (256:243), denominada *harmonie*. La diferencia entre *chroma* y *harmonie* es otro intervalo denominado *hyperoche*, y la diferencia entre estos últimos, finalmente, el *eschatum*. (En cents, 182 – 112 = 70, 112 – 70 = 42, 70 – 42 = 28, 43 – 28 = 14). Es la división tradicional de Zarlino y Salinas pero llevada en sus divisiones más allá de la díesis hasta una diferencia suficientemente pequeña que pueda tomarse como unidad de medida del resto de los intervalos. Igualando *eschatum* e *hyperoche* como 1, *harmonie* equivale a 2, *chroma* a 3, *diatonum*, 5 y el tono, 8. Ello da lugar a una octava dividida en 50 partes. En un monocordio enarmónico que contenga estos intervalos, examina el comportamiento de varios temperamentos. Suponiendo que *eschatum* es 0, la división sería en 31 partes (0, 1, 1, 2, 3, 5 respectivamente); si *hyperoche* es 0, habría 19 (0, 0, 1, 1, 2, 3) y si *harmonie*, 0, 12 (0, 0, 0, 1, 1, 2). La serie de los sistemas cíclicos generados por este procedimiento, 12, 19, 31, 50, es diferente de la de Saveur, 12, 31, 43, 55. El método es parecido al de este último pero tomando como eje de la división el tono menor en lugar del tono medio.

R. Smith (1749) llega al ciclo de 50 partes a partir del mesotónico de 5/18c. Tomando la relación Tono/Semitono mayor en razón 2:1, 3:2, 5:3, 11:7, 8:5..., la octava quedaría dividida en 12, 19, 31, 69, 50... partes (Barbieri, ibídem, p. 313). El 5/18c tiene una quinta (695,98 cents) más cercana que la del 2/7c (695,81) a la de la división en 50 partes (696 cents).

En el siglo XIX, Woolhouse (1835, c. iv) se propone hallar el temperamento circular que mejor se aproxime a las razones justas, que son aquellos con dos tipos de semitono. Discípulo de Smith, considera las tres consonancias básicas, V, IIIM y IIIm a las que aplica su regla del cuadrado de la desviación ya mencionada para que las tres mantengan un error lo más equivalente posible. Tomando como sistema de comparación 730 partes o grados, propone un temperamento 7/26c que da un tono temperado de 117 grados y un semitono de 72,5, los cuales se encuentran en la relación aproximada de

8:5. Un temperamento simplificado de 50 partes constituye una buena aproximación: el tono tiene 8 partes y el semitono 5 (p. 45). Es un temperamento semejante a la «scale of equal harmony» de Smith: «It is decidedly the most perfect of any systems in wich the tones are all alike» (p. 46). Woolhouse analiza también otras divisiones, como la de Huygens (31 partes), a la que encuentra el defecto de sus terceras menores (y sextas mayores) demasiado desviadas aunque la considera «a very good scale [...] aproved by many musicians» (p. 49). Para la afinación práctica de los instrumentos de teclado la mejor división es, sin embargo, la de 19 partes que compara con su sistema de 50 (p. 50). Analiza también un teclado de 53 partes construido por J. Robson & Son, pero considera que tiene un excesivo número de teclas para ser practicable (además de unas terceras no muy buenas, lo que podría ser un error de cálculo). Es mejor el de 19 en este aspecto. Hay una tabla (p. 56) con las diferentes longitudes de cuerda correspondientes a los temperamentos de 12, 19, 31, 50 y 53 partes para su comparación.

T53. El temperamento de 53 partes iguales es unánimemente considerado el temperamento ideal si nos olvidamos del excesivo número de notas. Se atribuye al matemático y astrónomo Nicolaus Mercator (*ca.* 1620-1687, no confundir con el famoso proyectista de mapas flamenco Gerardus Mercator), quien calcula que la octava es algo mayor que 55 commas sintónicos, el intervalo mínimo. J. Zaragoza calcula mediante logaritmos que se acerca a los 56 y Bosanquet lo deja en 55,8 commas. En cualquier caso, la diferencia entre 53 quintas y 31 octavas es $3^{53} : 2^{84}$ $[(3/2)^{53} : 2^{31}]$. Sonidos equivalentes son Faxx = Re♭♭♭♭.

En el siglo XIX, R. H. M. Bosanquet (1876) encuentra que quintas y terceras son muy buenas, mejores que en el igual. Mientras el intervalo mínimo es ligeramente mayor que el comma sintónico, la IIIM se acerca mucho a la pitagórica. La suma de los errores de ambos es la desviación de la IIIM respecto a la justa:

Intervalo	T53	Error (JE)	(AP)	Intervalo	T53	Error (JE)	(AP)
V	701,887	−0,068					
IIIM	384,906	−1,408	−0,273	IIIm	316,981	+1,340	+0,205
C.s.	22,642	+1,136					
[VIIz	973,585	+4,759 (7/4)		XI	543,396	−7,922 (11/8)]	

Bosanquet concibe un instrumento para llevar a la práctica este temperamento con quintas muy justas, algo que se conseguiría también con temperamentos de 24, 36 o 48 partes (12x2, 12x3, 12x4).

El T53 combina la afinación pitagórica y la justa. En la primera, cada tono equivale a 9/53 de la octava y cada semitono diatónico a 4/53; en la segunda, el tono mayor a 9/53, el menor a 8/53 y el semitono diatónico a 5/53. La perfección de sus quintas lo asemeja igualmente al igual en 12 partes y, como en éste, séptimas y oncenas naturales no son muy buenas. En efecto, los parciales 7º y 11º están muy desviados respecto a los naturales, como se aprecia en el cuadro, algo no muy aceptable hoy día para un temperamento con tal cantidad de notas.

A. Ellis considera los temperamentos de 12, 31 y 53 partes los mejores, como hará despues A. Fokker. En el siglo XX le han prestado atención, entre otros, E. Tipple, Öttingen, Würschmidt, J. Yasser o L. Sabaneiev, quien, como el más cercano a la justa entonación, lo denomina «ultracromático».

T74. G. Riccati (1762) establece diferentes razones entre los semitonos diatónico y cromático que dan lugar a ciclos con diferente número de partes, correspondientes a distintos temperamentos mesotónicos:

Sd:Sc	Ciclo	Temperamento	Sd:Sc	Ciclo	Temperamento
1:1	12	−1/11c	2:1	19	−1/3c
3:2	31	−1/4c	5:3	50	−2/7c
4:3	43	−1/5c	5:4	55	−3/17c
7:5	74	−3/14c	6:5	81	−5/19c
7:4	69	−7/24			

Su mesotónico de 3/14c (≈ 2/9c) corresponde al ciclo de 74 partes por octava (V = 697 cents) (para una versión detallada, P. Barbieri, 1987, pp. 316-319). Es un temperamento que combina lo bueno y lo malo de los T31 y T43 y el resultado es parecido a cualquiera de ellos, que tienen menos notas.

Microtonalidad en la música del siglo xx

A principios del siglo XX la música occidental culta sufre profundas transformaciones que no sólo cuestionan los presupuestos melódicos y armónicos tradicionales sino que incorporan elementos nuevos. Se incluyen sonidos no considerados hasta entonces como musicales, el timbre y la percusión pasan con frecuencia a un primer plano, se exige a los instrumentos tradicionales nuevas prestaciones y se tocan a menudo de forma novedosa (con grave riesgo a veces para su integridad material), etc. Recuérdese sin ir más lejos el piano preparado de J. Cage en el que la alteración tímbrica repercute en su afinación. No sólo se crean sonoridades nuevas y se utilizan nuevas escalas a partir de las notas existentes, como es el caso de la hexátona de Debussy, la serie dodecafónica de Schönberg o los modos de trasposición limitada de Messiaen, etc., sino que ocurren también transformaciones más profundas. La escala clásica no puede satisfacer muchas veces las demandas de nuevos planteamientos como la inclusión de los parciales naturales 11 y 13, y ello conduce al aumento de las de partes de la octava para permitir su inclusión. La escala se amplía y el semitono no es ya la unidad mínima, algo que entronca con las ideas y experimentos ya conocidos de Vicentino, Salinas, Huygens o Sauveur. El problema es que la división microinterválica exige instrumentos especiales no tradicionales y formas nuevas de ejecución adaptados a cada experimento particular. Sólo la llegada de la electrónica ha permitido posteriormente una posibilidad real extensiva de ejecución práctica en más de 12 semitonos por octava.

Uno de los primeros intentos de formular las nuevas bases estéticas y técnicas de la música del siglo XX lo constituyen los *Apuntes sobre una nueva estética de la música* de Ferruccio Busoni, publicado en 1907. Pide que la música se libere de los moldes tradicionales abriéndose a nuevas posibilidades, entre otras, la división en tercios y sextos de tono. Aunque apunta a una división de la octava en 36 partes (3x12, 1/6 de tono), Busoni no escribió música microtonal, pero una parte de las vanguardias irá más allá de la escala habitual de 12 notas por octava, dividida ésta en partes iguales. Es lo que denominamos «microtonalismo» o «microtonalidad».

Juega en ello un papel importante el ascenso de las propias músicas folclóricas, un mejor conocimiento de las músicas «exóticas» y la propia evolución musical occidental, que al ir diluyendo la distancia entre consonancia y disonancia va aceptando cada vez más intervalos de séptima, novena, oncena o trecena. Es conocido el interés por los respectivos folclores locales del húngaro B. Bartók o el checo A. Hába, mientras se estudian la división de la octava en 5 o 7 partes de ciertas escalas africanas u orientales (Siam), la escala de tonos enteros, la árabe de 17, que muchos consideran pitagórica, o la de 22 de la música hindú, con o sin temperamento igual. Dentro de la propia evolución musical occidental, el conocido «acorde místico» de Scriabin, de tanta trascendencia para algunos teóricos, utilizaría los armónicos 8:10:11:13:14:18 y sólo sería expresable de forma plena en divisiones de la octava más allá de las 12 o 19 partes. Compositores como Harry Partch, por su lado, serán grandes constructores de instrumentos de su propia invención con afinaciones particulares.

La revitalización de antiguos temperamentos o la creación de otros nuevos puede obedecer a objetivos diferentes, desde la ampliación del campo tonal, reforzando armónicos cada vez más lejanos, hasta la consecución de efectos tímbricos y coloristas sin que sea extraño la plasmación en ellos de diversas y variadas místicas. Términos como «pantonalidad», «supratonalidad», «polimicrotonalidad», etc., aparecerán de forma habitual.

En general, los diferentes teóricos evalúan diversos temperamentos antes de mostrar su predilección por uno de ellos, pero no es infrecuente que consideren que un número creciente de partes de la octava obedezca a un criterio evolutivo de la propia música. Así, Joseph Yasser (1932) parte del concepto de «diatonicidad» para explicar la evolución de las escalas, evolución que ya aparecía en M. Sachs (1911). Considera que la música de compositores como Scriabin es «supradiatónica» y, aunque está en 12 notas, exigiría 19. Una escala es «diatónica» (en sentido amplio) cuando no todos sus intervalos son iguales. Por ejemplo, una escala diatónica pentatónica dispone de otros dos sonidos adicionales *(auxiliary tones),* que, una vez pasan a formar parte de ella, dan lugar a una nueva escala diatónica, ahora de 7 sonidos. Esta última, dispone de 5 notas auxiliares que permiten utilizar las 7 notas de la escala en cualquier tonalidad. Una vez que las notas auxiliares pasen a formar parte de la escala dan lugar a un sistema «supradiatónico» de 19 notas, 12 con 7 auxiliares («12 plus 7»). La próxima en la evolución será la de 31 notas (19+12), etc. Así, cada escala incorpora como auxiliares un número de notas igual al de la anterior (12=7+5, 19=12+7, 31=19+12, etc...). La evolución del número de notas de las escalas sigue la serie de Fibonacci, (2, 5, 7), 12, 19, 31, 50, etc. En esta serie, descubierta por este matemático del siglo XIII, y que en un principio tenía que ver con la procreación de los conejos, cada número es la suma de los dos precedentes, n = (n-2)+(n-1).

Cada uno de estos sistemas tiene su propia «justa entonación», determinada más por las exigencias melódicas de la escala a la que todo sonido se refiere que por la base físico-armónica de los parciales. La consonancia se crea entre sonidos alternos de la escala y la disonancia entre sonidos consecutivos. Por lo tanto, conforme crece el número de partes, los intervalos consonantes son cada vez más cortos y diferentes que en el sistema anterior. Términos como «tercera», «cuarta», «sexta» se refieren al número de grados de una escala determinada y son siempre consonantes, mientras las «segunda» o «séptima», propias de cada sistema, son siempre disonantes. Una consonante «tercera» es un intervalo diferente en cada una de las escalas de 5, 7, 12, 19... partes, e intervalos que son consonancias en un sistema no lo son en otro y viceversa. «Acorde» es asimismo un concepto relativo a cada sistema y el básico se forma superponiendo terceras sin que quede una segunda disonante respecto a la octava. Es una díada en la escala pentafónica, tríada en el actual, héxada en la de 19, etc.

Otros teóricos como Th. Kornerup (1922) han expuesto también una sucesión evolutiva de estos temperamentos siguiendo la serie de Fibonacci.

Pero, a diferencia del aspecto sociológico-evolutivo e histórico de Yasser, en el caso de Kornerup la serie se deduce del despliegue propio de la sección áurea (véase infra).

Parciales superiores. Intervalos de VII, IX, XI y XIII

El número 7, lo hemos visto, marcaba el límite riguroso entre consonancia y disonancia en el senario de Zarlino, senario luego dotado de entidad física por Galileo. La teoría física de la consonancia tendía sin embargo a diluir la distinción entre consonancia y disonancia. Quizás por ello ya Mersenne (1636, prop. 33) dejaba abierta la puerta a que en un futuro los intervalos 8 : 7 : 6, producto de la división de la cuarta, intervalos duros y ásperos, acabasen siendo por la fuerza de la costumbre, «dulces» y «fáciles». Sin embargo afirma con posterioridad que la naturaleza, que es armónica, rechaza al hiriente intervalo 7:6 que debería seguir a la IIIm 6:5 y que, tras el tono «máximo» 8:7, podría considerarse como un tono «supermáximo». La cuestión adquiere carácter moral al compararse este intervalo con el vicio que interrumpe el ejercicio de la virtud (*Traité de instrumens*, Pr. XIII).

Es Ch. Huygens (*ca.* 1661) el legítimo valedor de los intervalos de séptima. Considera que entre dos consonancias es más consonante aquella cuya réplica primera o segunda está en razón múltiple. Puede así solucionar un viejo problema colocando la IIIM antes que la IV en el rango de las consonancias. Al escuchar 5:4, oímos a la vez 5:2 y 5:1, más consonantes ambos que 4:3 (sobre Huygens y el intervalo de VII, véase Cohen, 1984, p. 212-214). Siguiendo este criterio, la VII 4:7 estaría en un grado de consonancia entre IIIM y IV. Por otro lado, dice, si miramos la cosa de forma desprejuiciada, no es que el número 7 sea incapaz de generar consonancias, simplemente que éstas no son compatibles con las establecidas ni son tan buenas. Yendo más allá de los cinco primeros armónicos descubiertos por Mersenne cabría sospechar, dice Huygens, un 6º y un 7º. En una nota marginal a un fragmento sobre teoría de la consonancia (1661) aparecen mencionados en efecto los siete primeros parciales. No habría ya consonancias más allá de este séptimo parcial, que no es citado por su nombre. En realidad, el 7º armónico natural no aparece ni en la afinación pitagórica ni en la justa ni en temperamento igual pero sí en la propuesta de Huygens del «ciclo armónico» de 31 notas por octava.

En el siglo XVIII, el 7º armónico natural será rechazado por Rameau («son faux», «son perdu») pero defendido por Euler, Tartini y Kirnberger. Recuérdese la derivación puramente aritmética de los «gradi suavitatis» de Euler en los que la razón 1:7 tiene el séptimo grado, el mismo que la IIIM (5:4) y VIM (5:3) y uno anterior a las IIIm (6:5) y VIm (8:5), que pertenecen al octavo grado (véase supra). En el noveno grado se encuentra la razón 7:4, la séptima armónica. En 1766 Euler considerará el acorde de séptima en los números 4:5:6:7 como la armonía más completa. Helmholtz (1863) encontrará más tarde la concordancia entre tales apriorismos y sus resultados acústicos. Según éste, el intervalo 7:2 es más armonioso que otros más tradicionales. Los problemas surgen cuando da lugar a otros intervalos como 7:6, 7:5 o 7:8.

Tartini (1754) introduce una nueva notación para el armónico 7 (una especie de bemol doble con sólo la línea vertical inicial) para distinguirlo del sintónico 9:5 (3:2 × 6:5) y trae ejemplos al respecto: «... questo intervallo [7:4] è di facilissima intonazione sopra il Violino ed è voluto dalla natura armonica, perché si trova fatto dalla natura nelle Trombe marina, e da fiato, e ne' corni di caccia» (p. 126. En Barbieri, p. 336). Siendo consonante tal séptima no necesita prepararse ni resolverse. Por otra parte, la mejor cuarta aumentada sería la de razón 7:5.

En el siglo XIX Bosanquet había hecho aproximaciones al intervalo de séptima natural a partir de las afinaciones tradicionales. Así, la VII natural es casi equivalente a la menor tradicional 16:9 reducida en 1cp, mientras la VI+ del mesotónico constituye también una buena aproximación. A pesar de todo ello no gozó en los siglos XVIII y XIX de un favor especial por parte de los teóricos, a pesar de que Haendel, Rossini o Beethoven entre otros, utilizaron al parecer este parcial en los instrumentos de metal (Mandelbaum, 1961, p. 67). Sólo en el siglo XX ha vuelto a adquirir su importancia.

Añadiendo la séptima natural a la tríada mayor se forman los siguientes intervalos:

4	5	6	7	VII (Do-Si♭) 4:7	Tritono (Mi-Si♭) 5:7
Do	Mi	Sol	(Si♭)	IIIm (Sol-Si♭) 6:7.	

La introducción del 9º armónico trae nuevos intervalos, alguno de los cuales, como la VII 5:9, es la de la justa entonación, pero aparece una nueva «IIIM» y un nuevo «Tono»:

4	5	6	7	(8)	9	VII 5:9	IIIM (IV-) 7:9
Do	Mi	Sol	Si♭	(Do)	Re	Tono 7:8	

El intervalo 6:7:9 puede formar una tríada menor peculiar y sobre cuya posibilidad de inversión debaten algunos teóricos.

Admitidos los intervalos de séptima natural, es fácil pasar a los parciales 11 y 13, parciales que Schoenberg considera como la base de la escala cromática a pesar de la discrepancia que muestran con las respectivas notas del temperamento igual de 12 sonidos.

Estos parciales son sin embargo de más difícil entonación que el de 7ª. A partir de Do_3, la serie produce divisiones aritméticas, por diferencias numéricas iguales, de los intervalos:

Do (8), Re (9), Mi (10), Fa♯ (11), Sol (12), La (13), Si♭ (14), Si (15), do (16)

Como ha ocurrido con la séptima, la inclusión de cada nuevo armónico natural añade una nueva «dimensión», como dirá Fokker, a la estructura armónica. Cada «dimensión» tendrá su propio vocabulario específico compartido en parte por otras pero con elementos específicamente propios. Hablamos así de intervalos «septimales», «undecimales», «trecedecimales», etc. Consideremos los armónicos hasta el 16:

3ª 3ª 3ª 3ª 3ª 3ª 3ª
4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16
Do Mi Sol (Si♭-) Do Re Mi (Fa♯-) Sol (La-) (Si♭-) Si Do

Tenemos intervalos para todos los gustos. Obsérvese el número de terceras diferentes (IIIM, 5:4, 9:7, 11:9, IIIm, 7:6, 13:11, 16:13), de tritonos (7:5, 11:7, 14:11), séptimas (7:4, 9:5, 16:9), tonos (8:7, 9:8, 10:9, 11:10...). Con el parcial 13º tendríamos además una sexta 13:8, quinta disminuida 13:9, cuarta disminuida 13:10, tono 13:12 y, con más parciales, cuarta aumentada 18:3, quinta aumentada 20:13, sexta mayor 22:13, tercera mayor 33:26, sexta menor 52:33, séptima 24:13, comma 27:26, díesis 40:39, etc. Obsérvese incluso que el «semitono» 12:11 es mayor que el «tono» 13:12, debido a que los parciales 11 y 13 son más bajos que las notas que los representarían.

Hay que tener en cuenta que todos estos intervalos que no aparecen en las afinaciones y temperamentos tradicionales son intervalos naturales al basarse en el armónico natural correspondiente. No son además descubrimientos recientes. El 11º parcial es al parecer frecuente en ciertas músicas folclóricas, en ciertas músicas árabes y en la división tetracordal diatónica de Ptolomeo, *Hemiolon*, 9:10:11:12 (véase supra).

Tales divisiones son muy utilizadas en la música microtonal del siglo XX. I. Wyschnegradsky (1933) por ejemplo, considera al 11º parcial, como la base de la división de la octava en cuartos de tono (24 partes). Según H. Partch, el T113 sería el primero en el que todos los parciales hasta el 11º están adecuadamente representados. Yasser incluirá los parciales 11 y 13 en su defensa de la división de la octava en 19 partes aunque algunos intervalos superan los 20 cents de diferencia, como 11:7, 12:11 o 13:8. Podemos ir todavía más allá y acudir al 17º parcial, muy cercano al del temperamento igual en 12 semitonos. El lector nos ahorrará mencionar los intervalos que se producen aceptando éste y otros parciales superiores, aunque muchas veces coinciden intervalos entre divisiones distintas de la octava, sobre todo, obviamente, cuando las partes de una son múltiplo de otra:

Intervalo			JE	Mes.		AP	TI	
VII 7:4	968,83	9:5	1.107,60	1.006,90		996,10	1.000	+31
Tritono 7:5	582,51		590,2	579,50		611,70	600	+17,5
(tritono de Euler 10:7, 617,50 cents)								
IIIm 7:6	266,87		315,64	310,3		294,14	300	−33,13
VII 9:5	1.017,60							
IIIM 9:7	435,08	5:4	386,31	386,3	81:64	407,82	400	−35,08
Tono 8:7	231,17	9:8	203,91	203,91		193,2	200	−31,17
XI (11:8) =	551,32							
XIII (13:8) =	840,53							

El comportamiento de los diferentes temperamentos ante los nuevos parciales difiere (véase la tabla al final del capítulo). El habitual T12 da unas excelentes Vs pero malas IIIMs y peores VIIs (+31 cents). En cuanto a los parciales 11 y 13 no es que sean malos, es que sencillamente no existen en este temperamento. La razón 11:8 equivale a 551 cents, justo entre 500 y 600. Lo mismo ocurre con el XIII de razón 13:8 y que equivale a 840,5 cents, no 800 ni 900. La división en 24 partes (2x12) viene a paliar este problema puesto que ofrece intervalos de 550 y 850 cents. El T19 ofrece peores V y IIIM que el T12, mejores VII (-21,5) si tomamos como tal la VI+, y no malas XI (+17) y XIII (-19,5). Pero para algunos, el problema de este temperamento, lo hemos indicado, estriba en que la IIIM es más corta que la justa, con lo que suena muy «insípida», acostumbrados como estamos a terceras mayores muy grandes. El T31 es excelente para el acorde de séptima (4:5:6:7) ya que ofrece una IIIM muy buena, V aceptables y VII casi justa (-1 cent). XI (-9,5) y XIII (+11) son asimismo bastante buenas. El mejor es sin duda el T53, con una V prácticamente justa, así como la IIIM y las VII, XI y XIII muy buenas. Un resultado excelente lo da también el T41 de von Jankò, que no aparecía en los siglos precedentes.

Algunos teóricos utilizan el término «límite» referido al mayor número primo que marca el límite entre consonancia y disonancia según los intervalos que queramos considerar. Así, en la afinación pitagórica es el 3 (2:1, 3:2; en 4:3, $4 = 2^2$) y en la justa el 5 (5:4, 6:5). Si extendemos al 7 tenemos la posibilidad de considerar como consonancias los intervalos de 7ª y necesitamos una nueva división de la octava que permita que este intervalo sea justo o se le acerque. Lo mismo ocurre con los intervalos a partir de los parciales 11 y 13.

Esto permite calibrar el comportamiento de los diferentes temperamentos dentro de dichos límites. Vemos así cómo el habitual T12 es progresivamente peor al ir hacia los parciales más altos. En el límite 2, (2:2, 2:1), la diferencia con los respectivos intervalos naturales es 0, en el 3 (3:2, 4:3) es de 2 cents, en el 5 (5:4, 6:5, 9:5) de unos 14 cents, en 7 (7:4, 7:5, 7:6, 9:7) en unos 30, en 11 (11:8, 11:7, 11:6, 11:9, 11:10) unos 40, etc. Por ello, aquellos teóricos que busquen acercarse a los parciales superiores necesitan buscar temperamentos alternativos.

Notación

Uno de los problemas que surgen en la microtonalidad es la necesidad de una nueva notación y una nueva terminología para los nuevos intervalos producto de la inclusión de los parciales superiores y cuya complejidad hemos vislumbrado. Ya con el 7º armónico natural hay una tercera aumentada, tercera mayor, neutra, menor o disminuida a lo que hay que añadir la VIM 12:7 y la VIm 14:9, la quinta «semiaumentada» 54:35, novena menor 15:7 y mayor 16:7, etc., e intervalos pequeños como la díesis 36:35 de 48,77 cents (2xV – IIIM – VII) o el comma 64:63 de 27,26 cents (2xVIII – 2xV – VII). Sólo con el parcial 11, varios tipos de terceras, mayor, menor... ¿Llamaremos a 6:7 tercera «sub» o «infra» menor (por ser menor que la menor 6:5), a 7:9 «super» o «supra» mayor (mayor que la mayor 5:4), a 9:11, «intermedia», «neutra», al estar entre las dos grandes y las dos pequeñas? La inversión de la tercera «submenor» (6:7) sería la sexta «supermayor» 7:12. Y en el caso de las quintas, tendríamos quintas justas en 4:6:9, una «subdisminuida» 5:7 y una «aumentada» 7:11. La cosa se complica cuando vemos que hay distintos tamaños de cuartas, quintas, séptimas y novenas como la quinta semidisminuida 16:11, quinta disminuida 22:15, cuarta semiaumentada 11:8, cuarta aumentada 15:11, tercera mayor (cuarta disminuida) 14:11, segunda 12:11, sexta 18:11, séptimas 11:6 y 81:44, comma 33:32 (33 armónico), etc.

Sobre la notación musical en las diferentes escalas microtonales hay varias tendencias. Un procedimiento, más engorroso cuanto más aumenta el número de notas de un sistema, consiste en utilizar la notación tradicional adaptando los signos habituales de «bemol» y «sostenido» a las necesidades concretas de la división, lo cual hace variar su significado. Si en 12 partes dividimos el tono de la siguiente forma, Do-Do♯ (=Re♭)-Re, en la división en 19 partes las notas enarmónicas son otras, Do – Do♯ – Re♭ – Re, con lo que Do♯ ≠ Re♭. En 31 partes, el tono se divide así: Do – Re♭♭ – Do♯ – Re♭ –

Do## – Re. Evidentemente, Do# ≠ Reb, Dox ≠ Re, Rebb ≠ Do. Conforme ampliamos el número de partes, hay que establecer diferentes divisiones del tono y diferente nomenclatura, teniendo en cuenta la variación de la enarmonía. Esta notación es todavía útil en el T19 y T24 pero comienza a ser engorrosa en el T31. En otras notaciones alternativas las variaciones sobre la tradicional son fácilmente comprensibles, aunque requieren cierta explicación: signo de sostenido con una, dos o tres rayas verticales, el signo de bemol sin completar o duplicado, signos + y –, flechas ascendentes o descendentes, signos especiales mezcla de las notaciones para sostenidos y bemoles, etc.

Muchos teóricos y compositores consideran que la notación tradicional, adaptada en un principio a 12 o 19 partes, no refleja de forma adecuada las relaciones tonales profundas de los nuevos sistemas microtonales por más que la ampliemos. Temperamentos iguales en 13, 14, 15 o 26 partes difícilmente pueden expresarse con la notación tradicional sin llevar a confusiones o malentendidos en las relaciones entre sus intervalos, igual que ocurre con los de 33 o 50 partes. Algunos proponen eliminar totalmente esta notación tradicional inventando nuevos signos adaptados a cada uno de los fines concretos propuestos. Es el caso de Leo de Vries, J. Yasser, T. Mook o K. Stockhausen. A partir de 1986, y con la generalización del sistema MIDI, la escritura microtonal puede establecerse de forma numérica al depender parcialmente de la estructura de los sintentizadores. El problema es que una notación puramente numérica no ofrece una visión «cualitativa» de las características melódicas, armónicas o de cualquier otro tipo, en cualquier caso musicales, del sistema utilizado. El mundo de los ordenadores ha revolucionado también el timbre musical, que ahora se abre a expectativas nuevas y exige nuevas notaciones o metanotaciones.

Temperamento del siglo XX con división de la octava en partes iguales

T24 (2 × 12). **1/4 de tono** (1920-1940). La división de la octava en cuartos de tono parece ser una de las más sencillas de establecer. Se trata de dividir cada semitono temperado en dos mitades y el tono en 4 partes iguales (hoy día sus defensores eliminan todo concepto de consonancia). Una manera elemental de llevarla a cabo es afinar en temperamento igual dos instrumentos a la distancia de 1/4 de tono. Siendo una división microtonal intuitivamente sencilla que no se aparta sustancialmente de la práctica habitual, no es de extrañar que aparezca en diversos lugares de forma independiente. Si queremos buscar precedentes podríamos retrotraernos a las divisiones de Aristóxenos, luego se ocuparon de ella Mersenne, Kircher, L. Rossi, G. Doni, etc.

Divisiones microtonales en cuartos de tono aparecen en J. F. Halévy ya en 1847 *(Prométhée enchaîné)* y luego en Richard Stein (*Zwei Konzertstücke*, op. 26, 1906), Arthur Lourie, en las *Three Pieces for Two Pianos in Quarter Tones* de Ch. Ives, de hacia 1920, o el interés de Rimsky-Korsakov al respecto al menos hasta 1932.

El mexicano Julián Carrillo (1875-1965) fue un pionero de la escritura microtonal que comienza a explorar con su violín hacia 1895. Con referencias al «sonido trece» (el armónico 13, más allá de los 12 primeros tradicionales), incluye divisiones de tercios, cuartos, octavos y dieciseisavos de tono (además del *Preludio a Colón*» que data de 1922, los ocho cuartetos de cuerda o la misa *Juan XIII*). Sus concepciones están impregnadas de un profundo misticismo y renuncia a todo folclorismo. Alois Hába (1893-1973) es uno de los más prolíficos compositores en música microtonal de cuartos de tono. Su interés en la modalidad y microtonalidad se encuentra en el estudio del folclore de su país y en la influencia de Schönberg sobre la consideración del igual estatus de consonancias y disonancias. Creó instrumentos en cuartos y sextos de tono para los que hizo diversas composiciones en general atemática (*Segundo cuarteto de cuerda* estrenado en 1922, *Suite nº 2* para guitarra, la ópera *La madre* de 1930, etc.). Posteriormente conoce a A. Fokker (1958) y se interesa por la música en el T31. Ivan Wyschnegradsky (1893-1979) es en cierto modo un deudor de las ideas místicas de Scriabin y de la filosofía de Nietzsche. Parte de la eliminación de la polaridad tradicional entre consonancia y disonancia y utiliza escalas producto de la división no de una octava sino de dos o tres. A partir de su *La journée de l'Existence* (1917 y revisada posteriormente), inspirada en la metafísica hindú, se dedica, junto a Hába, a componer música ultracromática en cuartos y sextos de tono. Utilizando dos, tres o cuatro pianos afinados a distancias microtonales, puede utilizar cuartos, sextos, octavos o doceavos de tono (*Arco iris*, 1957). Siguiendo a Scriabin, relaciona cada microintervalo con un color (1/12 con el naranja, 1/6, amarillo, 1/4, verde, 1/2, rojo, etc...). Llegó a interesarse también por el órgano de 31 partes por octava diseñado por Fokker. Influye en O. Messiaen y P. Boulez. Son importantes alguna de sus obras teóricas (1922) con conceptos como los de «pansonoridad».

Aunque decae hacia los años 30, a partir de los 60 y 70 renació en Rusia el interés por el temperamento de cuartos de tono con nombres como Alfred Schnittke o Sofía Gubaidulina. E. Murzin concibió hacia 1938 un instrumento que, como sintetizador, se construyó en 1958, de nombre ANS, en honor del omnipresente A. N. Scriabin. Sería posible la división de la octava en cuartos y octavos de tono además de la afinación justa. Al estar basado en la estructura interválica de la serie de armónicos, habría la posibilidad de crear una armonía tímbrica.

Hay otras divisiones de la octava que, como la de 24, son múltiplos de la de 12: 36, 48, 60, 72... El T72 lo tienen en cuenta Hába y Augusto Novarro como una combinación de los temperamentos de 12, 18, 24 y 36 partes, factores de 72. Más que como un múltiplo del de 12 puede considerarse como un balance entre los de 31 y 41 partes. Así como el T31 combina los T12 y T19, en este caso las buenas terceras y séptimas del T31 se combina con las buenas quintas y onceavas del T41.

T31. 1/5 de tono. Junto al T19 es uno de los más citados en la literatura musical microinterválica y en opinión de Yasser, si aquél era de aplicación inminente éste queda para una futura expansión tonal. El interés por esta división de la octava es hoy casi un dominio exclusivo de musicólogos y compositores holandeses a través de la Huygens-Fokker Foundation, creada en 1960 y que cuenta incluso con financiación gubernamental. Posteriormente se ha extendido a pequeños núcleos de otros países.

La división de Huygens en 31 partes aparece en el tomo 20 de sus *Obras Completas,* que no aparece hasta 1940. Es el año en el que el físico también holandés Adriaan Fokker (1887-1972) se interesa por la música y por esta división de la octava. Su interés se amplía a otros teóricos como Zarlino y Rameau para la armonía tradicional, Euler para el intervalo de séptima natural y la modalidad o Tartini, otro defensor del intervalo de séptima. Comparados con los intervalos de la justa entonación y los construidos con el 7º parcial, el resultado es el siguiente:

Intervalo	T31		Error	Intervalo	T31		Error
V	18/31	696,774	–5,181				
IIIM	10/31	387,097	+0,783	IIIm	8/31	309,677	–5,964
VIIm (7:4)	25/31	967,742	–1,084	Tritono	15/31	580,645	–1,868
IIIm 7:6	7/31	270,968	+4,097	IIIM 9:7			

Puede apreciarse la excelencia de la IIIM y la VII natural. En su defecto, la IIIm que suma los errores de IIIM y V, de signo contrario. Serán por ello partidarios de este temperamento quienes valoren por encima de todo IIIM y VII y no tanto los partidarios de incluir la IIIm entre las consonancias importantes o quienes no tengan en cuenta la VII natural. Huygens determina los cents de la díesis como 1/18 de 3:2 (39 cents), 1/13 de 4:3 (38,2), 1/10 de 5:4 (38,6), 1/25 de 7:4 (38,8), 1/31 de 2:1 (38,7), etc.

Según Fokker, podemos admitir varias «dimensiones» en un sistema armónico. La primera lo constituye el sistema de quintas (afinación pitagórica), un sistema horizontal lineal en el que no aparece el intervalo de IIIM

5:4. Para incluir éste hace falta una segunda dimensión vertical (justa entonación):

La	Mi	Si	Fa♯	Do♯	Sol♯
Fa	Do	Sol	Re	La	Mi
Re♭	La♭	Mi♭	Si♭	Fa	Do

Incluir el intervalo de VII natural (4:7) requiere una tercera dimensión (representada de forma tridimensional, con cubos adyacentes) que se consigue con el T31 y sus buenas séptimas naturales *(the «tricesimoprimal» equal temperament).* Los números primos mayores de cada dimensión son el 3, 5 y 7. De la misma forma que la IIIM justa no puede derivarse del sistema pitagórico tampoco la VII natural de la afinación justa. Pertenece sin embargo a la serie de armónicos naturales y su inclusión hace que haya que ampliarse la escala habitual de 12 semitonos, en la que no aparece. Según Fokker, escalas como la de tonos enteros, la descrita por Tartini (Do, re, mi♭, fa♯, sol, la♭, si, do) o alguna de Bartók, que propondrá la tétrada 4:5:6:7 como acorde básico, pueden tratarse como compuestas de terceras, quintas y séptimas naturales cuya mejor combinación la ofrece la división de la octava en 31 partes. Fokker adopta la variación en la notación habitual para escribir la VII con la «b» del bemol ligeramente modificada o el número de líneas verticales del sostenido que pueden ser una, dos o tres. Así, el Fa del acorde de Sol7 es algo más bajo que el Fa natural con lo que puede notarse con un bemol alterado («Fa minus» o «Fa semibemol»); en el temperamento «trigesimoprimo» se identifica con Mi♯. En Do7, el Si♭ natural es algo menor que Si♭ («Si♭ minus» o «B-one-and-a-half-flat») y se identifica con La♯. Mi♯ y La♯ son diferentes (una díesis menores) que Fa y Si♭. Lo mismo ocurre con los sostenidos. Una séptima menor bajo Do es un Re un poco más agudo que el natural («Re plus» o «Re medio sostenido», notado con el signo "♯" pero con una sola barra vertical) y una séptima natural bajo Si es un Do algo más agudo que Do'♯' («Do♯ plus» o «C-one-and-a-half sharp», notado con tres barras verticales). Aunque Fokker utiliza tales signos, que ofrecen una visión más exacta de los intervalos de este temperamento, podemos hacerlo con la tradicional, en la que la división de los tonos y semitonos sería la siguiente: Do Re♭♭ Do♯ Re♭ Dox Re Mi♭♭ Re♯ Mi♭ Rex Mi Fa♭ Mi♯ Fa... En este temperamento, 2V+2IIIM = 5VIII+1VIII, etc.

Después de una serie de composiciones que podían interpretarse en un pequeño órgano que reproducía los géneros eulerianos con intervalos naturales, el primer concierto público para trío de cuerda en esta afinación se produce en 1945. En 1950 se instala en el Teyler Stichting Museum de Haarlem un órgano de 31 partes por octava con dos teclados, uno inclinado respecto al otro, diseñado por Fokker y construido por Pels & Zoon. Cada teclado tiene 143 notas y 319 teclas y el pedal 45. El diseño de los teclados es sencillo: cada fila de notas va por tonos enteros de forma que las escalas con notas de la misma alteración ascienden a la fila superior cada tres notas. Reproducimos únicamente las cuatro primeras filas de las 11 de cada teclado. La notación más correcta, «Re plus» y «Re minus», por ejemplo, ha sido sustituida por Mibb y Dox respectivamente en la notación habitual (aunque sería más lógico Re, Re+, Re#, Mib, Mi-, Mi, que Re, Mibb, Re#, Mib, Rex, Mi).

...

	Dox		Rex		Solbb		Labb		Sibb		Dob...	
Rebb		Mibb		Fab		Solb		Lab		Sib		Do...
	Reb		Mib		Fa		Sol		La		Si...	
Do		Re		Mi		Fa#		Sol#		La#		Si#...

Las filas superiores se forman siguiendo dos columnas con la propia división microtonal, Do(1ª) – Rebb(3ª) – Do#(5ª) –Reb(7ª) – Dox(9ª) –Re (11ª)... por un lado, y Reb(2ª) – Dox(4ª) – Re (6ª) – Mibb (8ª) – Re# (10ª), etc. Están alineadas las notas separadas por 1 díesis (1/5 de tono) como Mi# y Fa, Rex y Mi, etc. Siguiendo los teclados tradicionales, las teclas correspondientes a las notas diatónicas (7 por octava) tienen color blanco, negro las de las alteraciones habituales pero con los sostenidos y bemoles diferenciados (10). Las restantes van en color azul (14). Cada nota diatónica tiene encima y debajo las azules correspondientes, Do está entre Do+ y Do-. El pedal tiene una distribución semejante.

En esta división se dan los géneros de Euler con quintas, terceras mayores y séptimas naturales en 12 tonos por octava (3^3x5^2), (3^2x5^3), (5^3x7^2), (3^3x7^2), (5^2x7^3), (3^2x5x7), (3x5^2x7), (3x5x7^2). Tal cantidad de intervalos permite el uso de terceras justas, sin batidos, terceras intermedias entre la mayor y la menor, la imitación de escalas árabes, del gamelán javanés, etc., «una síntesis de muchas músicas». Parece como si el ideal de Vicentino que intentó materializar en su archicémbalo y continuó Huygens, sigue latente en Fokker.

Tras la consagración en concierto público del órgano por P. Ch. van Westering (*Six inventions*, 1950), componen además de éste para esta división, Jan van Dijk (*Pezzi per Organo trestunisoso*, 1951), Henk Badings (*Praeludium and Fuga*, 1952, interpretada por Anton de Beer), A. van der Horst, H. Kox, P. Schat, el americano J. Mandelbaum, el suizo E. Frischknecht, los ingleses R. Orton y A. Ridout y el franco-ruso I. Wyschnegradsky. Además del órgano, la inclusión del séptimo parcial se ha extendido a la voz humana, el cuarteto de cuerda y otros instrumentos como el violín, cello, flauta, trompeta, trombón o instrumentos electrónicos (M. Lürsen, H. Badings, J. van Dijk, Jaap Geraedts, Ton de Leeuw, J. Mandelbaum, A. Ridout, H. Kox), mientras el matrimonio B. y J. Lemkes se han consagrado como intérpretes privilegiados.

Fokker considera también el T41 en quintas, terceras y séptimas llegando a la conclusión de que no tiene ventajas acústicas sobre el T31.

T41. El húngaro-vienés Paul von Jankó (1856-1919) fue discípulo de Helmholtz en Berlin. Construyó un teclado especial, patentado en 1882, basado en las divisiones de Henfling y Bosanquet en el que cada acorde o secuencia melódica puede interpretarse en varias posiciones distintas. Consta de seis filas de teclas dispuestas por tonos enteros comenzando en Do y Do# alternativamente, de color blanco las correspondientes a las notas diatónicas y negro a las cromáticas. Defiende en un opúsculo (1901) la división de la octava en 41 partes iguales («supracommas») con especial predilección por las quintas. Es un temperamento perteneciente a los de la familia de 7, 17, 29 partes iguales y como éstos, «positivo», es decir, con las quintas más grandes que las del temperamento igual (aunque sólo medio cent mayores que las justas en este caso, 702,439 cents). La IIIM es casi 6 cents (5,826) más corta que la justa y la VII asimismo 3 cents corta.

Fokker establece una comparación entre los temperamentos de 12, 19, 22, 31, 41, 53, 63, 72, 87 y 94 partes y llega a la conclusión de que el mejor temperamento para IIIM-V-VII-XI es el T41 seguido del T31. Si incluimos la XIII, ambos son igualmente buenos. Propone por tanto el T31 para el presente y el T41 para un futuro próximo. Su gran virtud es, desde luego, la perfección de sus quintas.

Divisiones múltiples sin partes iguales

43 partes. «Justa entonación». Harry Partch (1901-1974) es un conocido compositor y constructor de instrumentos originales. En su obra principal (1949), que recoge postulados de otros teóricos, aboga por la justa entonación y por la incorporación de los números 7 y 11. No lo hace tanto en defensa de la naturalidad de la serie armónica cuanto de las posibles divisiones tetracordales antiguas y del temperamento de 43 partes por octava. El concepto de «monofonía» le permite derivar las razones de las notas a partir de una razón generadora hasta el número 11:

1:1	5:4	3:2	7:4		9:8		11:8	«Otonality»
4	5	6	7	(8)	9	(10)	11	
Do	Mi	Sol	Sib	(Do)	Re	(Mi)	Fa#	
1:1	8:5	4:3	8:7		16:9		16:11	«Utonality»

La «utonality» consiste en la inversión de las seis notas de la «otonality». Ambas están relacionadas en lo que Partch llama «the tonality diamond» de la siguiente forma:

[6/6]	7/6	8/6	[9/6]	10/6	11/6
12/7	[7/7]	8/7	9/7	10/7	11/7
12/8	14/8	8/8	9/8	10/8	11/8
[12/9]	14/9	16/9	[9/9]	10/9	11/9
12/10	14/10	16/10	18/10	[10/10]	11/10
12/11	14/11	16/11	18/11	20/11	[11/11]

En la figura, la «otonality», aparece en las líneas y la «utonality» en las columnas. En el ejemplo previo se trata de las de 8/8, pero las seis razones de la diagonal son equivalentes. Obviamente, las razones 9:6 y 12:8 equivalen a 3:2, 8:6 a 4:3, 10:8 a 5:4, 12:10 a 6:5, 10:6 a 5:3, 16:10 a 8:5, 18:10 a 9:5, 14:8 a 7:4 y 14:10 a 7:5. Eliminando las razones repetidas que aparecen entre corchetes, el resultado son 29 razones justas dentro de una octava. Partch añade 14 más para permitir la trasposición de las respectivas «otonality» y «utonality», lo que da lugar a 43 notas por octava. Las razones añadidas son, 81:80, 33:32, 21:20 y 16:15; 32:27, 21:16, 27:20, 40:27, 32:21, 27:16, y 15:8, 40:21, 64:33, 160:81.

No se trata de un temperamento igual sino de un caso especial de justa entonación que permite las trasposiciones deseadas aunque no una modulación totalmente libre. Partch ha construido diversos instrumentos al efecto.

Sección áurea. Thorvald Kornerup desarrolló una afinación basada en la sección áurea como única constante (Mandelbaum, pp. 273 y ss.). Se trata de la conocida división armónica de una recta en media y extrema razón. La sección áurea, o «proportio divina», ha sido objeto de muchos estudios en geometría, arquitectura y botánica y como es sabido, consiste en una proporción entre dos cantidades de forma que la suma de ambas sea a la mayor como ésta a la menor, $a+b/a = a/b$ ($a>b$). Si llamamos ϕ a esa proporción, $\phi^2 = \phi+1$, y resolviendo la ecuación, $\phi = 1+\sqrt{5} : 2 = 1{,}61803398...$ La razón puede continuarse indefinidamente entre «a» y «a+b».

Kornerup considera que esta razón debe ser constante entre varios intervalos musicales dotando a todo el sistema de una especial unidad, una especie de armonía mística generalizada. Considerando ϕ como la diferencia entre SM y Sm (SM/Sm = ϕ), y que 7 SM más 5 Sm equivalen a la octava ($SM^7 \times Sm^5 = 2$), el resultado es de 118,9 cents para el SM y 73,5 para el Sm, valores muy parecidos a los de la justa entonación, 111,7 y 70,7 cents respectivamente. Como el tono es la suma de ambos semitonos tenemos de nuevo la sección áurea, T/SM = ϕ. Es un tono de 192,43 cents, más o menos intermedio entre los tonos mayor (203,9) y menor (182,4) de la justa entonación. Utilizamos el mismo procedimiento a continuación ya que la IIIm = T + SM, y de nuevo, la IV = IIIm + T. Sus respectivos valores son de 311,36 y 503,78 cents, cercanos a los 315,6 y 498 de la justa entonación. Podemos establecer por tanto el esquema de intervalos descendente de la siguiente forma:

$$IV/IIIm = IIIm/T = T/SM = SM/Sm = \phi\ (1{,}6180...).$$

La suma de todos ellos equivale a la octava. El resto de los intervalos se obtiene a partir de los conocidos dando para la V el valor de 696,21 cents y para la IIIM 384,86 cents, cuyos valores justos son 701,9 y 386,3 respectivamente. Incluye en el tratamiento los intervalos con el parcial 7. La mayoría de los intervalos de la escala india se acercan a los de la sección áurea según nuestro autor.

Kornerup considera la sección áurea una ley estética (¡y ética!) tan universal que sirve como fundamento para la evaluación de los diferentes sistemas cíclicos. Relaciona de forma orgánica una serie dada de estos sistemas que siguen la serie de Fibonacci: 2, 5, 7, 12, 19, 31, 50... Cada temperamento se relaciona con el anterior, de forma que conforme avanzamos en la serie nos acercamos a ϕ, es decir, (n / n-1) ⟶ 1,6180 cuando n ⟶ ∞. En efecto, 19:12=1,583; 31:19=1,631; 50:31=1,612; 81:50=1,620... Cuanto más avanzamos más nos acercamos a ϕ y las diferencias de los intervalos del sistema áureo con los del sistema correspondiente se van reduciendo. Así, la V de los sucesivos sistemas se acercan más a la áurea, 12T=+3,78, 19T=-1,48, 31T=+0,56, 50T=-0,21, 81T=+0,08, 131T=-0,03, 212T=+0,01... (véanse no obstante las consideraciones al respecto de Mandelbaum, p. 279 y ss. y c. 12).

Siendo un temperamento «evolutivo» y siguiendo la serie de Fibonacci su comportamiento entre los T19 y T31 es el siguiente:

Intervalo	T19	T31	Sec. A.	JE	Error
V	694,74	696,77	696,21	701,95	–5,74
IIIM	378,95	387,10	384,86	386,31	–1,45
IIIm	315,79	309,68	311,36	315,64	–428
VII (7:4)	947,37	967,74	962,15	968,83	–6,68

Otros intervalos son la «IIIm» (7:6) de 265,93, –094 cents respecto a su razón natural (266,87), SM, 118,93 (+7,20), Sm 73,50 (+2,83), IV+ (16:11) 650,79 (+2,11) y V- (11:8) 549,21 (-2,11). Menores aún que el Sm estarían la «díesis áurea» (45,43 cents) y el «comma áureo» (28,1 cents), muy alejados de sus valores justos dado su tamaño. Barbour (1951, p. 128) considera muy desviada la V, más aún que la del mesotónico (-5,5), y aunque la IIIM sólo lo está en 1,5 cents, es más corta que la justa, algo grave para este autor, como sabemos.

Jacques Dudon ha utilizado también la sección áurea y es de sobra conocido el uso estructural que de ésta hizo Bartók en el Adagio de su *Música para cuerdas, percusión y celesta.*

Final. Entre los compositores más conocidos aparece la microtonalidad en obras como *Le Visage Nupciel* (1940) o *Poliphonie X* (1950) de P. Boulez, por ejemplo, o en algunas de Xenakis, Ligety o Lutoslawski. En el *Studie II* y otras obras, Stockhausen (1954) no utiliza la división de la octava como el intervalo de referencia sino el de razón 5:1, dividida en 25 intervalos iguales ($\sqrt[25]{5}$).

* * *

Si comparamos las respectivas desviaciones de los principales armónicos en los temperamentos más representativos, tenemos el siguiente resumen:

Razón	JE	12	19	24	31	41	53
V	3:2 = 701,9550...	−2	−7,2	−2	−5	+0,5	−0,07
IIIM	5:4 = 386,3137...	+13,7	−7,4	+13,7	+0,8	−5,8	−1,4
VII	7:4 = 968,8259...	+31,2	−21,4	+18,8	−1	−3	+4,8
XI	11:8 = 551,3179...	−48,7	+17	−1,3	−9,3	+4,8	−8
XIII	13:8 = 840,5277...	−40,5	−19,5	+9,5	+11	+8,3	−2,8

— V. Las mejores son las del T53 y luego el T41. Muy buenas igualmente las de T12 y T24.
— V-IIIM. El mejor balance lo ofrece el T53 y después el T31 y T41. Los T12 y T24 son malos para las IIIM, mientras el error semejante en T19 entre V y IIIM hace que la IIIm sea casi justa.
— V-IIIM-VII. El mejor es T31 seguido del T53 y T41.
— XI. El T24 ofrece una aproximación muy buena seguido de T41, T53 y T31. En T19 podría ser aceptable pero en T12 no existe este intervalo. Para mejorar la XI habría que ir a temperamentos de 63, 72 y 87 partes. La mejor combinación de V-IIIM-VII-XI la da el T41 seguido de T31 y T53.
— XIII. T53 es el mejor seguido de T41. Para mejores aproximaciones debemos irnos a T87. Buenas combinaciones de V-IIIM-VII-XI-XIII

lo ofrecen los T41, T53 y T31. El T19 tiene la V más desviada que la del T12 pero el resto de los intervalos son mucho mejores, especialmente la XI. En cualquier caso, el resto de los temperamentos son mejores al estar diseñados para tal fin.

Resumiendo: el temperamento más cercano a la justa entonación es el T19. El más práctico, por su número de notas, el T12, con malas aproximaciones a los parciales 7, 11 y 13. Para acordes de séptima, sin duda el mejor es el T31, que también ofrece una cierta aproximación al 11º parcial. Si deseamos la mayor aproximación a todos los parciales con el mínimo número de notas, está el T41. El T53 es en muchos aspectos el ideal si no fuese por el excesivo número de notas.

Apéndice I. Cálculo de intervalos

Solemos expresar un intervalo musical como la razón entre dos sonidos, determinada por la razón entre dos longitudes de cuerda o la de sus respectivas frecuencias sonoras. Pero esta representación fisico-matemática no se corresponde con la experiencia musical. Nuestra percepción de los intervalos musicales es logarítmica. Además, los intervalos pueden ser mayores o menores, sumarse y restarse, dividirse en un número de partes, etc., algo imposible con el sistema matemático de fracciones en el que para sumar o restar intervalos hay que multiplicar o dividir sus respectivas razones. La división lineal de los intervalos en partes iguales constituía un ideal ya antiguo desde Aristóxenos, o al menos así lo entendieron sus seguidores. Si pudiéramos determinar una unidad mínima los intervalos serían múltiplos de tal unidad, algo imposible en la concepción pitagórica de fracciones.

Hemos visto ya cómo el pitagórico Filolao había intentado dividir el tono en partes iguales mediante las diferencias entre los términos de las razones de un tetracordo diatónico. En el siglo XIV, y como consecuencia del desarrollo de la música ficta, Marchetto de Padua (1326) por ejemplo intentará dividir el tono 9:8 en cinco partes (dieses) distinguiendo tres tipos de semitono: cromático (4 dieses), enarmónico (2 d.), usado en el canto llano y diatónico (3 d.), que crea las disonancias. Pero una división de una razón superparticular en partes iguales es imposible. El objetivo de Marchetto es comparar los distintos semitonos y dar cuenta de una práctica musical que excedía los presupuestos teóricos:

			2 d.		3d.		2d.		4d.		1d.	
Sol		La		Si♭		Si		Do		Do♯		Re
	9:8		18:17		17:16		18:17					

Más tarde, Faber Stapulensis (1496, II, 35) intentará calcular los commas pitagóricos de los que se compone un intervalo como el limma de razón 256:243. A principios del siglo XVII, V. Galilei intenta, sin conseguirlo, dividir la octava aritméticamente en semitonos iguales (a los que denomina *particelle*) siguiendo la senda de Aristóxenos. Tampoco es ajeno a todo ello la división de la IIIM 5:4 en cuatro «semitonos», 20:19:18:17:16 debida a Th. Salmon a principios del siglo XVIII (1705).

La transformación logarítmica de las razones aritméticas permite adecuar la imagen musical con la perceptual al transformar las multiplicaciones, divisiones y radicaciones en sumas, restas y divisiones. Pongamos el siguiente ejemplo:

$$100 = 10 \times 10 = 10^2;\ 1.000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3;$$
$$10.000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4, \text{ etc.}$$

Para multiplicar 10×1.000, por ejemplo, sumamos los exponentes de los números respectivos, $1+3 = 4$:

$$10 \times 1.000 = 10^{1+3} = 10^4 = 10.000$$

Hemos convertido la multiplicación de dos números en suma de los exponentes de los números respectivos. Si convertimos distintos números en 10^n podemos sumar, restar, multiplicar o dividir los exponentes en lugar de multiplicar, dividir, elevar a una potencia o hallar raíces de esos números. Los logaritmos no son sino los exponentes a los que elevamos un número dado denominado «base» y que representan al número en cuestión. Tomando logaritmos no sólo sumamos o restamos números para sumar o restar intervalos; también podemos comparar intervalos y dividir geométricamente, en partes iguales, cualquier intervalo, algo imposible con fracciones.

Aunque la transformación logarítmica de las fracciones no se consigue hasta el siglo XVIII, ya hacia 1544 aparece la *Arithmetica integra* de M. Stifel y en 1614 la *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* de Napier, barón de Murchiston. Posteriormente, B. Cavalieri (1639, p. 484), lord W. Brounker (1635, p. 67), J. Caramuel (1670, pp. 864-70, y desde 1647), Ch. Huygens (1661), I. Newton (1665), J. Sauveur (1697), Euler (1739), Lambert (1776), el barón de Prony (1832) o, finalmente, Ellis (1875) y Eitz (1891) proponen divisiones de la octava en un número diferente de partes: Newton en 12, Huygens en 31, Sauveur en 301, Eitz en 1.000, Ellis en 1.200. En tales casos, las respectivas unidades son $2^{1/12}$, $2^{1/31}$ y $2^{1/301}$, $2^{1/1000}$ y $2^{1/1200}$. Las más usuales son el *savart* (301 unidades) en medios francófilos y el *cent* (1.200 partes), de aplicación universal.

Savarts

A finales del siglo XVII, J. Sauveur (1697), considera que el temperamento más cercano a la afinación natural es el mesotónico de 1/5c. Con este temperamento puede eliminarse la díesis enarmónica dividiendo la octava en 43 partes (*mérides*, del gr. *meris-meridos*, «parte»). Dividiendo cada una de estas partes en otras siete llega a una división de la octava en $43 \times 7 = 301$ *(heptamérides)*, coincidente con que $\log_{10} 2 \approx 0{,}301$. La razón entre las frecuencias p/q se convierte en merides mediante ($1.000 \times \log p/q) : 7$. El intervalo de 1 meride tiene la razón $1{:}2^{1/43} = 1{,}016250...$ Una heptameride es la 301 parte de la octava y equivale a $1{:}2^{1/301} = 1{,}002305...$ Hay además *decamerides* y *demi-heptamerides* cuya descripción es obvia.

Posteriormente, a la unidad 1/301 de una octava se le denominó *savart* en honor al físico francés Félix Savart (1791-1841). En tratadistas franceses encontramos todavía esta medida logarítmica pero está siendo sustituida por la más funcional del *cent*. 1 meride = 27,907 cents; 1 heptameride o savart = 3,958 cents.

Cents

Es sin duda el *cent* (abreviatura de «centésimo») la unidad de medición de intervalos más habitual hoy día. Fue propuesta por A. J. Ellis en un apéndice a la traducción que hiciera al inglés de la obra de H. Helmholtz, *On the Sensations of Tone...* (1885, pp. 446-451). Ellis lo aplica al temperamento igual dividiendo la octava en doce semitonos iguales y cada semitono a su vez en 100 partes iguales. El *cent* es la centésima parte de un semitono del temperamento igual, la 1/200ava parte de una octava geométricamente dividida. La octava (2/1) se compone de $12 \times 100 = 1.200$ cents:

$$1 \text{ cent} = \sqrt[1.200]{2}, \text{ o, } 2^{1/1.200}$$

Si convertimos las razones de los intervalos en exponentes (logaritmos) de 2 (la razón de la octava) las convertimos en «fragmentos» lineales, partes de dicha octava. Partes que podremos sumar, restar, dividir en partes, comparar, etc., como hacemos con los intervalos musicales. Para hallar los cents de una razón p/q (o una frecuencia f_1/f_2) basta multiplicar el logaritmo en base 2, de dicha fracción por el número de partes a dividir la octava, $\log_2 (p/q) \times K$, siendo K el número de partes a dividir aquélla. En el caso de cents, 1.200:

$$\text{Cents} = \log_2 (p/q) \times 1.200$$

En el caso trivial de la octava, $\log_2 2/1 = 1$ (es decir, 2^1), que multiplicado por 1.200, da 1.200 cents. En el caso de la quinta, $\log_2 3:2 = 0{,}5849625...$ ($3:2 = 2^{0{,}5849625...}$), que multiplicado por 1.200, es igual a 701,955... cents (702). De la misma forma, el $\log_2$ de 9/8 es 0,169925..., que multiplicado por 1.200, da 203,91 cents (204), etc.

El logaritmo correspondiente variará en función de la base. Las modernas calculadoras o las antiguas tablas de logaritmos no suelen ofrecer los cálculos en logaritmos en base 2 sino en base 0. Para cambiar de una base *a* a otra cualquiera, *b*, seguimos la siguiente fórmula, $\log_b (p/q) = \log_a (p/q) : \log_a b \rightarrow \log_2 (p/q) = \log_{10} (p/q) : \log_{10} 2$. Una fórmula equivalente al resultado $(1.200 / \log_{10} 2) \times [\log_{10} (p/q)]$ más fácil de manejar es:

$$\text{cents} = \log (p/q) \times (1.200/\log 2)$$

Es muy sencillo con esta fórmula convertir en cents una relación de frecuencias f_1/f_2 o una razón p/q. Como $1.200/\log 2 = 3.986{,}31371386...$, basta multiplicar el logaritmo de la razón por 3.986,31.

El intervalo de quinta, por ejemplo, tiene la razón $3:2 = 1{,}5$; $\log 1{,}5 = 0{,}1760912590... \times 3.986{,}31... = 701{,}955000865...$ (≈ 702) cents. Puede tomarse el número de decimales que se desee. Podríamos obviamente hacer operaciones semejantes como la correspondiente a $1.200/\log 2 \times (\log p - \log q)$, que ofrecería los mismos resultados.

El uso de la fórmula está indicado en casos muy concretos. Como sabemos, a partir de intervalos básicos como VIII y V (y IIIM en la afinación justa) pueden derivarse el resto de los intervalos por mera adición o sustracción de cents.

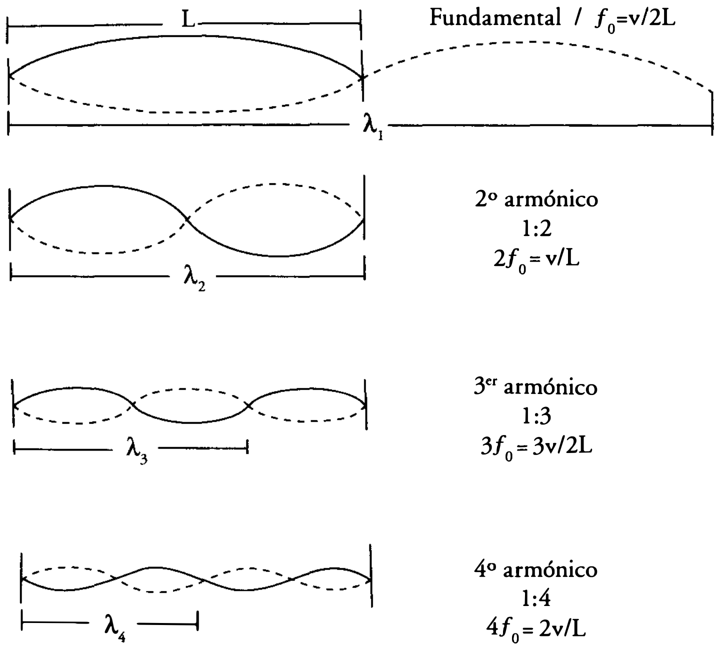
Podemos, a la inversa, convertir los cents en la fracción correspondiente convirtiendo la fórmula general en ésta, razón $(p/q) = 2^{\text{cents}/1.200}$. Dividimos los cents entre 1.200, multiplicamos el resultado por $\log_{10} 2$ y hallamos el antilogaritmo. Por ejemplo, 350 cents corresponde a $2^{350/1.200}$ o $10^{(350/1.200)} \times \log 2 = 10^{0{,}292 \times 0{,}301} = 10^{0{,}088} = 1{,}2246.... = 71/58$. En el sistema de temperamento igual T12, V = 700 cents = $1{,}4983 = 2^{7/12}$; IIIM = 400 = $1{,}2599 = 2^{4/12}$, T = 200 = $1{,}1225 = 2^{2/12}$, etc. La diferencia entre los sucesivos semitonos en el temperamento igual es de 100 cents y corresponde a la razón $R = 2^{100/1.200} = 1{,}05946$.

Apéndice II. Nociones elementales de acústica

Modos de vibración y ondas estacionarios

A partir de la Revolución Científica del siglo XVII, la relación entre longitudes de cuerda se sustituye por relación entre frecuencias de vibración. Una cuerda puede vibrar con diferentes *modos* de resonancia. Además de la vibración de toda la cuerda que produce el sonido fundamental, ésta vibra simultáneamente en fracciones alícuotas (1/2, 1/3, 1/4, 1/5, etc.) produciendo frecuencias más agudas (sobretonos) inversamente proporcionales a las respectivas divisiones (2x, 3x, 4x, 5x...). La vibración de toda la cuerda da el sonido fundamental, su mitad (1/2), la octava, 1/3 la 12ª, etc. Tocando ligeramente una cuerda en un punto 1/n (n = 1, 2, 3, etc) se produce un nodo y el modo de vibración correspondiente.

La frecuencia de una onda es la razón entre velocidad y longitud de la onda, $f = v/L$. El fundamental o primer modo tiene la frecuencia $f1=v/2L$ (el nodo se encuentra en el extremo, de ahí 2L); el segundo armónico, $f2=v/\lambda 2 = 2v/2L = 2f1$; el tercer armónico, $f3 = v/\lambda 3 =3v/2L = 3f1$; y en general, el n armónico, $fn = v/\lambda n =nv/2L = nf1$. El modo *n* tiene la frecuencia *n* veces la del modo fundamental. Todos los modos y sus sonidos son los parciales armónicos de la cuerda y las frecuencias f, 2f, 3f, etc. constituyen la serie armónica. Aunque en principio el número de estas vibraciones superiores puede ser infinito, son más importantes cuanto más cercanas a la nota fundamental al ir reduciéndose su amplitud de onda (volumen). El cerebro tiende a fusionar todas las vibraciones en un único sonido con un timbre y altura determinados por su parte, hasta el punto de que incluso puede pasar desapercibida



la omisión del sonido fundamental. Como en la cuerda, en el extremo de un tubo cerrado se produce un modo, mientras en uno abierto, un antinodo. De ahí que para la misma nota, en el tubo cerrado se necesita la mitad de longitud y ofrece resonancias únicamente para los armónicos impares.

La serie de los armónicos

El término *sobretono* hace referencia, como indica su nombre, a un sonido que aparece sobre un tono dado y la serie de los sobretonos será el conjunto de sobretonos propio de un sonido. *Serie armónica* tiene un matiz más matemático. Hace referencia a un conjunto de números en progresión aritmética dispuestos como razones de números enteros. Las series de frecuencias 1.000 – 2.000 – 3.000... y 500 – 1.000 – 1.500... son series armónicas con sus respectivas fundamentales 1000 y 500. El resto de los números de cada serie se denominan *armónicos, sobretonos* o *parciales.*

Nótese la estructura logarítmica de la audición. Si la diferencia entre las frecuencias de los parciales es la misma (100 Hz – 200Hz – 300Hz, etc.), la sensación auditiva de éstos no es de diferencias iguales sino de interva-

los cada vez más cercanos cuanto más agudos. Aunque, en términos de vibraciones se trata en realidad de una serie aritmética, los músicos tienden a concebirla como *serie armónica* que expresa el «acorde natural» producido por un sonido.

Desde Rameau (1683-1764) se ha considerado la serie armónica como el fundamento natural de la tonalidad que él encontró en los ocho primeros sonidos armónicos. Los números 4, 5 y 6 forman el acorde mayor y, aunque no aparece el acorde menor sobre la fundamental, los armónicos 10, 11 y 12 hacen una tríada menor. El 7° y 11° parcial tienen una altura algo menor que en el temperamento igual, entre Si♭ y La y Fa♯-Fa.

Si ampliamos algo más el número de armónicos aparecen los siguientes:

		8x2	9x2	10x2	12x2		8x4
(La)	Si	Do	Re	Mi	Sol	Sol♯	Do
13	15	16	18	20	24	25	32

Vemos cómo además de las consonancias (2:3:4:5:6) que aparecían en los primeros parciales, de las sextas 3:5:8 y de la división de la IIIM en dos tonos de diferente tamaño, 8:9:10, hay dos tipos de semitono, diatónico 15:16 y cromático 24:25. Vemos cómo la octava no se compone de tres IIIM sino en dos IIIM y una IV+ en los armónicos 16:20:25:32. No aparece, como lamentaba Rameau, la IIIm sobre la fundamental: la tonalidad menor no está fundamentada en la serie de armónicos.

Sobretonos, armónicos y parciales

De las tres formas de denominar los componentes sinusoidales de la frecuencia, los *sobretonos* comienzan después de la fundamental y se refieren a los parciales particulares. Por ejemplo, un instrumento puede contener los armónicos 1, 2, 5 y 8, con el 1 como fundamental. Hay por tanto 3 sobretonos, que son los armónicos 2, 5 y 8. Los *armónicos*, sonidos periódicos múltiplos de la frecuencia más grave, comienzan con ésta, así como los *parciales*, que pueden ser armónicos o no. Todos los armónicos son parciales pero no todos los parciales son armónicos, es decir, múltiplos de la frecuencia original. Este último caso se da en sonidos percutidos, campanas, gongs, etc., sonidos no periódicos en los que aparecen sobretonos que no son múltiplos de la frecuencia grave, es decir, se producen parciales pero estos no son armónicos. Suponiendo que en un timbre estén presentes todos los armónicos, f_0 es el sobretono fundamental y el primer parcial, $2f$, corresponde al sobretono 1º, 2º armónico y 2º parcial, $3f$ al 2º sobretono, 3º armónico y 3º parcial, etc. La serie de armónicos puede expresarse como múltiplos de las respectivas fundamentales, f_0, $2f_0$, $3f_0$, $4f_0$, $5f_0$, $6f_0$, etc.

Lo que en términos de longitudes de cuerda constituye una serie armónica, 1, 1/2, 1/3, 1/4... se traduce, en frecuencias, en una serie aritmética, 1, 2, 3, 4... La división de una quinta en dos terceras, por ejemplo, utilizará la proporción armónica en términos de longitudes de cuerda, usará la proporción armónica, 15 : 12 : 10, y la aritmética en el caso de frecuencias (la progresión de números de mayor a menor se invierte), 4 : 5 : 6.

Dada la correspondencia entre ambos tipos de proporciones da igual tratar con una o con otra y hay autores que mencionan ambas de forma indiferente. Rameau puede llamar a la serie de los sobretonos «armónica» aunque piense en términos de frecuencias. Autores de corte clásico que piensen en términos de series armónicas tenderán hacia la «metafísica» numérica de razones de complejidad descendente, etc., mientras otros, de corte más científico en el sentido actual del término, usarán la proporción aritmética correspondiente a frecuencias de vibración.

En 1822, el matemático francés **Jean Baptist Fourier** (1768-1830) demostró que cualquier tipo de onda, por muy compleja que sea, se compone de ondas sinusoidales simples. Cualquier función periódica puede expresarse como la suma de un cierto número de funciones trigonométricas, senos o cosenos. Las frecuencias de estas ondas sinusoidales deben ser múltiplos enteros de alguna frecuencia fundamental. La serie de senos o cosenos cuya suma es igual a la función dada se denomina *serie* (o *desarrollo*) *de Fourier*. Sus cálculos han servido para elaborar programas de ordenador que permiten aislar los diferentes parciales y observar su comportamiento en función del tiempo, la amplitud y el número de parcial correspondiente. La ventaja de representar un sonido en términos de su serie de Fourier es que nos permite manipular directamente su frecuencia. Si queremos hacer más brillante un sonido, por ejemplo, acentuamos las frecuencias altas haciendo sus coeficientes de mayor amplitud, si queremos hacer de una onda de diente de sierra una onda cuadrada, podemos llevar a cero los coeficientes de Fourier de los parciales pares, etc.

Batimientos, batimentos, batidos o pulsaciones

Las ondas sinusoidales (puras) se combinan si están relacionadas según la serie de armónicos. La forma de la onda resultante se percibe como un sonido único con una altura y un carácter determinado (timbre) dependiendo de los armónicos que contenga. Pero cuando se combinan dos ondas sinusoidales con frecuencias muy próximas sin llegar a coincidir se oye un sonido, pero también alteraciones periódicas de intensidad, los *batidos*, ya que los sonidos están alternativamente en fase y fuera de fase. Dos ondas sinusoidales de frecuencias *f1* y *f2* muy cercanas producen una variación de la amplitud (*f1*-*f2*)/2 con una frecuencia media entre ambas. Su frecuencia es la resta de las frecuencias de ambas ondas.

Por ejemplo, con dos ondas sinusoidales de 442 y 440 Hz se perciben 2 batidos por segundo. Los sonidos comienzan juntos y se interfieren de forma constructiva. Después de medio segundo el primero ha vibrado 221 veces por 220 del segundo, de forma que ambos sonidos, separados por un ciclo, se interfieren destructivamente y su intensidad combinada disminuye. Al final de un segundo ambos sonidos han completado un ciclo completo, 442 Hz y 440 Hz respectivamente. De nuevo están en fase los sonidos y aumenta la intensidad de la combinación. Este patrón alternante de interferencia constructiva y destructiva continuará mientras se combinen ambos sonidos. La intensidad sonora aumentará y disminuirá 2 veces por segundo. Igualmente se producirían 2 batidos en el caso de las frecuencias 440 y 442 Hz. La altura que escuchamos es intermedia entre las dos. Si la diferencia entre las dos frecuencias fuese de *n* ciclos por segundo, el volumen aumentaría y disminuiría *n* veces por segundo. Estas pulsaciones sonoras producidas por la combinación de dos sonidos de frecuencias muy cercanas se denominan *batidos* y constituyen el principal recurso en la afinación de un instrumento.

Explicación de la consonancia. H. von Helmholtz

Las concepciones acústicas de Galileo, Mersenne, Sauveur y Rameau culminan en la obra de Herman von (1821-1894), con quien comienza una nueva etapa en la acústica. El tono es una combinación del sonido, y sus armónicos que el oído «analiza» gracias a las fibras de la membrana basilar (un «analizador de armónicos») puestas en vibración simpatética con las ondas sonoras.

En (1863) Helmholtz propuso, siguiendo a Ohm, una teoría de la consonancia y disonancia que tiene en cuenta la serie armónica, los batidos y la «dureza» o «aspereza» percibida por el oído. Analiza los armónicos «separándolos» del continuo sonoro mediante una serie de *resonadores.* Son éstos unas esferas de cristal huecas con dos aberturas, una para escuchar y la otra dirigida al sonido, que amplifican el armónico de un sonido igual o muy cercano a su propia cavidad resonante pudiendo así aislarlo. Utilizando varios de estos resonadores pudo analizar las frecuencias de los armónicos de un sonido periódico, así como parciales no armónicos de otros sonidos. La consonancia no se reduce a la simple relación de frecuencias entre dos notas, sino que tiene que ver con el grado de coincidencia entre los parciales; la disonancia, con la aspereza que se produce entre éstos, como la producida por los semitonos. Si comparamos tres notas Do, Mi y Sol con sus correspondientes armónicos, tenemos el siguiente esquema:

8 Sol5		
	10 Mi5	8 Mi5
6 Re5	9 Re5	
	8 Do5	
5 Si4		6 Si4
		5 Sol#
4 Sol4	6 Sol4	
	5 Mi4	4 Mi4
3 Re4		
	4 Do4	
		3 Si3
2 Sol3	3 Sol3	
		2 Mi3
	2 Do3	
1 <u>Sol2</u>		
		1 <u>Mi2</u>
	1 <u>Do2</u>	

Los armónicos 3, 6, 9... de Do coinciden con los armónicos 2, 4, 6... de Sol. La relación de frecuencias entre una nota y la V (Do-Sol) es 3:2 (6:4, 9:6...); la coincidencia con los armónicos de Mi es 5:4 (10:8, 15:12...), la razón de la IIIM. En el caso de la cuarta coincidirán los números 4, 8, 12... con los 3, 6, 9..., etc. Así con cualquier otro intervalo. Un intervalo es más consonante cuantos más armónicos tengan en común los sonidos correspondientes y más cercanos se encuentren a las notas fundamentales por tener entonces más volumen y ser más perceptibles. En el caso anterior, la V es un intervalo más consonante que la IIIM por tener un número mayor de armónicos en común entre los primeros. Igualmente se producen «colisiones» de semitonos entre los parciales, 4, 6 y 8 de Do con los 3, 5 y 6 de Mi, mientras sólo entre el 8 de Do y el 5 de Sol.

En el caso del intervalo de séptima 4:7, ya el segundo parcial de 4 (8) «colisiona» con el 1 de 7 (en el piano, puede colocarse el macillo en el nodo, 1/7 de la cuerda, para no excitar este modo de vibración). En general, se produce disonancia cuando los parciales armónicos tienen una proximidad inferior a una IIIm.

Banda crítica

> Los estudios de Plomp (1976) y de otros, han demostrado que este punto de vista es excesivamente simplista. Los batidos lentos no producen una sensación de disonancia, sino que simplemente crean un trémolo, un aumento y una disminución de la amplitud. Además, a medida que se alejan las frecuencias de dos ondas sinusoidales o «tonos puros», oímos una aspereza desagradable, incluso cuando las frecuencias están tan alejadas que ya no producen batidos (...) la zona de frecuencias donde percibimos batidos o asperezas se denomina *ancho de banda crítico* (Pierce, p. 76 de la ed. esp.).

Si mantenemos un sonido fijo y hacemos que otro varíe desde muy por debajo del primero hasta muy por encima vamos pasando, conforme los sonidos se acercan primero y se separan después de una sonoridad dulce con los sonidos separados a: sonoridad dura-batidos —sonoridad dura de nuevo— y de nuevo sonoridad dulce. La banda crítica es el campo de frecuencias dentro del cual percibimos la sonoridad dura y los batidos. En la membrana basilar corresponde a la zona de separación mínima entre dos tonos puros que no producen una sensación desagradable y cuyo ancho de banda varía con la frecuencia. «La banda crítica es importante en la percepción del volumen, en la definición de si un sonido es ruido y en el *enmascaramiento* u ocultación de un sonido por otro. En esencia, la banda crítica deriva de la forma en que el oído resuelve las frecuencias» (ibídem).

Tono de combinación. Tono diferencial

Los tonos diferenciales y adicionales se llaman «tonos de combinación» o «tonos resultantes». Se producen cuando suenan a la vez dos tonos de intensidad semejante y cuyas frecuencias hacen otra frecuencia audible. Los tonos de combinación acústicamente no existen, los instrumentos científicos no pueden detectarlos, están producidos por la no linearidad de nuestro oído. Matemáticamente, se halla la frecuencia de los tonos adicionales sumando las frecuencias principales de los dos tonos iniciales (f1+f2). La de los tonos diferenciales, restando sus frecuencias. El primer sobretono de la frecuencia más grave, $2f_1$, produce también un tono diferencial característico ($2f_1$-f_2) llamado *tono diferencial cúbico*. De los tres, el menos importante es el tono adicional, que sólo se oye en situaciones muy favorables, como en los duetos de flautas y que carece de importancia en la estructura tonal.

Con dos sonidos de frecuencias 500 Hz y 400Hz, el tono adicional sería 900Hz [500 + 400], el cúbico 300Hz [(2x400) – 500] y el diferencial, 100Hz [500 – 400]. De los tres el más importante es el tono diferencial, el *terzo suono* que Tartini (Sorge) dice haber descubierto en 1714.

A pesar de no tener realidad objetiva, el tono diferencial no es sólo un fenómeno fisiológico, es importante musicalmente debido a la estructura de los acordes. Puede verse en la lista el tono diferencial simple y el diferencial cúbico (Do, Mi... = Do_4, Mi_4...):

	Do Mayor				Mi menor			
Notas	Do-Mi	Mi-Sol	Do-Sol	Do-Mi-Sol	Mi-Sol	Sol-Si	Mi-Si	Mi-Sol-Si
T. dif.	Do_2	Do_2	Do_3	Do_2-Do_3	Do_2	Sol_2	Mi_3	Do_4-Sol_4-Mi_3
T. d.c.	Sol_3	Do_4	Do_3	Do_2-Sol_3-Do_4	Do_4	Re_4	Mi_3	Mi_3-Do_4-Re_4

Cada intervalo produce tonos diferenciales específicos por lo que pueden crear conflictos con los acordes de los que no forman parte, aunque no es frecuente.

En la tríada mayor, 4:5:6; 5 – 4=1, 6 – 5=1, 6 – 4=2, el sonido diferencial tiene el efecto de reforzar la fundamental en el grave. Pero en el acorde menor no sólo no la refuerza sino que introduce una disonancia,

(Fa)	(Do)	(La)	←	La	Do	Mi
2	3	5	←	10	12	15
(La)	(La)	(La)	←	La	Do#	Mi
1	1	2	←	4	5	6

Los sonidos diferenciales quedaron en suspenso hasta que Helmholtz los introdujo en su teoría. En la justa entonación fortalecen la tonalidad y cada intervalo que tenga la tónica produce un específico tono diferencial que refuerza el contenido tonal. Así, la quinta a partir de la tónica Do_4, da el diferencial Do_3 (3/2 – 2/2 = 1/2) y el mismo Do_4 como tono cúbico diferencial (4/2 – 3/2 = 1/2), la IIIM, Do_2 (5/4 – 4/4 = 1/4) y Sol_3 (8/4 – 5/4 = 3/4), la IIIm, La♭ (6/5 – 5/5 = 1/5), la IV, Fa2 (4/3 – 3/3 = 1/3) y Fa3 (6/3 – 4/3 = 2/3), etc.

Buscando una base natural para la armonía musical, P. Hindemith (1942) extendió la idea del bajo fundamental a los grados de la escala, los intervalos armónicos consonantes y disonantes y toda clase de acordes basándose, como sus predecesores, en la serie de armónicos y en los tonos diferenciales. Justifica así la primacía de la tríada. El problema es que esto es válido únicamente en el sistema de afinación justa. Además, tiene en cuenta sólo los tonos diferenciales, olvidando otros tonos de combinación a veces más audibles.

Apéndice III. Comparación de intervalos

A)

1) Comparación entre afinaciones pitagórica y justa

	Afinación justa		Afinación pitagórica		
V	3:2	701,9553	3:2	701,9553	
IV	4:3	498,0452	4:3	498,0452	
IIIM	5:4	386,3139	81:64	407,8201	
IIIm	6:5	315,6414	32:27	294,1351	
VIM	5:3	884,3591	27:16	905,8654	
VIm	8:5	813,6866			
Tono M.	9:8	203,9100	9:8	203,9100	
Tono m.	10:9	182,4035			
S.M.	16:15	111,7313	2.187:2.048	113,6850	Apotomé
Sm	25:24	70,6724	256:243	90,2249	Limma
Tritono	7:5	582,5125	729:512	611,7302	
V+			6.561:4.096	815,6403	
VIIm	9:5	1.017,5953	16:9	996,0905	
VIIM	15:8	1.088,2677	243:128	1.109,7739	

2) Intervalos menores en(tre) ambas

Comma pitagórico	531.441/524.288	23,4600	23,5
Comma sintónico	81/80	21,5063	21,5
Diasquisma	2.048/2.025	19,5526	19,6
Schisma (cp-cs)	32.805/32.768	1,9537	2
Díesis (menor)	128/125	41,0589	41
Díesis mayor (IIIm)	250/243	49,1661	49,2
Díesis pequeña	3.125/3.072	29,6136	29,6
Limma	256/243	90,2250	90,2
Semitono menor	25/24	70,6724	70,7
Semitono (Fogliano)	27/25	133,2376	133,2

B)

División de una cuarta en distintas afinaciones y temperamentos. Características generales.

1) Afinación pitagórica: quintas justas (702 cents); tonos grandes (204 cents); semitono diatónico muy pequeño (90 cents); «inversión» de las notas enarmónicas:

C.p. C.p.
Do Re♭ Do♯ Re Mi♭ Re♯ Mi Fa
|——— Tono grande ———|——— Tono grande ———| Limma |
|——————— Ditono pitagórico ———————|

2) Afinación justa: IIIM justa (386 cents); dos tipos de tono; semitono diatónico (112 cents). Inestable:

D. D.
Do Do♯ Re♭ Re Re♯ Mi♭ Mi Fa
|——— Tono grande ———|——— Tono pequeño ———| Sem.gran. |
|——————— 5/4 ———————|

3) Temperamento mesotónico (1/4c.): IIIM justa y tonos iguales (medios) mayores (117 cents) que los de la afinación justa, al ser mayor la cuarta (504 cents):

Do Re Mi Fa
|——— Tono medio ———|——— Tono medio ———| Sem. grande |
|——————— 5/4 ———————|

4) Temperamento igual: semitonos iguales; coincidencia de notas enarmónicas; IIIM muy grandes (400 cents); V (700 cents) muy cercanas a las justas (702 cents):

Do		Do♯-Re♭		Re		Re♯-Mi♭		Mi		Fa
⊢	100	+	100	+	100	+	100	+	100	⊣

C) Distintas dimensiones de la V del lobo dependiendo de la afinación adoptada y medida en fracciones de comma sintónico:

Círculo 5ªs Reducción	V lobo (cs)	
12V – 3c	+21/11	
12V – 2c	+10/11	
12V – 1c	–1/11	cp-cs = sch. 1/12cp.
Vl. 1/4c	+73/44	
Vl. 1/5c	+10/11	

Díesis enarmónico: +2c – sch. o 3c – cp
«comma menor» (Rameau) +1c – sch.

Apéndice IV. Razones y cents

A)

	JE		M, 1/4c	AP		TI
Intervalo	Ratio	Cents	Cents	Ratio	Cents	Cents
Unísono	1:1	0	0	1:1	0	0
S. m.	25:24	70,67	76,1	256:243	90,2	100
S. M.	16:15	111,73	—	2.187:2.048	113,68	100
Tono	10:9	182,40	193,2	—	—	200
	9:8	203,91	—	9:8	203,91	200
IIIm	6:5	315,64	310,3	32:27	294,14	300
IIIM	5:4	386,31	386,3	81:64	407,82	400
IV	4:3	498,05	503,4	4:3	498,05	500
IV+	45:32	590,22	579,5	729:512	611,73	600
V-	64:45	609,78				600
V	3:2	701,96	696,6	3:2	701,96	700
V+	25:16	772,6	772,6	6.561:4.096	815,64	800
VIm	8:5	813,68	—	128:81	792,2	800
VIM	5:3	884,36	889,7	27:16	905,87	900
VIIm	9:5	1.017,60	1.006,9	16:9	996,09	1.000
VIIM	15:8	1.088,27	1.082,9	243:128	1.109,78	1.100
VIII	2:1	1.200	1.200	2:1	1.200	1.200

B) Armónicos superiores.

4 :	5 :	6 :	7 :	8 :	9 :	10 :	11 :	12 :	13 :	14 :	15 :	16
Do	Mi	Sol	(Si♭)	Do	Re	Mi	(Fa♯)	Sol	(La)	(Si♭)	Si	Do

	VII		XI		XIII	
Intervalo	Ratio	Cents	Ratio	Cents		
Semitono					14:13	128,30
					13:12	138,57
Tono			12:11	150,64		
	8:7	231,17	11:10	165,00		
IIIm	7:6	266,87			13:11	289,21
III neutra			11:9	347,41	16:13	359,47
IIIM	9:7	435,08	14:11	417,51		
IV-					13:10	454,21
Tritono	7:5	582,51	11:8	551,32	18:13	563,38
	10:7	617,49	16:11	648,68	13:9	636,62
V					20:13	745,79
V+	14:9	764,92	11:7	782,49	13:9	636,62
VIm					13:8	840,53
VIM	12:7	933,13	18:11	852,59	22:13	910,79
VIIm	7:4	968,83	20:11	1.035,00		
VII (neutra)			11:6	1.049,36	24:13	1.061,43
VIIM	13:7	1.071,70				

Apéndice V. Resumen

Afinaciones y temperamentos más usuales

Los dos intervalos importantes a dividir son:

Comma pitagórico, 23,46 cents	1/4cp = 5,86 cents; 1/6cp = 3,91 cents
Comma sintónico, 21,51 cents	1/4c = 5,38 cents

Afinación pitagórica (Antigüedad y Edad Media)

												V lobo
Mi♭	Si♭	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa♯	Do♯	Sol♯	Mi♭
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	−1cp.
												−23,46 c.

Características: quintas justas, terceras mayores muy agudas, muy buenas para la melodía pero no válidas para la armonía. No hay modulación a todas las tonalidades por la existencia de la quinta del lobo.

Tonalidad de Do mayor

Notas	Intervalo	Razón	Cents
Do	Unísono	1/1	0
Do#	Apotomé	2.187/2.048	113,6850
Re	Tono grande	9/8	203,9100
Mib	Semiditono (IIIm)	32/27	294,1351
Mi	Ditono (IIIM)	81/64	407,8201
Fa	Diatessaron (IV)	4/3	498,0452
Fa#	Tritono	729/512	611,7302
Sol	Diapente (V)	3/2	701,9553
Sol#	V +	6.561/4.096	815,6403
La	Sexta mayor	27/16	905,8654
Sib	Séptima menor	16/9	996,0905
Si	Séptima mayor	243/128	1.109,775
Do	Octava	2/1	1.200

Temperamento mesotónico de 1/4c. (Aron, 1523/29. Renacimiento y siglo XVII*)*

1/4 = 1/4 de comma sintónico = 5,3766 cents + 35,72 c.

Mib	Sib	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa#	Do#	Sol#	Mib
–1/4	–1/4	–1/4	–1/4	–1/4	–1/4	–1/4	–1/4	–1/4	–1/4	–1/4	+1 2/3	

Características: se trata de la puesta en práctica de la justa entonación. Las terceras mayores son justas y las quintas son cortas en 1/4c, 5,4 cents.

C.s. = 21,5063 cents. 1/4c = 5,3766 cents.
Tonalidad de Do mayor

Notas	Intervalo	Razón justa	Cents	1/4c Cents	Error
Do	Unísono	1/1	0		
Do#	Semitono menor	25/24	70,6724	76,0490	–1/4c
Re	Tono	9/8	203,9100	193,1568	–2/4c
Mib	Tercera menor	6/5	315,6414	310,2648	–1/4c
Mi	Tercera mayor	5/4	386,3139	386,3139	0
Fa	Cuarta	4/3	498,0452	503,4218	+1/4c
Fa#	Tritono	45/32	590,2232	579,4700	–2/4c
Sol	Quinta	3/2	701,9553	696,5787	–1/4c
Sol#	Quinta aumentada	25/16	772,6267	772,6267	0
La	Sexta mayor	5/3	884,3591	889,7357	+1/4c
Sib	Séptima menor	9/5	1.017,5953	1.006,8421	–2/4c
Si	Séptima mayor	15/8	1.088,2678	1.082,8912	–1/4c
D	Octava	2/1	1.200	1.200	0

Werckmeister III (1691)

1/4p = 1/4 de comma pitagórico = 5,8650 cents

Mi♭ Sib♭ Fa Do Sol Re La Mi Si Fa♯ Do♯ Sol♯ Mi♭
0 0 0 –1/4p –1/4p –1/4p 0 0 –1/4p 0 0 0

Para apreciar las tríadas en las diferentes tonalidades observemos el comportamiento de terceras mayores y menores:

1cp = 23,460 cents. 1/4cp = 5,865 cents

	Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa♯	Do♯	Sol♯	Mi♭	Si♭
V	0	–5,9	–5,9	–5,9	0	0	–5,9	0	0	0	0	0
IIIM	+3,9	+3,9	+9,7	+9,7	+15,6	+15,6	+15,6	P	P	P	+15,6	+9,7
IIIm	p.	p.	–15,6	–9,7	–3,9	–9,7	–15,6	–15,6	–15,6	–15,6	p.	p.

Las terceras pitagóricas (P) son +21,51 cents (1cs) las mayores y –21,51 cents (1cs) las menores. El resto de los cents son fácilmente deducibles. Una IIIM compuesta de 3 quintas justas y 1 reducida en 1/4cp equivale a 1cs – 1/4cp = 21,51 – 5,86 = 5,65 cents. De igual forma, 1cs – 2/4cp = 21,51 – 11,73 = 9,78 cents, y 1cs – 3/4cp = 3,92 cents. Hay una gradación por cuartos de comma pitagórico: 3,9 – 9,7 – 15,6 – 21,5.

Puede apreciarse la diversa constitución de los acordes mayores y menores. Hay que señalar que el temperamento igual tiene la IIIM = + 13,69 y la IIIm = –15,64.

Características: la principal virtud de este temperamento es su circularidad, de forma que puede modularse libremente a todas las tonalidades y Do♯=Re♭, Re♯=Mi♭, etc. Como ocurre en este tipo de temperamentos cada tonalidad tiene sus características propias dependiendo del tipo de alteraciones de que dispongan. En general las notas diatónicas se acercan a las justas y las alteradas a las pitagóricas.

Tonalidad de Do mayor

Notas	Intervalo	A.P.	A.J.	Cents	Error	P.J.
Do	Unísono	1/1	1/1	0		
Do#-Reb	Semitono menor	256/243		90,225	0	
Re	Tono	9/8		192,180	0	
Mib-Re#	Tercera menor	32/27		294,135	0	–21,500
Mi	Tercera mayor		5/4	390,225		+3,911
Fa	Cuarta	4/3	4/3	498,045	0	0
Fa#-Solb	Tritono	1.024/729		588,270	0	
Sol	Quinta	3/2	3/2	696,09	–5,865	–5,865
Sol#-Lab	Sexta menor	128/81		792,180	0	–21,507
La	Sexta mayor		5/3	888,270		+3,911
Sib	Séptima menor	16/9		996,091	0	
Si	Séptima mayor		15/8	1.092,180		+3,911
Do	Octava	2/1	2/1	1.200	0	0

Tartini-Vallotti (1754)

1/6p = 1/6 de comma pitagórico = 3,91 cents.

Fa	Do	Sol	Re	La	Mi	Si	Fa#	Do#	Sol#	Mib	Sib	Fa
–1/6p	–1/6p	–1/6p	–1/6p	–1/6p	–1/6p	0	0	0	0	0	0	

Características: su principal virtud es la facilidad de su ejecución. Los tritonos Fa÷Si justo con quintas iguales (-1/6cp) y Si÷Fa con quintas justas. Las quintas entre notas cromáticas son pitagóricas. No hay quinta del lobo, con lo que es posible la modulación a todas las tonalidades, cada una de ellas con características diferentes.

Para apreciar las diferentes tríadas y su progresiva variación en las sucesivas tonalidades observemos el siguiente esquema:

	Re	La	Mi	Si	Fa#	Do#	Sol#	Mib	Sib	Fa	Do	Sol
V	–3,9	–3,9	–3,9	0	0	0	0	0	0	–3,9	–3,9	–3,9
IIIM	+9,8	+13,7	+17,6	P	P	P	+17,6	+13,7	+9,8	+5,9	+5,9	+5,9
IIIm	–9,8	–9,8	–9,8	–9,8	–13,7	–17,6	P	P	P	P	–17,6	–13,7

1cs – 3/6cp = 9,78 cents; 1cs – 2/6cp = 13,69 cents; 1cs – 1/6cp = 17,60 cents
P = pitagóricas, +/- 21,51 cents (1cs).
1cs – 4/6cp = 5,87 cents

Tonalidad de Do mayor

Notas	Intervalo	Cents	AJ.	Error
Do	Unísono	0	1/1	0
Do♯	Semitono menor	94,135	16/15	−17,596
Re	Tono	196,090	(9/8	−7,820)
Mi♭	Tercera menor	298,045	6/5	−17,596
Mi	Tercera mayor	392,180	5/4	+5,866
Fa	Cuarta	501,955	4/3	+3,910
Fa♯	Tritono	592,180	45/32	+1,956
Sol	Quinta	698,045	3/2	−3,910
Sol♯	Sexta menor	796,090	8/5	−17,597
La	Sexta mayor	894,135	5/3	+9,776
Si♭	Séptima menor (P)	1.000	16/9	+3,909
Si	Séptima mayor	1.090,225	15/8	+1,956
Do	Octava	2/1	2/1	0

Temperamento igual

Características: todas las quintas son iguales, reducidas en −1,955 cents. Las terceras mayores son muy grandes y las menores muy cortas, como las correspondientes sextas. Es el único temperamento en 12 notas por octava que es a la vez regular (todas las quintas son iguales) y circular (no hay quinta del lobo). Todas las tonalidades tienen las misma estructura interválica, con lo que carece de sentido atribuir características emocionales a las diferentes tonalidades.

Intervalo	Cents	AJ.	Error
Unísono	0	1/1	0
Semitono	100	16/15//25/24	−11,731//+29,33
Tono	200	9/8//10/9	−3,91//+17,60
Tercera menor	300	6/5	−15,641
Tercera mayor	400	5/4	+13,685
Cuarta	500	4/3	+1,955
Tritono	600	45/32//7/5	+9,776//17,488
Quinta	700	3/2	−1,995
Sexta menor	800	8/5	−13,687
Sexta mayor	900	5/3	+15,641
Séptima menor	1.000	16/9//9/5//7/4	+3,910//-17,596//+31,174
Séptima mayor	1.100	15/8	+11,731
Octava	1.200	2/1	0

El tritono se ha calculado respecto al justo (45/32) y al natural (7/5); la séptima respecto a la pitagórica (16/9), justa (9/5) y natural (7/4).

Tabla de frecuencias de diferentes sistemas de afinación

La = 440 Hz.

	DO	DO#	RE	Mib	MI	FA	FA#	SOL	SOL#	LA	Sib	SI	Do
Pitagórica	260,74	278,43	293,33	309,03	330,00	347,75	371,24	391,11	417,64	440,00	463,55	495.00	521,48
Pitagorico-justa	260,74	274,69,	293,33	309,03	330,00	347,65	366,25	391,11	412,03	440,00	463,55	495,00	521,48
Justa entonación o afinación natural	264,00	275,00	293,33	316,80	330,00	352,00	366,67	366,00	412,50	440,00	469,33	495,00	528,00
Mesotónico 1/4c.	263,18	275,00	294,25	314,84	328,98	352,00	367,81	393,55	411,22	440,00	470,79	491,94	526,36
Mesotónico 1/3c.	264,00	273,86	294,55	316,80	328,64	353,46	366,67	394,36	409,10	440,00	473,24	490,92	528,00
Mesotónico 2/7c.	263,53	274,51	294,38	315,68	328,83	352,63	367,32	393,90	410,31	440,00	471,84	491,50	527,06
Mesotónico 1/5c.	262,69	275,68	294,06	313,67	329,18	351,13	368,49	393,06	412,50	440,00	469,33	492,55	525,38
Mesotónico 1/6c.	262,37	276,14	293,94	312,89	329,32	350,55	368,95	392,73	413,36	440,00	468,36	492,95	524,73
D'Alembert-Rousseau	263,18	276,71	294,25	311,21	328,98	350,64	369,33	393,55	414,64	440,00	467,17	492,95	526,36)
Schlick	262,51	276,56	294,00	312,54	329,26	350,81	369,16	392.88	415,77	440,00	468,27	492,77	525,02
Werckmeister III	263,40	277,50	294,33	312,18	330,00	351,20	369,99	393,77	416,24	440,00	468,27	495,00	526,80
Werckmeister IV	263,11	275,93	294,66	311,83	330,00	350,81	369,58	392,88	413,90	440,00	469,86	492,77	526,22
Kellner («Bach»)	262,87	276,93	294,13	311,55	329,11	350,49	369,24	393,24	415,40	440,00	467,32	493,66	525,74
Kirnberger II	262,37	276,40	295,16	310,95	327,96	349,82	368,95	393,55	414,60	440,00	466,43	491,94	524,74
Kirnberger III	263,18	277,26	294,25	311,92	328,98	350,91	370,10	393,55	415,89	440,00	467,88	493,47	526,36
Tartini-Vallotti	262,51	276,56	294,00	311,13	329,26	350,02	368,74	392,88	414,84	440,00	466,69	492,76	525,02
Temperamento igual	261,63	277,18	293,66	311,13	329,63	349,23	369,99	392,00	415,30	440,00	466,16	493,88	523,26

Bibliografía

Además de la lectura de fuentes originales, hay algunos textos que han sido fundamentales a la hora de elaborar este libro. Señalo los más consultados.

A pesar de sus más de cincuenta años de existencia, el libro de J. M. Barbour (1951 y 1972) sigue siendo el texto básico de referencia sobre afinación y temperamentos. Es una exposición sincrónica, con poca incidencia en las circunstancias históricas y una no disimulada inclinación por el temperamento igual. Otro texto, más sencillo pero muy instructivo, es el de C. di Veroli (1978). En su contra tiene la frecuente utilización de una terminología particular del autor lo que a veces oscurece las referencias históricas.

Para el período antiguo aclara muchas dudas la tesis de F. R. Levin (1967). Sobre la difícil transmisión y asimilación de las fuentes clásicas por parte de los teóricos renacentistas está el imprescindible C. V. Palisca (1985).

Quien quiera introducirse en los inicios de la ciencia acústica deberá tener en cuenta el ya clásico S. Dostrovsky (1975), y si se desea ampliar horizontes sobre el problema de la consonancia en esa época, H. F. Cohen (1984) es ya otro clásico.

Para el siglo XVIII es una auténtica mina de información veraz P. Barbieri (1987) a pesar de lo restrictivo que pueda parecer el título. Y si, después del temperamento igual, queremos adentrarnos en el minoritario resurgimiento de antiguas opciones de división múltiple de la octava, una buena opción sigue siendo, a pesar de los años, M. J. Mandelbaum (1961).

AAVV, *Dizzionario enciclopedico universale della Musica e de i Musicisti*, Turín, 1986.

Adkins, Cecil Dale, *The Theory and practice of the monochord*, tesis doctoral, Iowa, 1963.

Agricola, Martin, *Rudimenta musices...*, Wittemberg, 1539.

Alembert, Jean Le Rond d', *Éléments de musique théorique et pratique, suivant les principes de M. Rameau...*, París, 1752, 1759, 1762, 1766, 1772, 1779.

Anselmi, Georgio, *De musica.* Parma, 1434.

Ariel (ps.), *Das Relativitätsprinzip der musikalischen Harmonie*, Band I, Leipzig, 1925.

Aristides Quintiliano, *De Musica.* Hay ed. cast. en Ed. Gredos.

Aristóxenos, *Harmonika stoicheia*, Elsevier, Leiden, 1616. Marcus Meibom (ed.) en *Antiquae Musicae Auctores Septem*, Amsterdam, 1652. En inglés, *The Harmonics of Aristoxenus*, Henry S. Macran (ed.), Oxford, 1902, reed. 1974, 1990.

Aron, Pietro, *Thoscanello de la musica*, Venecia, 1523, 1529, 1539.

— *Lucidario in musica*, Venecia, 1545.

Artusi, Giovanni Maria, *L'Artusi, overo delle imperfettioni della moderna musica...*, Venecia, 1600.

Barbieri, Patrizio, «Il temperamento equabile nel periodo frescobaldiano», *Girolamo Frescobaldi nel IV centenario della nascita: Ferrara 1983*, Florencia, 1986, pp. 387-424.

— (ed.), Giordano Riccati, Alessandro Barca, Francesco Antonio Vallotti. *Acustica accordatura e temperamento nell'Illuminismo Veneto*, Roma, 1987.

— «La "Sambuca Lincea" di Fabio Colonna...», *La musica a Napoli durante il seicento*, Roma, 1987, pp. 167-216.

— «Gli ingegnosi cembali...», Vigevano, 1990, pp. 91-112.

Barbour, James Murray, *Equal Temperament: its History from Ramis to Rameau*, tesis doctoral, Cornell U., 1932.

— «The Persistence of the Pythagorean Tuning System», *Scripta Mathematica* vol. 1, 1933, pp. 286-304.

— *Tuning and Temperament: A Historical Survey*, East Lansing, 1951, N. Y., 1972

Barca, Alessandro, *Di una nuova Teoria di Musica – Memoria III...*, Padua 1809.

Barnes, John, «Bach's Keyboard Temperament...», *Early Music*, vol. 7, núm. 2, abril de 1979, pp. 236-249.

Bédos de Celles, François, *L'Art du facteur d'orgues*, París, 1766/1778.

Bendeler, Johann Philipp, *Organopoeia...*, Frankfurt y Leipzig, 1739.

Benedetti, Giovanni Battista, *Diversarum speculationum mathematicarum & physicarum liber*, Turín, 1585.

Bermudo, Juan, *Declaración de instrumentos musicales*, Osuna, 1555.

Béthizy, Jean-Laurent de, *Exposition de la théorie et de la pratique de la musique...*, París, 1754, 1764.

Blankenburg, Quirinus van, *Elementa Musica...*, La Haya, 1739.

Boecio, Anicius Manlius Torquatus Severinus, *De institutione musica libri quinque*. Godofredus Friedlein (ed.), Leipzig, 1867.

Bordas, Cristina, y Robledo, Luis, «El arcón de José Zaragozá: ciencia y música en la España de Carlos II, *Nassarre*, xv (1999), Zaragoza, pp. 265-313.

Bosanquet, Robert Halford Macdowall, *An Elementary Treatise on Musical Intervals and Temperament, with an account...*, Londres, 1876.

Bottrigari, Ercole, *Il Desiderio...*, Bolonia, 1594.

Brossard, Sébastien de, *Dictionnaire de la musique*, París, 1703; Amsterdam, 1708.

Brouncker, William, Lord de (véase Descartes).

Callcott, John Wall, *A critical examination of the musical theory of Kirnberger*, 1799.

— *Plain Statement of Earl Stanhope's Temperament*, Londres, 1807.

Caramuel, Juan, *Primus calamus...*, Campania, 1668.

— *Mathesis biceps, vetus et nova...*, Campania, 1670.

Censorino, *De die natali liber*, ed. de F. Hultsch, Leipzig, 1867.
Chaumont, Lambert, *Pièces d'orgue sur les huits tons... Et la méthode d'accorder le clavessin*, Lieja, 1695.
Chladni, Ernst Florenz Friedrich, *Über die Nachtheile der Stimmung...*, 1826.
Cohen, H. Floris, *Quantifying music...*, Dordrecht, 1984.
Colonna, Fabio y Stella, Scipione, *La sambuca lincea, overo...*, Nápoles, 1618.
Cornford, F. M., *Plato's Cosmology*, Londres, 1937.
Corrette, Michel, *Le maître de clavecin...*, París, 1752, 1753, 1775.
Coussemaker, Charles-Edmond-Henri de (ed.) *Scriptorum de musica medii aevi nova*, 4 vols., París, 1866-1876, 2122 pp. Reimpreso en Olms, Hildesheim, 1963.
Dankerts, Ghiselin, *Trattato...*, Nápoles, 1551, 1556, 1559/1560.
Dechales, (Claudius Franciscus Milliet), *Cursus seu mundus mathematicus...*, Lyon, 1674.
Delezenne, Charles Edouard Joseph, *Mémoire...*, Lille, 1826/1827.
— *Analise de l'ouvrage de M. le Baron de Prony...*, Lille, 1833.
Denis, Jean, *Traité de l'accord de l'espinette*, París, 1643, 1650.
Descartes, René, *Renati Descartes Musicae Compendium*, 1618, Utrecht, 1650, Amsterdam, 1656 y 1683. Trad. inglesa de William Brouncker (ed.), *Renatus Des-Cartes excellent compendium of musick...*, Londres, 1653. Traducción española de P. Flores y C. Gallardo, Tecnos, Madrid, 1992.
Doni, Giovanni Battista, *Compendio del trattato de' generi, e de' modi*, Roma, 1635.
Dostrovsky, Sigalia, «Early Vibration Theory: Physics and Music in the Seventeenth Century», *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 14, 1975, pp. 169-218.
Dowland, Robert, *Variety of Lute-Lessons*, Londres, 1610.
Drake, Stillman, «Renaissance Music and Experimental Science,» *Journal of the History of Ideas*, 30 (1969), 483-500.
Dröbisch, Moritz Wilhelm, *Über die wissenschaftliche Bestimmung der musikalischen Temperatur*, Leipzig, 1853.
Dumas, Jean (Père), *Mémoire sur le tempérament de l'orgue et du clavecin*, Lyon, 1755.
Dupont, Wilhelm, *Geschichte der musikalischen Temperatur*, Nördlingen, 1935.
Düring, Ingemar, *Die Harmonielehre des Klaudios Ptolemaios*, Göteborg, 1930.
Eitz, C. A., *Das Mathematisch-reine Tonsystem*, Leipzig, 1891.
Ellis, Alexander John (véase Helmholtz, H. Z.)
— «On the Temperament of Instruments with Fixed Tones», *Proceedings of the Royal Society*, vol. 13, Londres, 1864, pp. 404-422.
Estève, Pierre, *Recherches sur le meilleur système...*, París, 1755.
Euclides, *Introductio harmonica et sectio canonis*, ed. de M. Meibom, 1652.
Euler, Leonhard, *Tentamen novae theoriae musicae*, San Petersburgo, 1739.
— *Conjecture de la la raison de quelques dissonances généralement reçues dans la musique*, en «Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin», vol. 20, pp. 165-173, 1764.
Eximeno, Antonio, *Dell'origine delle regole...*, Roma, 1774, ed. española, *Del origen y reglas de la música*, Editora Nacional, Madrid, 1978.
Faber Stapulensis, Jacobus (véase Lefèbre d'Etaples).
Finè, O., *Epithoma musice instrumentalis*, París, 1530.
Fisher, Alexander Metcalf, «Essay on musical temperament», *The American Journal of Science*, vol. 1, Nueva York, 1818, pp. 9-35, 176-199.

Fogliano, Ludovico, *Musica theorica...*, Venecia, 1529.
Fokker, Adriaan, D., *Rekenkundige bespiegeling der muziek*, Gorinchem, 1945.
Fontenelle, Bernard Le Bouyer de, *Sur les systèmes tempérés de musique*, París, 1730.
Fracastoro, Girolamo, *De sympathia et antipathia rerum*, Venecia, 1546.
Gaffurio (Gafori), Franchino, *Practica musice*, Milán, 1496.
— *De harmonia musicorum instrumentorum opus*, Milán, 1518.
— *Apologia adversum Ioannem Spatarium*, Turín, 1520.
Galilei, Galileo, *Discorsi e dimostrazioni matematiche interno à due nuove scienze...*, Leiden, 1638. Hay edición castellana.
Galilei, Vincenzo, *Dialogo della musica antica et della moderna*, Florencia, 1581.
— *Discorso intorno...*, Florencia, 1589.
Gallimard, Jean Edme, *L'Arithmétique des Musiciens*, París, 1754.
Ganassi dal Fontego, Silvestro, *Regola rubertina*, Venecia, 1542-43.
— *Lettione seconda...*, Venecia, 1543.
Gaudentius, *Introductio harmonica*, Marcus Meibom, 1652.
Gerle, Hans, *Musica Teusch*, Nürenberg, 1532.
Gervasoni, Carlo, *La scuola della musica...*, Piacenza, 1800.
Gouk, Penelope, *Music in the Natural Philosophy of the Early Royal Society*, tesis doctoral, Londres, 1982.
Grammateus, Henricus (Heinrich Schreiber), *Ayn new kunstlich Buech*, Nürenberg, 1518.
Groven, Eivind, «My Untempered Organ», *Organ Inst. Quart*, vol. 5, núm. 3, s. 1955, p. 39.
Hába, Alois, *Grundlagen der Harmonik in mikrotonaler Musik*, Helbling, Innsbruck, 1989.
Harrison, John, *A Description concerning such Mechanism as will afford a nice, or true Mensuration of Time...*, Londres, 1775. Apéndice, pp. 67-108.
Hawkes, William. «On the musical temperament of keyed instruments», *The Philosophical Magazine*, vol. 28, Londres, 1807, pp. 304-306.
Helmholtz, Hermann L. F. von, *Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik*, Braunschweig, 1863. Trad. al inglés de Alexander, John Ellis de la ed. de 1877, *On the Sensations of Tone as a Physiological Basis for the Theory of Music*, «With extensive notes, foreword and afterword», Londres, 1885; Dover, Nueva York, 1954.
Henfling, Conrad, *C. Henflingii Epistola...*, abril de 1708, Berlín, 1710, pp. 265-294.
Hindemith, Paul, *Craft of Musical Composition*, Nueva York, 1942.
Höritz, Erasmus de, *De Musica*, *ca.* 1506.
Huygens, Christiaan, *Le cycle harmonique*, Rotterdam, 1691. *Novus cyclus harmonicus*, Leiden, 1724, Opera varia, pp. 747-754.
— *Oeuvres complètes*, La Haya, 1888-1950.
Johnston, Ian H, *Measured Tones, the Interplay of Physics and Music*, Bristol, 1989.
Jonquière, Alfred, *Grundriß der musikalischen Akustik*, Leipzig, 1898.
Joubert de la Salette, Pierre Joseph, *Nouvelle manière d'accorder les clavecins...*, París, 1786.
Kaufmann, Henry William, «Vicentino's Archiorgano: An Annotated Translation», *Journal of Music Theory*, vol. 5, abril de 1961, pp. 32-53.
— «More on the tuning of the Archicembalo», *Journal of the American Musicological Society*, vol. 23, núm. 1, primavera de 1970, pp. 84-94.

Keller, Michaël, *Monochordum, siue tractatus...*, Nissa, 1636.
Kelletat, Herbert, *Zur musikalischen Temperatur...*, Kassel, 1960, 1979, 1981.
Kellner, Herbert Anton, «Eine Rekonstruktion der wohltemperierten Stimmung von Johann Sebastian Bach», *Das Musikinstrument,* vol. 26 núm. 1, 1977, pp. 34-35.
— en Internet: http://www.music.qub.ac.uk/-tomita/bachbib.html.
Kepler, Johannes, *Harmonice mundi*, 1619.
Kircher, Athanasius, *Musurgia universalis*, Roma, 1650.
Kirnberger, Johann Philipp, *Die Kunst des reinen Satzes...*, Berlín, 1774-1793.
Kolinski, Mieczyslaw, «A New Equi-Distant 12-Tone Temperament», *Journal of the American Musicological Society*, vol. 12, nos. 2-3, 1959, pp. 210-214.
Kollmann, August Friederich Christoph, *An essay on musical harmony according to the nature of that science*, Londres, 1796.
Kornerup, Thorwald Otto, *Musical Acoustics Based on the Pure Third-System*, Copenhague, 1922.
— *Acoustic Valuation of Intervals*, Trad. al ingl., Copenhague, 1938.
Krenek, Ernst, *Über neue Musik*, Viena, 1937.
Lambert, Johann Heinrich, «Remarques sur le tempérament en musique», *Nouveau mémoires de l'Académie Royale...*, Berlín, 1774, 1776, pp. 55-73.
— «Gedanken über die musikalische Temperatur», *Historisch-Kritische Beyträge zur Aufnahme der Musik*, vols. 5, 6, Stück, 1778. Art. núm. 1, pp. 417-450. Trad. de F. W. Marpurg.
Lanfranco, Giovanni Maria, *Scintille di musica...*, Brescia, 1533.
Lange, Helmut Karl Heinz, «Die Orgelstimmung Gottfried Silbermanns...», *Bericht über den internationalen musikwissenschaftlichen Kongreß*, Bonn 1970.
Lefèbre D'Étaples, *Musica libris quattuor demonstrata*, París, 1496.
Legros, Henry, «A propos du "deuxième tempérament" de Dom Bédos de Celles», *La facture de clavecin du XVe au XVIIIe siècle*, Lovaina, 1980, pp. 111-121.
Levin, Flora Rose, «Nicomachus of Gerasa, *Manual of Harmonics*: Translation and Commentary», tesis doctoral, Columbia Univ., 1967.
Levens, M. de, *Abrégé des règles de l'Harmonie...*, Burdeos, 1743.
Lindley, Mark, (a) «Temperaments», *The New Grove Dictionary of Music and Musicians*, Stanley Sadie (ed.), MacMillan, Londres, 2001, vol. 25, pp. 248-268.
— (b) «Pytagorean intonation», en ibídem.
Lorenzi, Giambattista de, *Studio sul temperamento equabile...*, Venecia, 1870-1871.
Liston, Henry, *An Essay upon Perfect Intonation*, Edimburgo, 1812.
Louët, Alexandre, *Instructions théoriques et pratiques...*, París, 1797.
Loulié, Etienne, *Éléments ou principes de musique....*, París, 1696, Amsterdam, 1698.
— *Nouveau sistème de musique...*, París, 1698.
Lowinsky, Edward E., (a) «Adrian Willaert's Chromatic "Duo" Re-examined», *Tijdschrift van de Vereniging voor Nederlandse Muziekgeschiedenis,* vol. 18, núm. 1, 1956, pp. 1-36.
— (b) «Matthaeus Greiter's *Fortuna...*», *Musical Quarterly*, I, 42: 500-19 (1956); II, 43: 68-85 (1957).
Malerbi, Luigi, *Registrature ed accordature per organo e cembalo...*, Lugo di Romagna, 1794.
Mandelbaum, Mayer Joel, *Multiple Division of the Octave and the Tonal Resources of the 19-Tone Equal Temperament*, tesis doctoral, Universidad de Indiana, 1961.

Marchetto da Padova, *Lucidarium*, Verona, 1309-1318.
Marpurg, Friedrich Wilhelm, *Principes du clavecin*, Berlín, 1756.
— *Versuch über die musikalische Temperatur...*, Breslau, 1776.
— *Neue Methode allerley Arten von Temperaturen dem Claviere...*, Berlín, 1790.
Martini, Giovanni Battista, *Storia della musica*, Bolonia, I (1757), II (1770).
Mattheson, Johann, *Exemplarische Organisten-Probe...*, Hamburgo, 1719.
— *Critica musica*, Hamburgo, 1722-1725.
Maxwell, Francis Kelly John, *An Essay upon Tune*, Edimburgo, 1781.
McGuire, J. E., y F. M. Rattansi, «Newton and the "Pipes of Pan"», *Notes and Records of the Royal Society*, 21, Londres, 1966, pp. 108-143.
Mei, Girolamo, *Discorso sopra la musica antica et moderna*, 1602.
Mercadier de Belesta, J. B., *Nouveau système...*, París, 1776.
— *Mémoire sur l'accord du clavecin...*, París, 1788.
Mercator, Nicolaus, *Musica*, Londres, 1672.
Mersenne, Marin, *Traité de l'harmonie universelle...*, París, 1636/1637.
— *Cogitata physico-mathematica*, París, 1644.
— *Correspondance du P. Marin Mersenne*, C. de Waard (ed.), París, 1932-1988.
Milliet de Chales, Claudius Franciscus, *Cursus seu mundus mathematicus*, Lyon, 1674.
Montvallon, André Barrigue de, *Nouveau système de musique...*, Aix, 1742.
Nassarre, Pablo, *Escuela música, según la práctica moderna*, Zaragoza, 1723-1724.
Neidhardt, Johann Georg, *Beste und leichteste Temperatur des Monochordi*, Jena, 1706.
— *Sectio canonis harmonici...*, Königsberg, 1724.
— *Gäntzlich erschöpfte, mathematische...*, Leipzig/Königsberg, 1732.
Nicómaco de Gerasa, véase Levin, F. L. (ed.).
Opelt, Friederich Wilhelm, *Allgemeine Theorie der Musik...*, Leipzig, 1852.
Ozanam, Jacques, *Acoustique et musique...*, en Montucla, Jean Etienne, *Recreations mathematiques...*, París, 1790.
Palisca, Claude V., «Girolamo Mei (1519-1594): Letters on ancient and modern music to Vincenzo Galilei and Giovanni Bardi», *MSD*, vol. 3, 1960, 1977.
— «Scientific empiricism and musical thought», en *Seventeenth century science and the arts*, Hedley Howell Rhys (ed.), Princeton NY, 1961, pp. 91-137.
— *Humanism in Italian Renaissance Musical Thought*, New Haven, Yale Univ., 1985.
Parret, Wilfrid, *Some Questions of Musical Theory*, Cambridge, 1926.
Partch, Harry, *Genesis of a Music...*, Madison, 1949, 2ª ed., Nueva York, 1974.
Pierce, John R., *The Science of Musical Sound*, Scientific American, Nueva York, 1983. Hay edición española, *Los sonidos de la música*, Madrid, 1985.
Platón, *Timeo*. Trad. de M. A. Durán y F. Lisi, Ed. Gredos, Madrid, 1992.
Plomp, Renier, y Willem J. M. Levelt, «Tonal consonance and critical bandwidth», *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 38, 1965, pp. 548-568.
Praetorius, Michael, *Syntagmatis Musici...*, Wolfenbüttel, 1618, 1619.
Printz, Wolfgang Caspar, *Phrynis mitilenaeu...*, Dresde y Leipzig, 1676-1679, 1696.
Prony, Gaspard-Claire, Barón de, *Instruction élémentaire sur les moyens de calculer les intervalles musicaux...*, París, 1832.
Ptolomeo, Claudio, *Klaudiou Ptolemaiou harmoniko vivlia iii Claudii Ptolemaei harmonicorum libri tres*, John Wallis (ed.), Oxford, 1682, Londres, 1699.
Quantz, Johann Joaquin, *Versuch einer Anweisung die Flüte...*, Berlín, 1789.

Quintiliano, Arístides, *De musica libri tres*. Hay ed. castellana, *Sobre la música*, trad. de L. Colomer y B. Gil, Ed. Gredos, Madrid, 1996.
Rameau, Jean-Philippe, *Traité de l'harmonie*, París, 1722.
— *Nouveau Système de Musique théorique...*, París, 1726.
— *Génération Harmonique...*, París, 1737.
— *Démonstration du principe de l'harmonie*, París, 1750.
Ramos de Pareja, Bartolomé, *Musica practica*, Bolonia, 1482.
Rasch, Rudolf A., «Sorge's monochord», *Mens en Melodie*, vol. 37 núm. 5, 1982, pp. 232-243.
— «The [just intonation] theories of Adriaan Fokker, Part One», *1/1* vol. 4 núm. 1, 1988, pp. 4-7, 14 y «Part Two», *1/1* vol. 4 núm. 2, 1988, pp. 6, 10-12.
Riccati, Giordano, *Saggio sopra le leggi del contrapunto*, Castelfranco, 1762.
Riemann, Hugo, *Geschichte der Musiktheorie*, Berlín, 1898.
Romieu, Jean Baptiste, «Mémoire théorique et pratique...», *Histoire de l'Académie royale des sciences*, Montpellier, 1758, París, 1763.
Rossi, Lemme, *Sistema musico, overo Musica speculativa*, Perugia, 1666.
Rousseau, Jean-Jacques, «Tempérament», en *Dictionnaire de Musique*, París, 1767.
Roussier, Pierre-Joseph, *Traité des accords et de leur succession...*, París, Lyon, 1764.
Sachs, Melchior E, «Das temperierte 19-Tonsystem...», *Report of the Fourth Congress of the International Musical Society*, Londres, mayo de 1911, pp. 279-281.
Salinas, Francisco de, *De Musica libri Septem*, Salamanca, 1577, 1592. Hay trad. al castellano de I. Fernández de la Cuesta, Editorial Alpuerto, Madrid, 1983.
— *Musices Liber Tertius*, Burgos, 1566. Ed. ONCE-Bibl. Nac., Madrid, 1993.
Salmon, Thomas, «The Theory of Musick Reduced to Arithmetical and Geometrical Proportions», *Phil. Trans. of The Royal Society*, xxiv, 2072-7, Londres,1705.
Sancta Maria, Tomás de, *Arte de tañer fantasia*, Valladolid, 1565.
Sauveur, Joseph, «Système général des intervalles des sons, et son application à tous les systêmes et à tous les instruments de musique», *Histoire de l'Académie royale des sciences*, 1701, París, 1704.
— «Méthode générale pour former les systèmes tempérés de musique...», en ibídem, 1707, París, 1708.
— *Table générale des systèmes tempérés*, París, 1711.
Savart, F. «Mémoire...», *Nouveau manuel du luthier*, París, 1894.
Schlick, Arnolt, *Spiegel der Orgelmacher un Organisten*, Mainz, 1511.
Schneegass, Cyriacus, *Nova et exquisita monochordi dimensio*, Erfurt, 1590.
Serre, Jean-Adam, *Essais sur les Principes de l'Harmonie*, París, 1753
— *Observations sur les principes de l'harmonie...*, Ginebra, 1763.
Sievers, Giacomo Fernando, *Il Pianoforte – Guida pratica...*, Nápoles, 1868.
Smith, Robert, *Harmonics, or, The Philosophy of Musical Sounds*, Londres, 1748; Cambridge, 1749, 1759.
— «Dr. Robert Smith's comments on John Harrison's musical tuning ideas», *Harmonics*, 1749.
Soler, Antonio, *Theorica y practica del temple para los organos y claves*, 1775-1783. Ed. de S. Rubio, Madrid, 1983.
Sorge, Georg Andreas, *Anweisung zur Stimmung und Temperatur...*, Hamburgo, 1744.
— *Vorgemach der musikalischen Composition*, Lobenstein, 1745.

— *Gespräch zwischen einem Musico theoretico und einem Studioso musices...*, Lobenstein, 1748.
— *Zuverlässige Anweisung, Claviere und Orgeln behörig...*, Lobenstein y Leipzig, 1758.
Spataro, Giovanni, *Errori de Franchino Gafurio da Lodi*, Bolonia, 1521.
Stanhope, Charles, «Principles of the Science of Tuning Instruments with Fixed Tones», *Philosophical Magazine*, vol. 25, 1806, pp. 291-312.
Stevin, Simon, *Vande Spiegheling der Singconst en Vande Molens*, 1585, Amsterdam, 1884.
Suremain de Missery, Antoine, *Théorie acoustico-musicale...*, París, 1793.
Tanaka, Shohé, «Studien im Gebite der reinem Stimmung», *Vierteljahrsschrift für Musikwissenschaft*, IV, Leipzig, 1890.
Tartini, Giuseppe, *Trattato di Musica...*, Padua, 1754.
— *De' principj dell'armonia musicale*, Padua, 1767.
Tinctoris, Johannes, *Liber de natura et proprietate tonorum*, 1476, en E. de Coussemaker, París, 1864-1876.
— *De inventione et usu musicae*, 1480-1487.
— *Diffinitorium musicae*, Treviso, 1495, E. de Coussemaker (ed.), París, 1864-1876.
Thompson, Thomas Perronet, *Instructions to my Daughter for playing on the Enharmonic Guitar*, Londres, 1829.
Türk, Daniel Gottlob, *Clavierschule...*, Leipzig/Halle, 1789, 1802.
— *Anleitung zu Temperaturberechnungen...*, Halle, 1808.
Vallotti, Francescoantonio, *Della Scienza Teoretica e Prattica della Moderna Musica*, Padua, 1779, 1950.
Veroli, Claudio di, *Unequal temperaments and their role in the performance of Early Music...*, Buenos Aires, 1978.
Vicentino, Nicola, *L'antica musica ridotta alla moderna prattica*, Roma, 1555, 1557.
— *Descrizione dell'arciorgano*, Venecia, 1561.
Vogel, Martin, *Die Kirnberger Stimmung...*, Bonn, 1967.
— *Die Lehre von den Tonbeziehungen*, 1975.
Walker, David Pickering, *Studies in Musical Science in the Late Renaissance*, Warburg Institute, Londres 1978.
Werckmeister, Andreas, *Orgel-Probe*. Frankfurt a.M./Leipzig, 1681.
— *Musicalische Temperatur...*, Quedlinburg, 1691.
— *Hypomnemata musica...*, Quedlinburg, 1697 (a).
— *Musicalische Paradoxal_Discurse*, Quedlinburg, 1697 (b).
Wiese, Christian Ludwig Gustav von, *Discours analitique...*, Dresden, 1795.
Woolhouse, Wesley Stoker Barker, *Essay on Musical Intervals...*, Londres, 1835.
Wyschnegradsky, Ivan, *Manuel d'harmonie à quarts de ton*, París, 1932.
Yasser, Joseph, *A Theory of Evolving Tonality*, Nueva York, 1932.
Young, Thomas, «Outlines of Experiments and Inquiries...», *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, vol. 90, 1800, pp. 106-150.
Zaragoza, José, *Fabrica, y uso de varios instrumentos mathemáticos*, Madrid, 1674, 1675.
Zarlino, Gioseffo, *Istitutioni harmoniche*, Venecia, 1558, 1562, 1573, 1589.
— *Dimostrationi harmoniche*, Venecia, 1571, 1573. 2ª ed., 1588.
— *Sopplementi musicali*, Venecia, 1588.
Zwolle, Henri-Arnaut de, *Compositio clavichordorum*, *ca.* 1440.

Índice onomástico

El interés despertado por los nuevos modelos de la interpretación histórica musical ha hecho que el problema de la afinación de los instrumentos adquiera una importancia relevante. Es sabido que con las consonancias justas no puede establecerse un sistema unificado de afinación de la escala; de ahí que sea necesario templar los instrumentos musicales para adecuarlos a la práctica musical habitual modificando las consonancias. Si, como decía Salinas, la perfección es una, pero la imperfección puede llevarse a cabo de muchas maneras, los sistemas de afinación y temple de los instrumentos han sido muchos y muy variados a lo largo de la práctica musical occidental. J. Javier Goldáraz, profesor de Organología y Acústica en el Conservatorio Superior de Música de Madrid, presenta una guía histórica detallada y en su propio contexto de aquellos sistemas de afinación y temperamento que más éxito han tenido a lo largo de nuestra historia musical, algunos de los cuales están en uso hoy día.

ISBN 84-206-6546-0

9 788420 665467

Alianza Editorial